

CI41C – HIDROLOGÍA

Prof.: Ximena Vargas.
Prof. Aux : Ricardo González V.
Semestre Primavera 2005

AUXILIAR EXAMEN

Pregunta N° 1.

Para los datos de caudales máximos instantáneos registrados en una estación limnigráfica se realizó un análisis de frecuencia, determinándose que la distribución de mejor ajuste es la Gumbel. Los estadísticos de interés se presentan en la Tabla n° 1.

Serie	n	Promedio [m³/s]	Desviación Estándar [m³/s]	Coef. Asimetría
Q	25	298,5	113,128	0,827

Tabla N° 1

Determine el caudal asociado a $T = 50$ años y el intervalo de confianza de la estimación asociada a un nivel de confianza del 90%.

$$Y_T = -Ln(Ln(\frac{T}{T-1})) = -Ln(Ln(\frac{50}{49})) = 3,902$$

Para $n = 25$ años y las tablas correspondientes a una distribución Gumbel se obtiene:

$$Y_n = 0,531$$

$$\sigma_n = 1,091$$

Calculando el caudal de diseño, se tiene:

$$X_T = \mu + \frac{(Y_T - Y_n)}{\sigma_n} \cdot \sigma = 298,5 + \underbrace{\frac{(3,902 - 0,531)}{1,091}}_{K_T = 3,09} \cdot 113,128 = 648,1 \text{ m}^3/\text{s}$$

Limites de Confianza.

Para la distribución Gumbel puede utilizarse la siguiente fórmula recomendada para la distribución Extrema Tipo I

$$S_e = \left[\frac{1}{n} \cdot (1 + 1,139 \cdot K_T + 1,1000 \cdot K_T^2) \right]^{1/2} \cdot \sigma$$

y los limites de confianza quedan referidos al nivel de significancia α , tal como se indica a continuación:

$$X_T \pm S_e \cdot Z_\alpha$$

Remplazando en la ecuación, se obtiene:

$$S_e = \left[\frac{1}{25} \cdot (1 + 1,139 \cdot 3,09 + 1,1000 \cdot 3,09^2) \right]^{1/2} \cdot \sigma = 0,775 \cdot \sigma = 87,7 \text{ m}^3/\text{s}$$

El nivel de confianza se estima con $\alpha = \frac{1-\beta}{2} = \frac{1-0,9}{2} = 0,05 = 5\%$.

Luego, utilizando las tablas correspondientes a la distribución normal se obtiene $Z_\alpha = 1,645$.

Finalmente los limites de confianza son:

Superior: $X_T + S_e \cdot Z_\alpha = 2792,3 \text{ m}^3/\text{s}$

Inferior: $X_T - S_e \cdot Z_\alpha = 503,8 \text{ m}^3/\text{s}$

Pregunta N° 2.

En la cuenca ubicada en la VI región del país, cuyos datos geomorfológicos se indican, no existen información fluviométrica medida. Se pide estimar el hidrograma que se generaría con una lluvia de intensidad efectiva constante durante el tiempo de concentración de la cuenca.

Datos:

Intensidad de la lluvia efectiva [mm/hr[]	: 3
Longitud del Cauce Principal [km]	: 10
Longitud al centro de Gravedad [km]	: 7
Pendiente de la Cuenca	: 0,248
Desnivel Máximo [m]	: 680
Altura Media sobre. Pto. Salida [m]	: 300
Área [km²]	: 50

Cálculo Tiempo de concentración.

En primer lugar, se estima el tiempo de concentración de la cuenca con al fórmula de California

$$t_c = 0,95 \cdot \left(\frac{L^3}{H_{máx}} \right)^{0,385}$$

donde:

t_c	:	Tiempo de concentración (hr)
L	:	Longitud del cauce principal (Km)
$H_{máx}$:	Desnivel máximo de la cuenca (m)

Evaluyendo, se obtiene $t_c = 1,1$ hr.

Determinación Hidrograma Unitario

Dado que no existe ningún tipo de control fluviográfico, es imposible determinar un HU real y por lo tanto es necesario recurrir al HU sintético, cuyas expresiones de cálculo se presentan a continuación:

$$t_p = A \cdot \left(\frac{L \cdot L_G}{\sqrt{S}} \right)^B [hr]$$

$$q_p = C \cdot t_p^{-D} [l / s / Km^2] B$$

$$t_B = E * t_p^F$$

Para la VI Región se tienen los parámetros que se indican a continuación:

A	B	C	D	E	F
0.323	0.422	144.141	-0.796	5.377	0.805

Evaluando, se obtiene:

$$t_p = 2,6 \text{ [hr]}$$

$$q_p = 67,37 \text{ [l/s/mm/km}^2\text{]}$$

Previo a cualquier cálculo es necesario adoptar el tiempo unitario

$$t_u = t_p / 5,5 = 2,6 / 5,5 = 0,47 \text{ hr}$$

Redondeando, se tiene $t_u = 0,5 \text{ hr}$ y es necesario corregir t_p y q_p

$$t_p' = 2,61 \text{ [hr]}$$

$$q_p' = 67,16 \text{ [l/s/mm/km}^2\text{]}$$

$$t_B = 11,64 \text{ [hr]}$$

Ahora, conocidos los parámetros t_p' y q_p' es necesario determinar el hidrograma unitario, para lo cual se recurre el hidrograma unitario adimensional, es este caso se ha adoptado el de a SCS.

t/t _p	q/q _p
0	0
0.3	0.2
0.5	0.4
0.6	0.6
0.75	0.8
1	1
1.3	0.8
1.5	0.6
1.8	0.4
2.3	0.2
2.7	0.1

Hidrograma Unitario Adimensional SCS.

Multiplicando por t_p' y q_p' se obtiene:

t (hr)	Husint (l/s/mm/Km ²)
0.00	0.00
0.78	13.43
1.31	26.86
1.57	40.29
1.96	53.72
2.61	67.16
3.39	53.72
3.92	40.29
4.70	26.86
6.00	13.43
7.05	6.72
7.58	0.00

Al chequear si es unitario se obtuvo un monto total de 0,789 mm. Luego, es necesario corregir para que sea unitario por el factor $1 / 0,789$. Así, se obtiene:

t (hr)	HU correg (l/s/mm/Km ²)
0.0	0.0
0.8	17.0
1.3	34.0
1.6	51.1
2.0	68.1
2.6	85.1
3.4	68.1
3.9	51.1
4.7	34.0
6.0	17.0
7.0	8.5
7.6	0.0

Interpolando el hidrograma unitario a intervalos de duración $t_u = 0,5$ hr, se tiene:

t (hr)	HU Discretizado (l/s/mm/Km ²)
0.0	0.0
0.5	10.9
1.0	24.1
1.5	46.7
2.0	69.2
2.5	82.2
3.0	76.6
3.5	64.6
4.0	49.2
4.5	38.4
5.0	30.1
5.5	23.6
6.0	17.1
6.5	13.0
7.0	8.9
7.5	0.0

Duración de la Tormenta

Por enunciado se sabe que la duración de la tormenta es igual 1,1 hr (tiempo de concentración de la cuenca) y dado que el t_u es 0,5 hr, se ha adoptado una duración total igual a 1 hr (dos pulsos de precipitación efectiva).

El monto de precipitación en cada intervalo es:

$$P_{ef} = i_{ef} \cdot \Delta t = 3 \text{ mm/hr} \cdot 0,5 \text{ hr} = 1,5 \text{ mm.}$$

Cálculo Hidrograma de Escorrentía Directa

t (hr)	HU [l/s/km ² /mm]	Hietograma Pef [mm]		HU*P1 [l/s/km ²]	HU*P2 [l/s/km ²]	Suma [l/s/km ²]	HED (m3/s)
0.0	0.0	P1	1.5	0.0		0.0	0.0
0.5	10.9	P2	1.5	16.3	0.0	16.3	0.8
1.0	24.1	P3	0	36.1	16.3	52.4	2.6
1.5	46.7	P4	0	70.1	36.1	106.3	5.3
2.0	69.2	P5	0	103.8	70.1	173.9	8.7
2.5	82.2	P6	0	123.3	103.8	227.1	11.4
3.0	76.6	P7	0	115.0	123.3	238.3	11.9
3.5	64.6	P8	0	96.9	115.0	211.9	10.6
4.0	49.2	P9	0	73.8	96.9	170.8	8.5
4.5	38.4	P10	0	57.5	73.8	131.4	6.6
5.0	30.1	P11	0	45.2	57.5	102.7	5.1
5.5	23.6	P12	0	35.4	45.2	80.6	4.0
6.0	17.1	P13	0	25.6	35.4	61.0	3.1
6.5	13.0	P14	0	19.5	25.6	45.1	2.3
7.0	8.9			13.4	19.5	32.8	1.6
7.5	0.0			0.0	13.4	13.4	0.7
				0.0	0.0	0.0	0.0

Problema 3.

Para la cuenca que se esquematiza en la Figura N° 3.1, como parte del estudio de crecidas se analizan los hidrogramas registrados en la estación A, detectándose que en eventos de importancia la estación funciono inadecuadamente.

- i) Si en la estación B existe información registrada tanto en esos eventos como en otros periodos en que también se tiene información en A, se pide:
 - Indicar paso a paso el procedimiento que usaría para determinar el hidrograma en A en eventos no registrados.
 - Como usaría información pluviográfica existente?.
- ii) Considerando que los aportes intermedios en el tramo A-B son despreciables, determine el hidrograma en A (especialmente en el período en qu ocurre el caudal máximo) cuando en B se ha registrado el hidrograma indicado en la Tabla N° 3.1. Para estos efectos utilice la información derivada de crecidas concurrentes ocurridas anteriormente en los puntos A y B que se presenta en las figuras n° 3.2 a,byc.

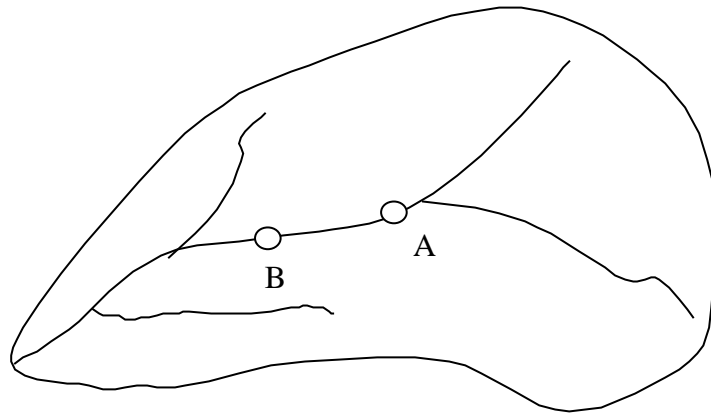


Figura N° 3.1 : Esquema Cuenca

T [hrs]	Q [m3/s]
0	5.0
1.5	5.4
3	8.7
4.5	14.7
6	23.4
7.5	32.9
9	39.0
10.5	32.9
12	24.9
13.5	19.2
15	13.5

Tabla N° 3.1 : Hidrograma registrado en punto B

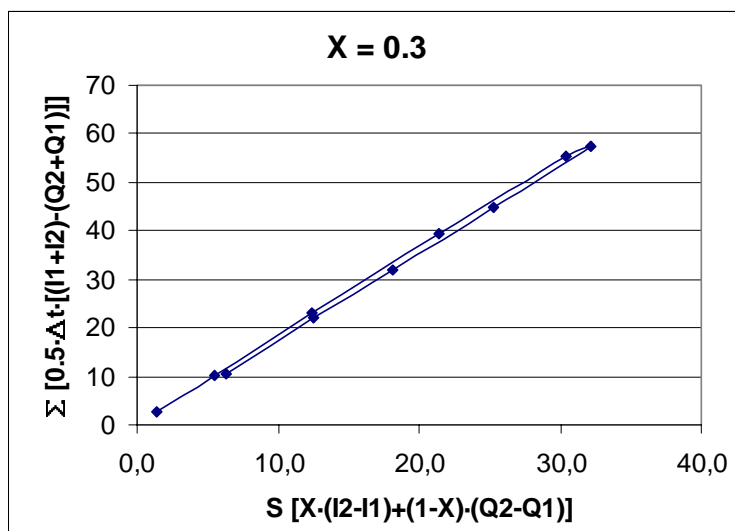


Figura N° 3.2 a : Método de Muskingum

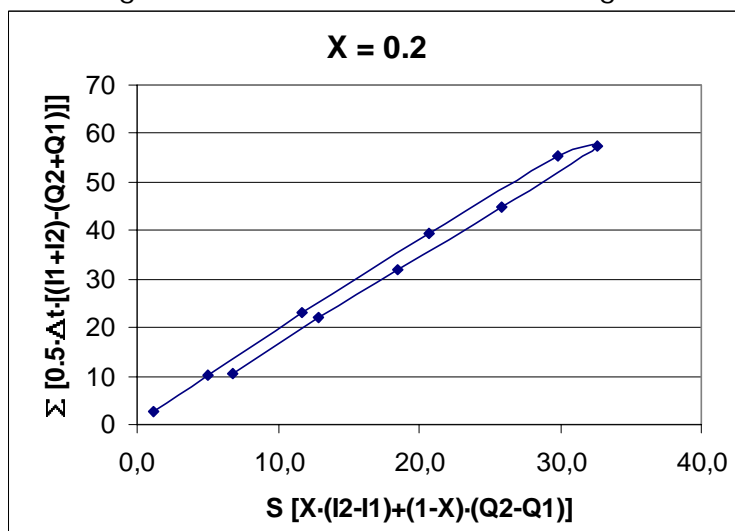


Figura N° 3.2 b : Método de Muskingum

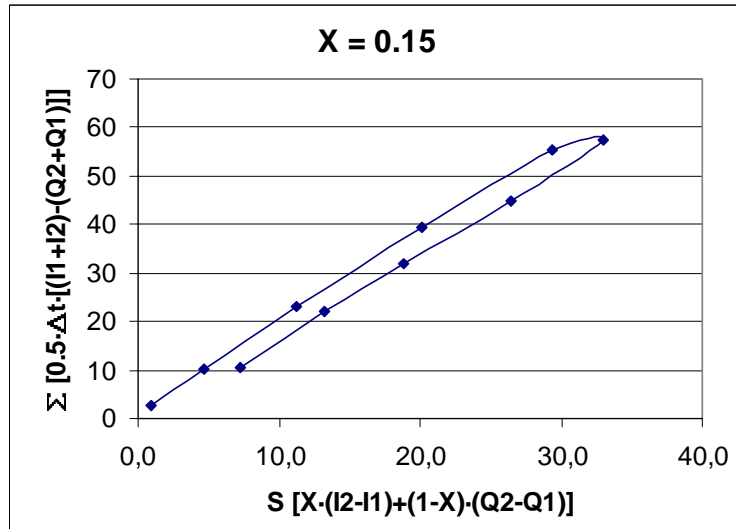


Figura N° 3.2 c : Método de Muskingum

Solución.

i)

En primer lugar y dado que no se indica nada en el enunciado supongo que la cuenca en estudio posee un régimen netamente pluvial.

Dado que se ha detectado que A registra inadecuadamente eventos mayores, es necesario establecer una metodología para estimar crecidas en dicho punto:

1. Seleccionar eventos concurrentes que hayan sido correctamente registrados en A y B.
2. Identificar y estimar la importancia de aportes intermedios en el tramo A y B.

2.1. Estimar la diferencia volumétrica entre el caudal registrado en A y en B, luego distribuir temporalmente dicha diferencia según el HUS o siguiendo la forma de los hidrogramas registrados en A o B.

- 2.2 Estimando directamente el hidrograma mediante el método del HUS, para la cual necesitaría estimar A, L, Lg, S, el hietograma de precipitación y alguna metodología (CN, índice ϕ , fórmula de Horton, etc.) para transformarla a precipitación efectiva.

Al hidrograma registrado en B debe restársele el aporte intermedio para respetar los supuestos del método de Muskingum, el cual para fines prácticos de denominará B'.

3. Calibrar los parámetros K y X del método de Muskingum considerando el hidrograma registrado en A y el hidrograma B'.
 4. Para alguna crecida no utilizada en el proceso de calibración, validaría los parámetros K y X obtenidos.
 5. Rastrear los eventos de interés desde el punto A hasta y B y agregar el aporte intermedio.
- **Como usaría información pluviográfica existente?.**

La información pluviográfica la utilizaría como entrada para el método del HU y así determinar el aporte intermedio del tramo A-B, el hidrograma obtenido lo compararía con el que se obtiene al restar los hidrogramas registrados en B y en A y en función de los resultados obtenidos en la comparación podría corregir algunos de los supuestos establecidos.

ii)

El método de Muskingum supone que el almacenamiento en un tramo de río es la combinación del efecto de cuña ($K \cdot X \cdot (I - Q)$) y prisma ($K \cdot Q$) como se aprecia en la Figura N° 3.3.

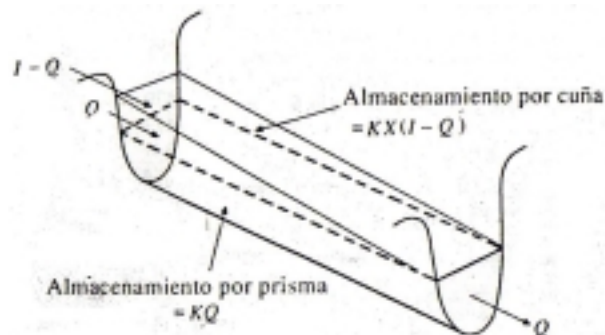


Figura N° 3.3 :Almacenamiento de Cuña y Prisma.

Donde K es un coeficiente de proporcionalidad y X un factor de ponderación que varía entre 0 y 0.5. Luego, el almacenamiento en el tramo se puede expresar como:

$$S = K \cdot [X \cdot I + (1 - X) \cdot Q]$$

Planteando a ecuación de continuidad, se tiene:

$$\Delta t \cdot \frac{(I_1 + I_2)}{2} - \Delta t \cdot \frac{(Q_1 + Q_2)}{2} = S_2 - S_1$$

Combinando ambas ecuaciones y reordenando términos se llega a la ecuación de muskingum:

$$Q_2 = C_1 \cdot I_2 + C_2 \cdot I_1 + C_3 \cdot Q_1$$

Donde:

$$C_1 = \frac{-K \cdot X + (\Delta t / 2)}{K(1 - X) + (\Delta t / 2)}$$

$$C_2 = \frac{K \cdot X + (\Delta t / 2)}{K(1 - X) + (\Delta t / 2)}$$

$$C_3 = \frac{K \cdot (1 - X) - (\Delta t / 2)}{K(1 - X) + (\Delta t / 2)}$$

$$C_1 + C_2 + C_3 = 1.$$

El Δt utilizado debe cumplir la siguiente restricción $2 \cdot K \cdot X \leq \Delta t \leq K$

Los valores de K y X se pueden estimar básicamente de dos formas:

1. A través de métodos gráficos, tal como se muestra en las Figuras N° 3.3 a, b y c.
2. Mediante métodos “ empíricos” y realizado ciertos supuestos:
 - K puede estimarse como la diferencia temporal entre el CG de los hidrogramas afluentes y efluentes del tramo.
 - X puede estimarse en función de las características geométricas del cauce ($0 \leq X \leq 0.5$).

Dado que en este caso conozco el hidrograma registrado aguas abajo (Q) y necesito determinar el hidrograma en A (aguas arriba, I), se necesita despejar I_2 en función de las demás variables.

$$I_2 = \frac{Q_2 - C_2 \cdot I_1 - C_3 \cdot Q_1}{C_1}$$

Al analizar las Figuras N° 3.3 a, b y c se aprecia que la de mejor ajuste corresponde a figura a, la cual arroja un valor de $X = 0.3$ y $K = 1.8$ (pendiente).

En primer lugar , es necesario determinar $C_1 = 0.104$, $C_2 = 0.642$ y $C_3 = 0.254$.

Δt debe cumplir que:

$$2 \cdot K \cdot X \leq \Delta t \leq K$$

$$2 \cdot 1.8 \cdot 0.3 \leq \Delta t \leq 1.8$$

$$1.08 \leq \Delta t \leq 1.8$$

Finalmente y por simplicidad, adoptó $\Delta t = 1.5$ hrs.

1º Intervalo (0 y 1.5 hrs).

$$Q_2 = 5.4 \text{ m}^3/\text{s} \text{ (De Tabla N° 3.1)}$$

$$Q_1 = 5.0 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$I_1 = 5 \text{ m}^3/\text{s} \text{ (supongo que es igual a } Q_1 \text{).}$$

Despejando se obtiene $I_2 = 9 \text{ m}^3/\text{s}$.

2º Intervalo (1.5 y 3 hrs).

$$Q_2 = 8.7 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$Q_1 = 5.4 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$I_1 = 9 \text{ m}^3/\text{s}$$

Despejando se obtiene $I_2 = 15.3 \text{ m}^3/\text{s}$.

3º Intervalo (3 y 4.5 hrs).

$$Q_2 = 14.7 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$Q_1 = 8.7 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$I_1 = 15.3 \text{ m}^3/\text{s}$$

Despejando se obtiene $I_2 = 25 \text{ m}^3/\text{s}$.

4º Intervalo (4.5 y 6 hrs).

$$Q_2 = 23.4 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$Q_1 = 14.7 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$I_1 = 25 \text{ m}^3/\text{s}$$

Despejando se obtiene $I_2 = 35 \text{ m}^3/\text{s}$.

Finalmente, se obtiene:

T [hrs]	0	1.5	3	4.5	6	7.5	9	10.5	12	13.5	15
I Estim [m³/s]	5	9	15.3	25	35	42.55	32.1	22.85	18	12.6	5