

CI41C – HIDROLOGÍA
AUXILIAR CONTROL # 2

Sem : Primavera 2005
Prof : Ximena Vargas

Problema 1.

En una cuenca costera ubicada en la VIII Región, se registro en forma simultanea el hietograma y el hidrograma (ver Figura N° 2) asociado a una tormenta, los cuales se presentan la Tabla N° 1 y N° 2 respectivamente.

Considerando, lo anterior se solicita ud.:

Calcular el hietograma de precipitación efectiva asociado a la tormenta, el índice ϕ y el valor de la Curva Número.

A partir de los datos de precipitación y considerando la formula racional estime el caudal máximo asociado a la crecida.

Otros Antecedentes

Área Total de la Cuenca = 24,1 km²,
Largo de la Cuenca = 11 km
 $\Delta h = 400$ m

Intervalo [Hr]	I [mm/hr]
0,25	3
0,5	4,5
0,75	6
1	20
1,25	35
1,5	28
1,75	20
2	5
2,25	6
2,5	15
2,75	0,8
3	1

Tabla N° 1: Hietograma de Precipitación

t [hrs]	Q [m ³ /s]
0	3
1	3
2	6
3	15
4	34
5	33
6	39
7	30
8	18
9	15
10	12
11	6
12	3

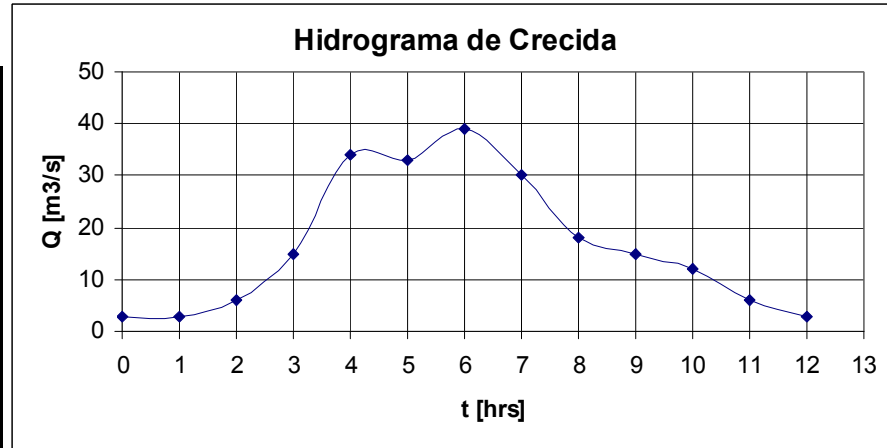


Tabla N° 2 y Figura N° 1: Hidrograma de Crecida

Solución:

Parte a).

Determinación Hidrograma de Precipitación Efectiva.

Suponiendo que se trata de una cuenca de régimen pluvial, a partir del hidrograma de la crecida puedo determinar el volumen de escorrentía directa que se generó durante la tormenta.

Para llevar a cabo lo anterior, es necesario restar al hidrograma de escorrentía total el flujo base, en este caso se utilizó por simplicidad el método de la línea recta ($Q = 3 \text{ m}^3/\text{s}$).

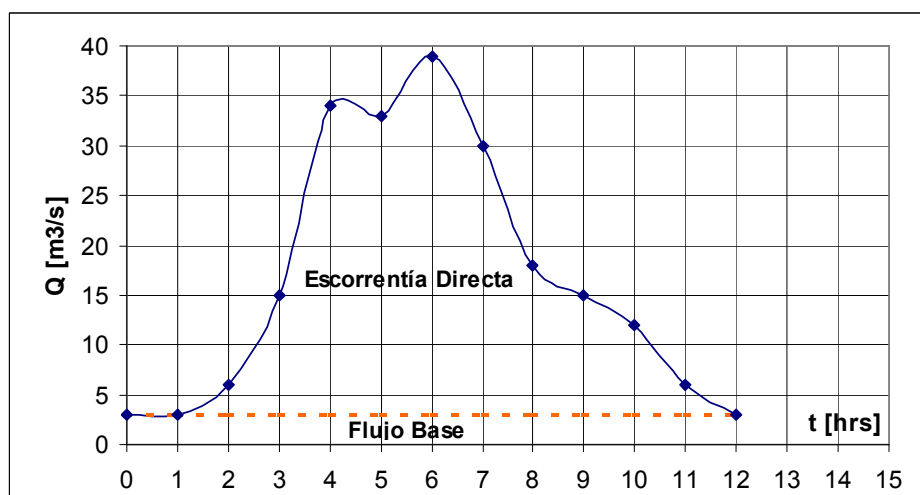


Figura N° 2: Hidrograma de Escorrentía y Flujo Base.

Luego, el hidrograma de escorrentía directa es la resta directa del hidrograma observado y el flujo base. El área bajo el hidrograma se estima con la siguiente fórmula:

$$V_{ED} = \sum_{i=1}^n \frac{(Q_{EDi} + Q_{EDi+1})}{2} \cdot \Delta t_i \cdot 3600$$

Donde:

V_{ED} = Volumen de Escorrentía directa [m^3]

Q_{EDi} = Caudal de Escorrentía Directa [m^3/s]

Δt_i = Intervalo de Tiempo entre i e $i+1$ [hr].

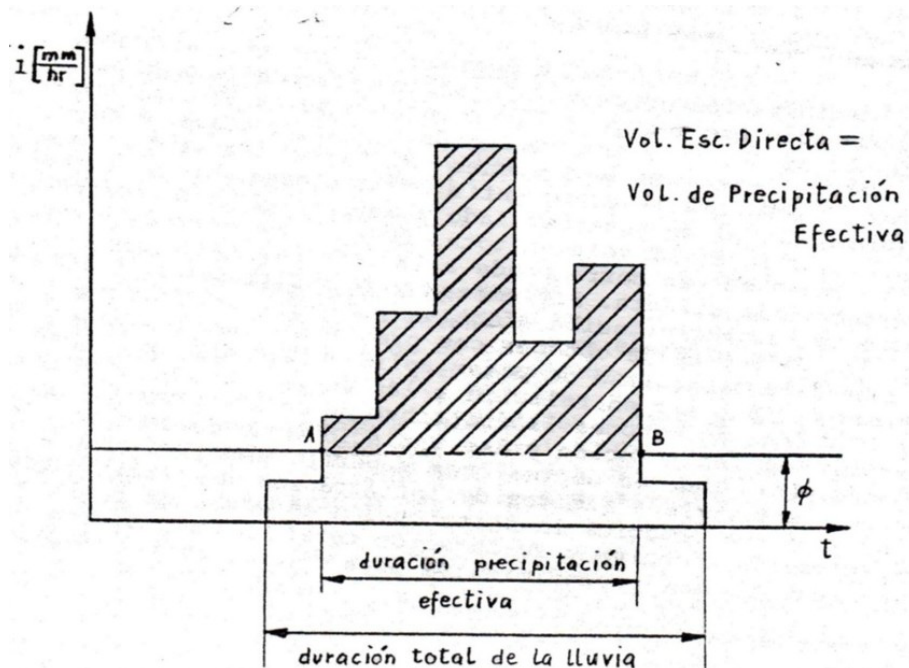
Los cálculos anteriormente descritos se presentan en la Tabla N° 3.

t [hrs]	Q_{ED} [m^3/s]	ΔV_{ED} [m^3]
0	0	
1	0	0
2	3	5400
3	12	27000
4	31	77400
5	30	109800
6	36	118800
7	27	113400
8	15	75600
9	12	48600
10	9	37800
11	3	21600
12	0	5400
$\Sigma \Delta V_{ED}$ [m^3]		640,800
A [km^2]		24.1
A [m^2]		24,100,000
Pef [m]		0.0266
Pef [mm]		26.6

Tabla N° 3 : Cálculo de Hidrograma de Escorrentía Directa y Precipitación Efectiva.

Determinación del Hietograma de Precipitación Efectiva.

Para determinar el hietograma de precipitación efectiva, en este caso se utilizará el método del índice ϕ (Ver Figura N° 3). Dicho índice se define como la intensidad de lluvia promedio por sobre la cual el volumen de lluvia es igual al volumen de escorrentía directa.



Fuente : "Elementos de Hidrología". Espildora y Brown.

Figura N° 3: Esquema Índice ϕ .

El cálculo del índice ϕ se realiza en forma iterativa, y se compara el valor de precipitación efectiva estimada con el índice ϕ con el observado (hidrograma).

Por ejemplo, para $\phi = 1 \text{ mm/hr}$, 2 mm/hr y 4 mm/hr , se obtienen los resultados que se presentan en la Tabla N° 4.

Intervalo [Hr]	I [mm/hr]	P [mm]	I_{ef} [mm/hr]	Pef [mm]
0.25	3	0.75		
0.5	4.5	1.125	3.5	0.875
0.75	6	1.5	5	1.25
1	20	5	19	4.75
1.25	35	8.75	34	8.5
1.5	28	7	27	6.75
1.75	20	5	19	4.75
2	5	1.25	4	1
2.25	6	1.5	5	1.25
2.5	15	3.75	14	3.5
2.75	0.8	0.2	0	0
3	1	0.25	0	0
ΣP [mm]		36.1	ΣP_{EF} [mm]	32.6

Tabla N° 4 : Cálculo Hietograma de Precipitación Efectiva , $\phi = 1 \text{ mm/hr}$.

Intervalo [Hr]	I [mm/hr]	I _{ef} [mm/hr]	P _{ef} [mm]
0.25	3		
0.5	4.5	2.5	0.625
0.75	6	4	1
1	20	18	4.5
1.25	35	33	8.25
1.5	28	26	6.5
1.75	20	18	4.5
2	5	3	0.75
2.25	6	4	1
2.5	15	13	3.25
2.75	0.8	0	0
3	1	0	0
ΣP_{EF} [mm]			30.4

Tabla N° 5: Cálculo Hietograma de Precipitación Efectiva , $\phi = 2$ mm/hr.

Intervalo [Hr]	I [mm/hr]	I _{ef} [mm/hr]	P _{ef} [mm]
0.25	3		
0.5	4.5	0.5	0.125
0.75	6	2	0.5
1	20	16	4
1.25	35	31	7.75
1.5	28	24	6
1.75	20	16	4
2	5	1	0.25
2.25	6	2	0.5
2.5	15	11	2.75
2.75	0.8	0	0
3	1	0	0
ΣP_{EF} [mm]			25.9

Tabla N° 6: Cálculo Hietograma de Precipitación Efectiva , $\phi = 4$ mm/hr.

Iterando el valor del índice ϕ , finalmente se obtiene $\phi = 3.68$ mm/hr.

Intervalo [Hr]	I [mm/hr]	P [mm]	I _{ef} [mm/hr]	P _{ef} [mm]
0.25	3	0.75		
0.5	4.5	1.125	0.82	0.20
0.75	6	1.5	2.32	0.58
1	20	5	16.32	4.08
1.25	35	8.75	31.32	7.83
1.5	28	7	24.32	6.08
1.75	20	5	16.32	4.08
2	5	1.25	1.32	0.33
2.25	6	1.5	2.32	0.58
2.5	15	3.75	11.32	2.83
2.75	0.8	0.2	0.00	0.00
3	1	0.25	0.00	0.00
ΣP [mm]		36.1	ΣP_{EF} [mm]	26.6

Tabla N° 7: Cálculo Hietograma de Precipitación Efectiva , $\phi = 3.68$ mm/hr.

Propuesto: Determinar el Hietograma de precipitación efectiva con el método de la Curva Número y analizar sus ventajas y desventajas.

Cálculo del Valor de la Curva Número.

Tomando como base el método SCS, cuya expresión de cálculo que relaciona la precipitación efectiva (Pef) en función de la precipitación total (P) y retención potencial máxima de la cuenca (S), tal como se muestra a continuación:

$$Pe = \frac{(P - 0.2 \cdot S)^2}{P + 0.8 \cdot S} \text{ y } S = 25400 / \text{CN} - 254$$

A partir de dicha expresión y despejando S, se obtiene una ecuación cuadrática como se indica a continuación:

$$0.04 \cdot S^2 - (0.4 \cdot P + 0.8 \cdot Pe) \cdot S + P^2 - Pe \cdot P = 0$$
$$a \cdot S^2 - (b) \cdot S + c = 0$$

Conociendo P = 36.1 mm y Pe = 26.6 mm, se obtiene :

$$a = 0.04$$

$$b = -35.72$$

$$c = 342.950$$

Así, se obtiene S₁ = 883.3 mm y S₂ = 9.7 mm, el segundo valor es el que tiene sentido físico.

Luego,

$$\text{CN} = 25400 / (S + 254) = 96.3$$

El valor obtenido es muy alto, probablemente se debe a que no se está trabajando con datos reales.

Parte b).

El Método Racional estima el caudal máximo a través de la siguiente fórmula:

$$Q_T = C \cdot i_{tc}^T \cdot A / 3.6$$

Donde:

Q^T : Caudal máximo asociado al período de retorno T (m³/s)

C : Coeficiente de escorrentía de la cuenca

i_{tc}^T : Intensidad máxima de lluvia en el tiempo de concentración de la cuenca, para un período de retorno T (mm/hr)

A : Área de la cuenca aportante (Km²)

El tiempo de concentración se estima con la fórmula de California

$$t_c = 0,95 \cdot \left(\frac{L^3}{H_{máx}} \right)^{0,385} = 0,95 \cdot \left(\frac{11^3}{400} \right)^{0,385} = 1.5 Hr$$

Donde:

t_c : Tiempo de concentración de la cuenca [hr]
 L : Longitud del cauce principal [Km]
 $H_{Máx}$: Desnivel entre el inicio del cauce Principal y el punto estudiado [m]
 A : Área de la cuenca [Km²]

Luego, hay que identificar del hietograma de precipitación en que intervalo de duración 1.5 hr ocurre la mayor cantidad de precipitación (ver Tabla N° 4).

Por inspección se obtiene que la máxima cantidad de precipitación efectiva se tiene entre las horas 0.75 y 2.25 horas y es igual a $P_{ef} = 22.98$ mm (Usando la Tabla N° 7). En este caso $C \cdot i_{tc}^T$ se reemplaza por i_{tc}^{ef} .

Finalmente, $i_{tc}^T = 22.98 \text{ mm} / 1.5 \text{ hr} = 15.32 \text{ mm/hr}$.

$$Q_{Máx} = 15.22 \text{ mm/hr} \cdot 24.1 \text{ km}^2 / 3.6$$

$$Q_{Máx} = 101.9 \text{ m}^3/\text{s}.$$

Problema 2. Análisis de Frecuencia

En la VIII región, específicamente en la cuenca del río Mulchén, se encuentra en estudio el proyecto de una bocatoma de un canal alimentador de una central hidroeléctrica y por tanto se requiere determinar el caudal de diseño de la obra de seguridad. Como criterio de diseño se ha definido una vida útil de 50 años y un riesgo de falla por causas hidrológicas de 40% en dicho período.

Como parte del estudio de crecidas correspondiente, se realizó el análisis de frecuencia de la serie de caudales máximos instantáneos anuales registrados en la estación Mulchén en Mulchén (cercana al punto de interés) en el periodo 1963-2004, los parámetros estadísticos se presentan en la Tabla N° 1.

Serie	Promedio [m ³ /s]	Desviación Estandar [m ³ /s]	Coef. Asimetria
Q	136.43	72.32	0.169
LN Q	4.71	0.77	-1.462

Tabla N° 1: Parámetros Estadísticos

Los resultados del análisis de frecuencia se muestran en la Tabla N° 2 y Figuras N° 1 a N° 5.

Parametros	Normal	Log-Normal	Pearson	Log-Pearson	Gumbel
χ^2 (Calculado)	3.64	11.24	3.58	4.74	5.11
χ^2 (0.05)	9.49	9.49	7.81	7.81	9.49
Test	Aceptado	Rechazado	Aceptado	Aceptado	Aceptado
χ^2 (Calc) / χ^2 (0.05)	0.38	1.18	0.46	0.61	0.54

Tabla N° 2 : Resultados del Test Chi-Cuadrado.

A partir de la visita a terreno y basándose en consultas a los habitantes del sector, revisión de diversos antecedentes recopilados de la región (tales como registros de precipitaciones, información periodística, etc.) y en evidencias hidropaleológicas se pudo establecer que la mayor crecida registrada corresponde a la mayor ocurrida en el periodo 1905 a 2004.

En base a los antecedentes disponibles se solicita a ud.:

- Determinar el caudal de diseño de la mencionada obra y los límites de confianza asociados para un nivel de confianza del 80%.
- La probabilidad de que la obra falle en el año 15.
- La probabilidad de que durante la vida útil de la obra, se produzca al menos una falla.

FIGURA 1
ANALISIS DE FRECUENCIAS - DISTRIBUCION NORMAL
CAUDAL MÁXIMO INSTANTANEO - MULCHEN EN MULCHEN

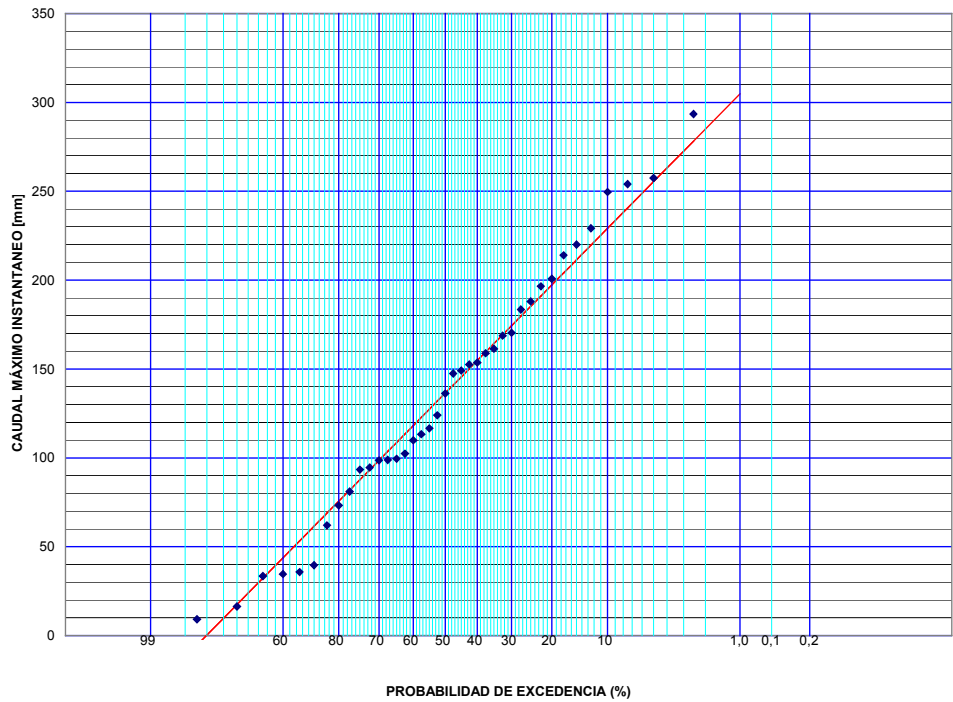


FIGURA 2
ANALISIS DE FRECUENCIAS - DISTRIBUCION LOG-NORMAL
CAUDAL MÁXIMO INSTANTANEO - MULCHEN EN MULCHEN

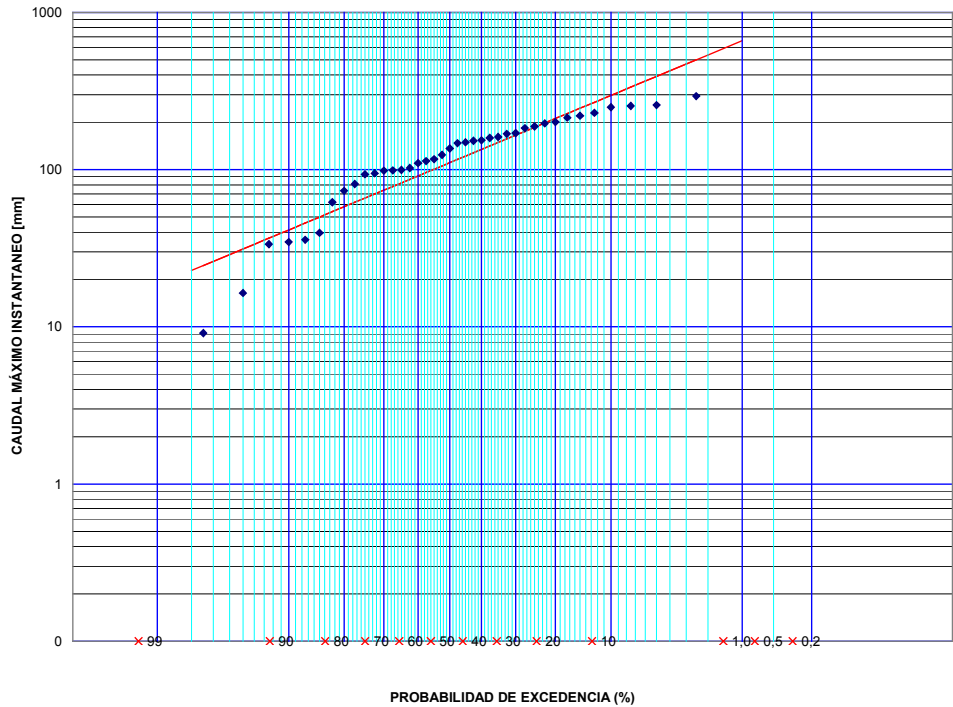


FIGURA 3
ANALISIS DE FRECUENCIAS - DISTRIBUCION PEARSON
CAUDAL MÁXIMO INSTANTANEO - MULCHEN EN MULCHEN

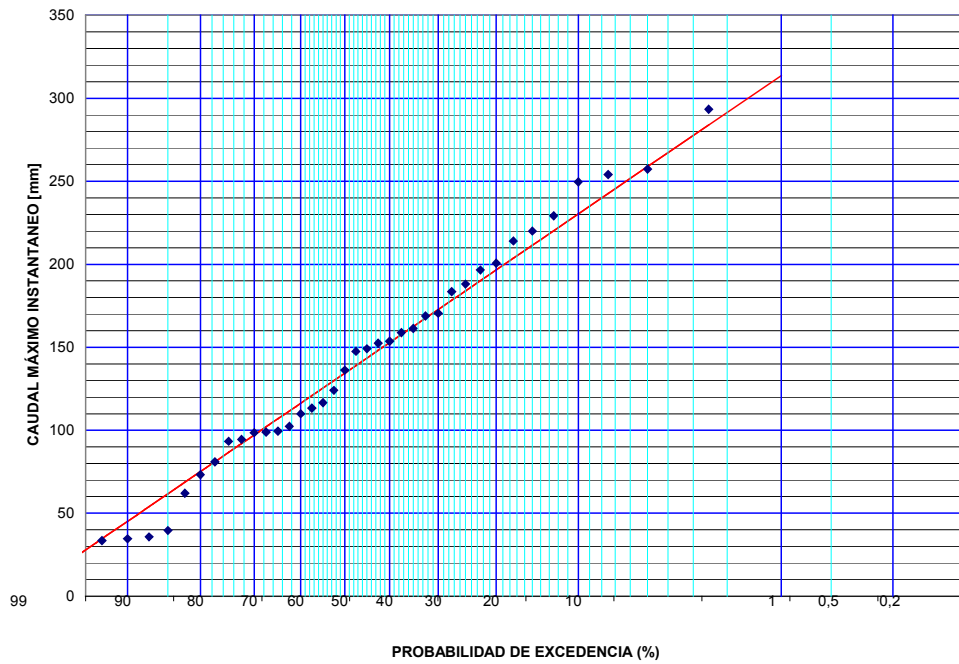


FIGURA 4
ANALISIS DE FRECUENCIAS - DISTRIBUCION LOG-PEARSON
CAUDAL MÁXIMO INSTANTANEO - MULCHEN EN MULCHEN

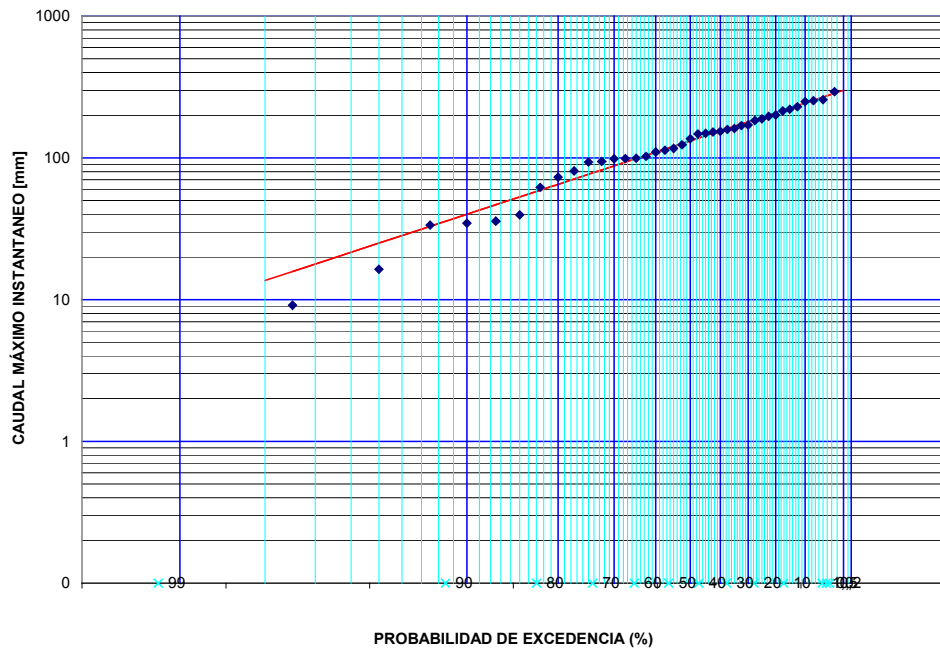
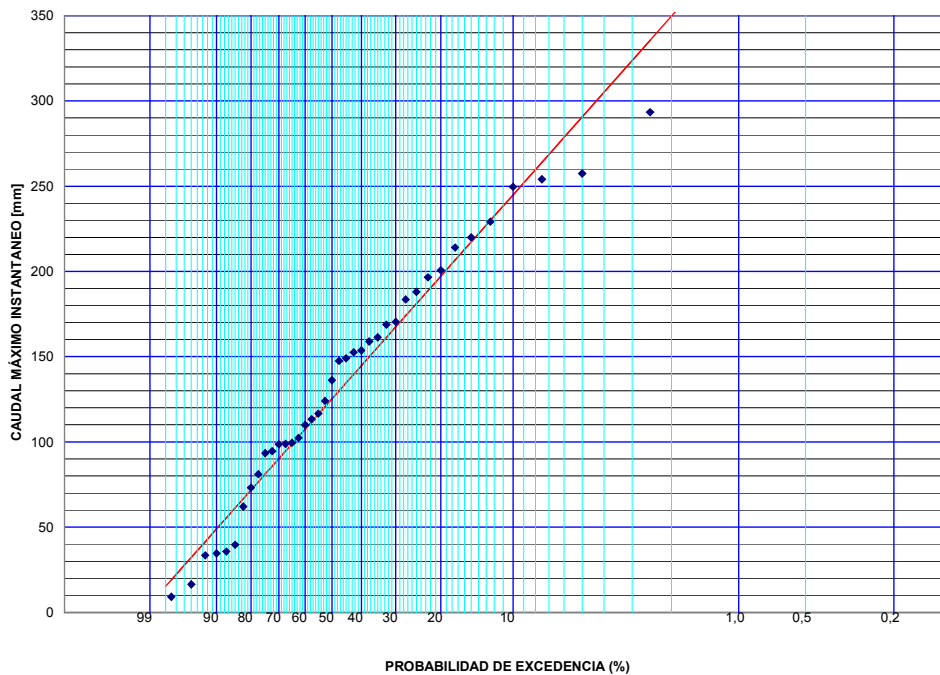


FIGURA 5
ANÁLISIS DE FRECUENCIAS - DISTRIBUCION GUMBEL
CAUDAL MÁXIMO INSTANTANEO - MULCHEN EN MULCHEN



Solución Problema 2.

a)

$$R = 40\%$$

$$n = 50 \text{ años}$$

$$R = 1 - \left(1 - \frac{1}{T}\right)^n$$

Despejando y evaluando, se obtiene:

$$\frac{1}{T} = 1 - (1 - R)^{\frac{1}{n}} = 1 - (1 - 0.4)^{\frac{1}{50}} \Rightarrow T = 98.4 \text{ años}$$

Para fines prácticos, se adopta $T = 100$ años.

Por enunciado, se indica que el máximo valor registrado es el mayor en el periodo 1905 a 2004, luego, se debe asignar a dicho valor un periodo de retorno de $T = 100$ años.

Luego, al realizar el análisis gráfico debe desplazarse el valor máximo al punto correspondiente a $p = 1/100 = 0.01 = 1\%$.

Por inspección de los gráficos modificados, asociados al análisis de frecuencia y tomando en consideración los analíticos, se elige la distribución normal como la de mejor ajuste.

Nota: Tomando en cuenta que los resultados, tanto analíticos como gráficos, obtenidos para las distribuciones Normal y Pearson III son muy similares, se podría seleccionar la distribución Pearson como la de mejor ajuste.

Propuesto: Realizar el análisis considerando la selección de la distribución Pearson.

$$Q_T = \mu + K_T \cdot \sigma$$

Par calcular el coeficiente de frecuencia asociada a la distribución normal, pueden utilizarse las siguientes expresiones:

$$w = \left[\ln\left(\frac{1}{p^2}\right) \right]^{\frac{1}{2}} \quad (0 < p \leq 0.5), \text{ si } p > 0.5 \text{ p es sustituye por } 1-p.$$

$$z = K_T = w - \frac{2.515517 + 0.802853 \cdot w + 0.010328 \cdot w^2}{1 + 1.432788 \cdot w + 0.189269 \cdot w^2 + 0.001308 \cdot w^3}$$

Evalando, se obtiene $w = 0.33$ y $K_T = 2.33$, luego,

$$Q_T = \mu + K_T \cdot \sigma = 136.43 + 2.33 \cdot 72.32 = 304,9 \text{ m}^3/\text{s}.$$

Limites de Confianza.

Para la distribución Normal puede utilizarse la siguiente fórmula:

$$S_e = \left[\frac{2 + z^2}{n} \right]^{1/2} \cdot \sigma$$

y los limites de confianza quedan referidos al nivel de significancia α , tal como se indica a continuación:

$$X_T \pm S_e \cdot Z_\alpha$$

Remplazando en la ecuación, se obtiene:

$$S_e = \left[\frac{2 + 2.33^2}{42} \right]^{1/2} \cdot 72.32 = 30.41 \text{ m}^3/\text{s}.$$

El nivel de significancia se estima con $\alpha = \frac{1-\beta}{2} = \frac{1-0.8}{2} = 0.1 = 10\%$.

Luego, utilizando las expresiones indicadas con anterioridad con $p = 0.1$ (10%), $w = 2.15$ y $Z_\alpha = 1.28$.

Finalmente, los límites de confianza son:

Superior: $X_T + S_e \cdot Z_\alpha = 343.7 \text{ m}^3/\text{s}$

Inferior: $X_T - S_e \cdot Z_\alpha = 265.8 \text{ m}^3/\text{s}$

b) La probabilidad que falle en el año 15 es:

$$P(\text{obra falle en año 15}) = \left(1 - \frac{1}{T}\right)^{14} \cdot \left(\frac{1}{T}\right) = \left(1 - \frac{1}{100}\right)^{14} \cdot \left(\frac{1}{100}\right) = 0.00868 = 0.86\%.$$

c) La probabilidad que la obra falle al menos dos veces durante la vida útil de la obra:

$P(\text{la obra falle al menos dos veces}) = P(2 \text{ o } + \text{ crecidas})$, expresándola como el complemento,

$$P(\text{la obra falle al menos dos veces}) = 1 - P(1 \text{ crecidas}) - P(0 \text{ crecidas})$$

$$= 1 - \binom{50}{1} \left(1 - \frac{1}{T}\right)^{49} \cdot \left(\frac{1}{T}\right) - \binom{50}{0} \left(1 - \frac{1}{T}\right)^{50} \cdot \left(\frac{1}{T}\right)^0$$

$$= 1 - \binom{50}{1} \left(1 - \frac{1}{100}\right)^{49} \cdot \left(\frac{1}{100}\right)^1 - \binom{50}{0} \left(1 - \frac{1}{T}\right)^{50} \cdot \left(\frac{1}{T}\right)^0 = 0.0894 = 9\%.$$

Problema 3

Durante su practica de vacaciones en la DGA se ha recibido una solicitud de derechos de aguas para uso consuntivo en el punto C (ver figura 1), a usted se le encarga realizar el análisis correspondiente, para lo cual se tienen los siguientes antecedentes:

1. Aguas abajo del punto en que se solicitan los derechos, el caudal mínimo, debe ser igual al caudal ecológico. El caudal Ecológico puede estimarse como el 10% del caudal medio anual o como el caudal que se excede el 90% del tiempo.
2. Aguas abajo del punto B existen derechos ya otorgados por 2,5 m³/s
3. La información disponible es la siguiente:

Estación	Caudal Medio Diario	Caudales Máximos Instantáneos	Precipitaciones Diarias
A	1991-2000	1996-2000	1991-2000
B	1999-2000	-	1991-2000

Tabla N° 1: Tipo y Años Disponibles para las Estaciones que se indica.

4. La empresa que solicita los derechos de aguas ha realizado estudios hidrológicos a partir de los datos disponibles en el punto B (Ver Figura N° 3), a base de los cuales su petición es por 1,0 m³/s con un 80 % de seguridad.

En particular a usted se le pide:

- a) Indicar que antecedentes recopilaría para efectuar el análisis y como los utilizaría.
- b) Determinar el caudal (derecho de agua) que otorgaría a la empresa.
- c) Considerando que existen extracciones aguas arriba del punto B, en que forma cambiaría el análisis propuesto en la parte a).

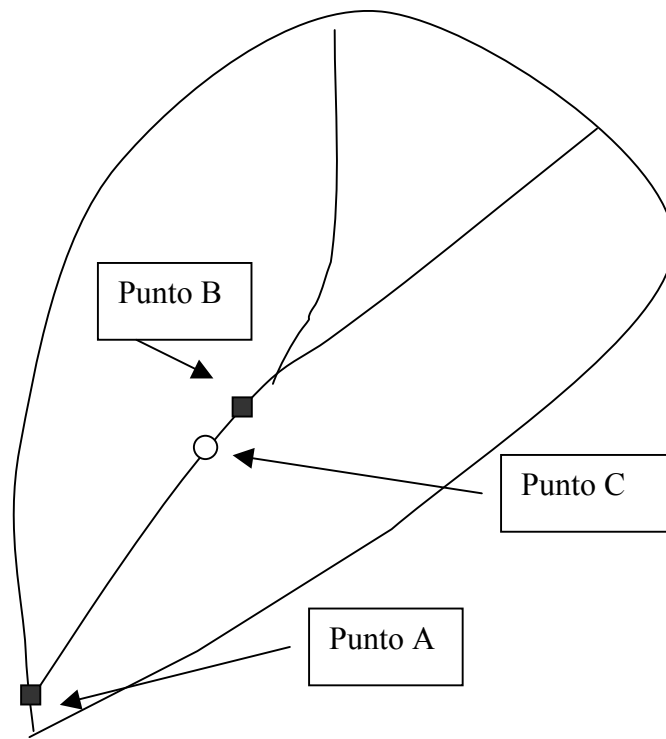


Figura N° 1: Esquema de la cuenca en estudio.

Curva de Duración
Estación A - Periodo 1999-2000

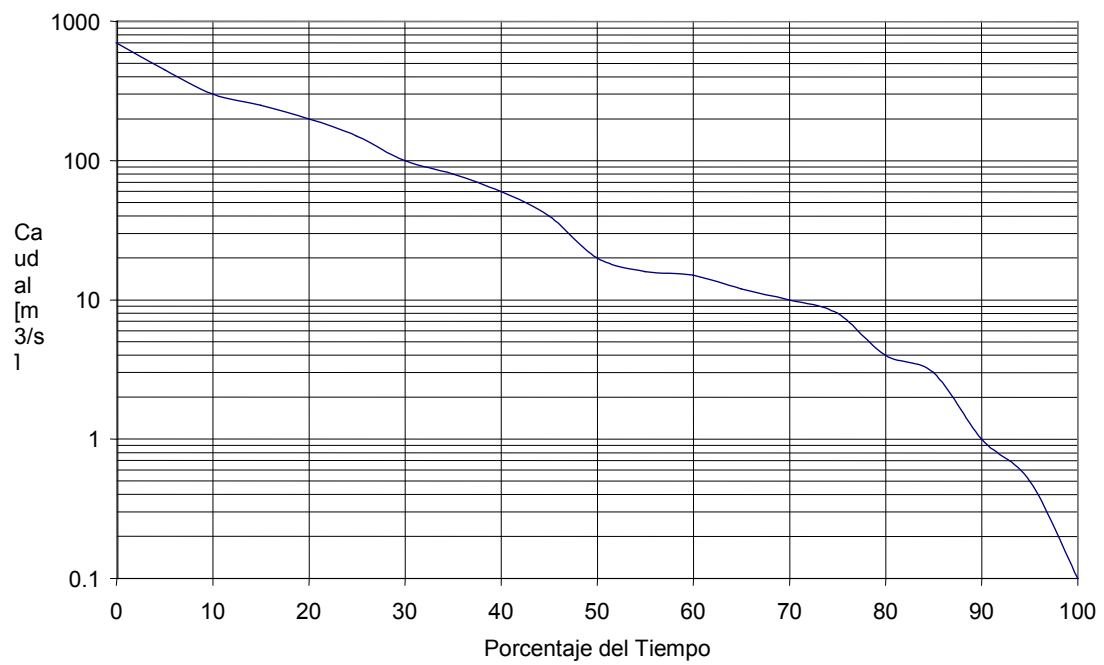


Figura N° 2.

Curva de Duración
Estación B - Periodo 1999-2000

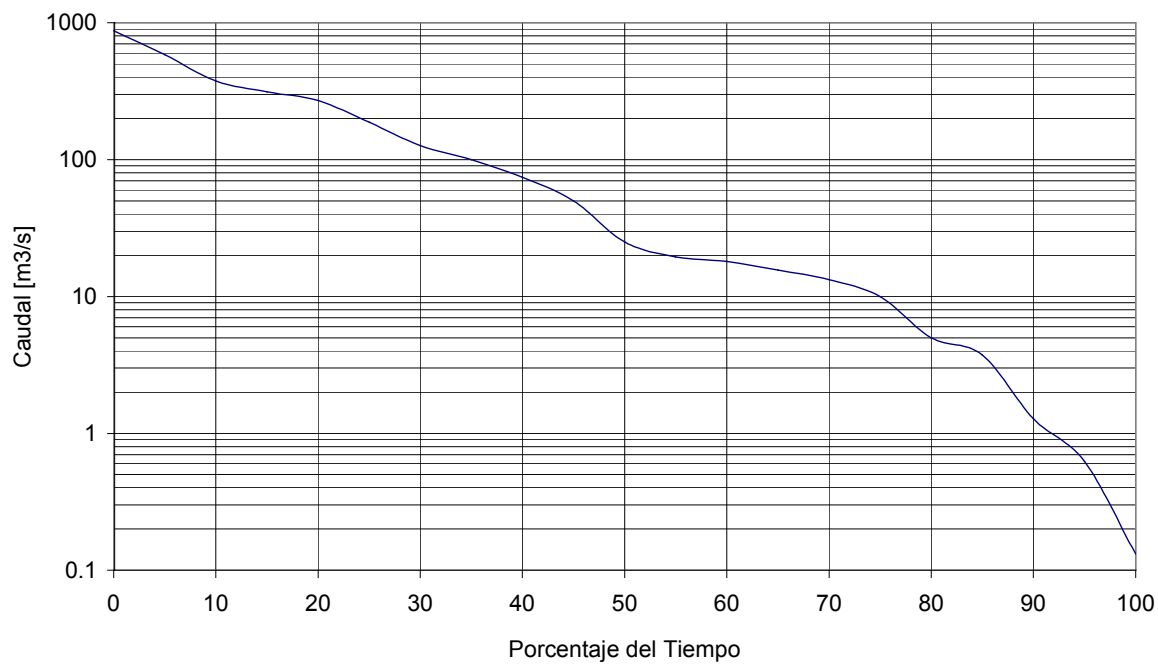


Figura N° 3

Curva de Duración
Estación A - Periodo 1991-2000

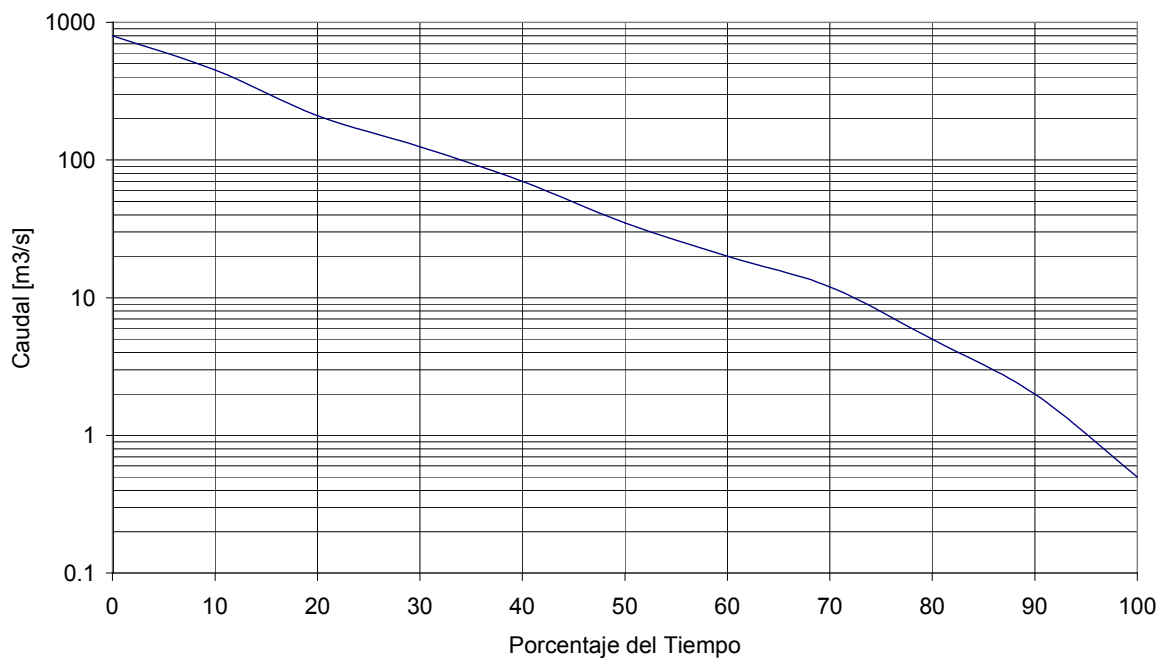


Figura N° 4

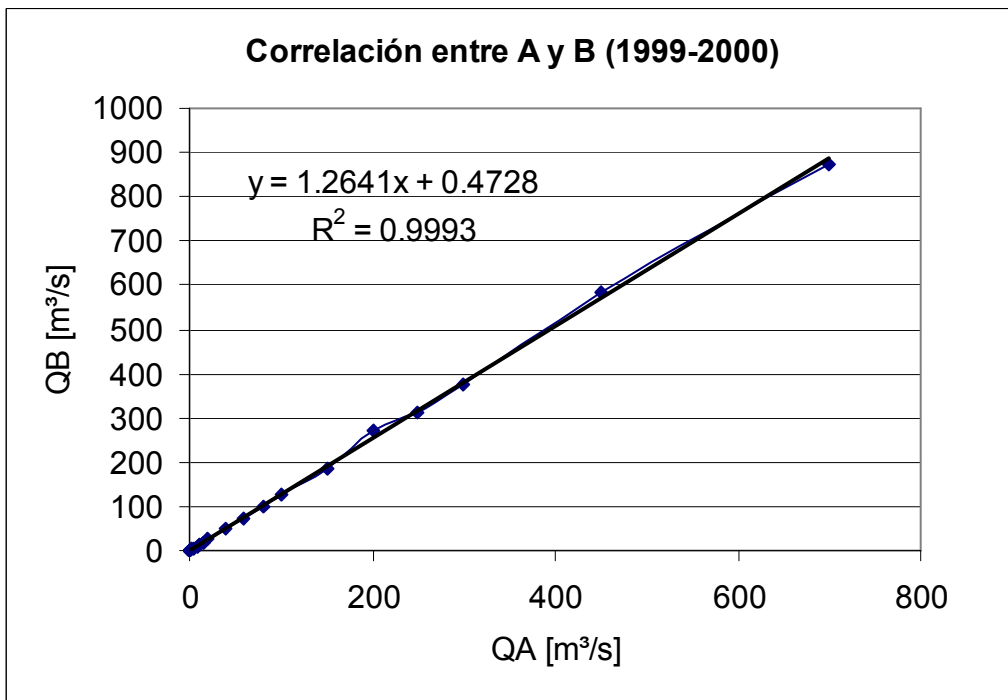
Solución Problema 3.

a)

- Realizar visita a terreno a las estaciones fluviométricas A y B para verificar la bondad de sus registros.
- Verificar extracciones no controladas aguas arriba.
- Verificar que la estadística disponible es sólo del año 1999-2000.
- Preparar datos de caudales medios diarios (chequear años hidrológicos completos).
- Construir curva de duración en B partir de los registros disponibles en A (extendiendo los registros).
- Establecer metodología para estimar el caudal ecológico.
- Tomar decisión acerca del caudal otorgado.

b) Dado que los registros de la estación B son excesivamente cortos cualquier conclusión que se extraiga a partir de sus registros puede inducir a errores en el análisis.

En primer lugar, es necesario correlacionar los datos de las estaciones A y B para el periodo común (1999-2000), tal como se muestra a continuación:



$$QB = 1.26 \cdot QA + 0.4728$$

De la Figura N° 4 (C.Dur en A (1991-2000)) y entrando con 80%, se obtiene:

Determinación Caudal Ecológico.

-10% del caudal medio anual

$$QA50\% = 35 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$QB50\% = 1.26 \cdot QA50\% + 0.4728 = 44.6 \text{ m}^3/\text{s}.$$

$$Q_{\text{ecol}} = 0.1 \cdot QB50\% = 4.5 \text{ m}^3/\text{s}.$$

Caudal que se excede el 90% del tiempo.

$$QA90\% = 1.8 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$QB90\% = 1.26 \cdot QA90\% + 0.4728 = 2.7 \text{ m}^3/\text{s}.$$

En este caso, se adopta $Q_{\text{ecol}} = 2.7 \text{ m}^3/\text{s}$.

Determinación Disponibilidad 80%.

$$QA80\% = 5 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$\text{Luego, } QB80\% = 1.26 \cdot QA80\% + 0.4728 = 6.8 \text{ m}^3/\text{s}.$$

El caudal disponible para otorgar derechos es:

$$Q_{\text{dispon}} = 6.8 - 2.7 - 2.5 = 1.6 \text{ m}^3/\text{s}.$$

=> Otorgó los $1.5 \text{ m}^3/\text{s}$ que solicita la empresa.

c) El análisis a realizar sería muy similar al efectuado en a), pero deberían cuantificarse las extracciones aguas arriba y corregir las estadísticas a régimen natural en función de los datos recopilados.

Atte,

Ricardo González V.
Prof. Auxiliar CI41C.
Sem. Primavera 2005.