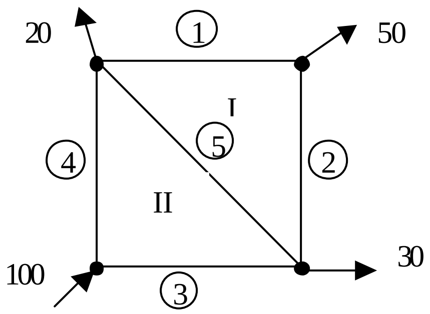
EJEMPLO METODO DE CROSS

Considérese la red de tuberías siguiente, que consiste de 2 circuitos y 5 tuberías:



Datos:

i) Todas las tuberías están en régimen turbulento con paredes hidrodinámicamente rugosas.

$$\Rightarrow n_i = 2 \qquad i = 1, \ldots, 5$$

ii) Valores de r_i/r_0

Tubería	(r_i/r_0)
1	5
2	1
3	4
4	2
5	1

Como se vió en clase, la ecuación para el cálculo de la corrección del caudal en cada tramos es:

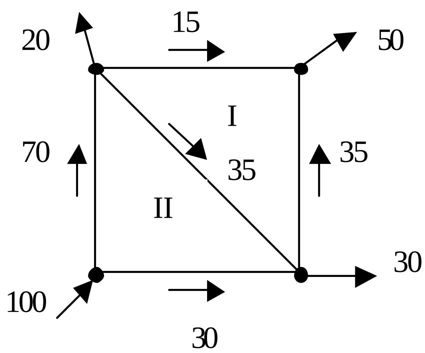
$$\Delta Q = -\frac{\sum_i \frac{Q_i}{|Q_i|} \left(\frac{r_i}{r_0}\right) |Q_i|^2}{\sum_i 2 \left(\frac{r_i}{r_0}\right) |Q_i|}$$

Solución:

- **Primera Iteración:** Suponiendo distribución arbitraria de caudales Q_i

Tubería	**Q_i**	
	I	**II**
1	15	
2	-35	
3		-30
4		70
5	-35	35

Nota: La distribución arbitraria debe respetar la condición de que en cada nudo el caudal total que entra debe ser igual que el caudal total que sale.



Cálculo de ΔQ:

Tubería	$\frac{Q_i}{\lvert Q_i\rvert}\left(\frac{r_i}{r_0}\right)\lvert Q_i\rvert^2$		$2\left(\frac{r_i}{r_0}\right)\lvert Q_i\rvert$	
	I	**II**	**I**	**II**
1	1125		150	
2	-1225		70	
3		-3600		240
4		9800		280
5	-1225	1225	70	70
Σ	-1325	7425	290	590

$$\Delta Q_I = -(-1325) / 290 = +4.57$$

$$\Delta Q_{II} = -7425 / 590 = -12.58$$

Corrigiendo los caudales Q_i:

Tubería	Q_i	
	I	II
1	15 + 4.57 = 19.57	
2	-35 + 4.57 = -30.43	
3		-30 – 12.58 = -42.58
4		70 – 12.58 = 57.42
5	-35 + 4.57 + 12.58 = -17.85	35 – 12.58 – 4.57 = 17.85

Nota: Como la tubería 5 pertenece a ambos circuitos, la corrección se efectúa como:

En circuito I: $Q_5^1 = Q_5^0 + \Delta Q_I - \Delta Q_{II}$

En circuito II: $Q_5^1 = Q_5^0 - \Delta Q_I + \Delta Q_{II}$

- **Segunda Iteración:**

Cálculo de ΔQ:

Tubería	$\frac{Q_i}{\|Q_i\|}(\frac{r_i}{r_0})\|Q_i\|^2$		$2(\frac{r_i}{r_0})\|Q_i\|$	
	I	II	I	II
1	1914.92		195.70	
2	-925.98		60.86	
3		-7252.23		340.64
4		6594.11		229.68
5	-318.62	318.62	35.70	35.70
Σ	670.32	-339.50	292.26	606.02

$$\Delta Q_I = -(670.32) / 292.26 = -2.29$$

$$\Delta Q_{II} = -(-339.50) / 606.02 = +0.56$$

Corrigiendo los caudales Q_i:

Tubería	Q_i	
	I	II
1	19.57 – 2.29 = 17.28	
2	-30.43 – 2.29 = -32.72	
3		-42.58 – 0.56 = -42.02
4		57.42 + 0.56 = 57.98
5	-17.85 – 2.29 – 0.56 = -20.70	17.85 + 0.56 + 2.29 = 20.70

- **Tercera Iteración:**

Cálculo de ΔQ:

Tubería	$\frac{Q_i}{\lvert Q_i \rvert}(\frac{r_i}{r_0})\lvert Q_i \rvert^2$		$2(\frac{r_i}{r_0})\lvert Q_i \rvert$	
	I	**II**	**I**	**II**
1	1492.99		172.80	
2	-1070.60		65.44	
3		-7062.72		336.16
4		6723.36		231.92
5	-428.49	428.49	41.40	41.40
Σ	-6.10	89.13	279.64	609.48

$$\Delta Q_I = -(-6.10) / 279.64 = +0.02$$

$$\Delta Q_{II} = -(89.13) / 609.48 = -0.15$$

Nota: Estas correcciones equivalen a un porcentaje del caudal conducido en cada tubería correspondiente aproximadamente a:

Circuito I: < 0.1 %
Circuito II: < 0.7%

Corrigiendo los caudales Q_i:

Tubería	Q_i	
	I	**II**
1	17.28 + 0.02 = 17.30	
2	-32.72 + 0.02 = -32.70	
3		-42.02 – 0.15 = -42.17
4		57.98 – 0.15 = 57.83
5	-20.70 + 0.02 + 0.15 = -20.53	20.70 - 0.15 – 0.02 = 20.53

Notas: Como la corrección ΔQ es pequeña, puede considerarse ésta como la solución del problema. Si se desea más precisión debe continuarse con una siguiente iteración.

Es importante notar que en cada iteración se verifica que en cada nudo el caudal total que entra es igual al caudal total que sale.

Conocida la distribución de caudales en la red, la cota piezométrica en cada nudo se calcula usando la ecuación de Bernoulli.