

Auxiliar 5

CC50Q

Prof: Pedro Ortega C. <peortega@dcc.uchile.cl>
Aux: Francisco Claude F. <fclaude@dcc.uchile.cl>

7 de septiembre de 2005

Pregunta 1

Sea S una fuente binaria que emite un 1 con probabilidad p_i y un 0 con probabilidad p_j . Se define S^n como el conjunto de todas las cadenas de longitud n sobre S .

- a) Muestre que $H(S^2) = 2H(S)$.
- b) ¿Es esto válido en general?

Pregunta 2

Considere la siguiente codificación para números naturales $n \in \mathbb{N}_0 = \{0, 1, 2, \dots\}$

$$\{\mathbf{1}, 010, 011, 00100, 00101, 00110, 00111, 0001000, \dots\}$$

donde los m primeros ceros indican que el número será codificado con m bits tras el uno separador (destacado aquí con negrita). Como ejemplo, se tiene que $c(0) = 1$, $c(3) = 00100$ y $c(8) = 0001001$.

- a) Demuestre que esta codificación es *únicamente decodificable y completa*.
- b) Modifique la codificación anterior para obtener códigos *únicamente decodificables* para conjuntos de enteros de largo variable.

Pregunta 3

Se desea comprimir un texto con Huffman, la distribución de caracteres es la siguiente:

$$\{(a, 15), (b, 10), (c, 12), (d, 4), (e, 6)\}$$

- a) ¿Cuál es el largo promedio esperado por caracter?
- b) ¿Cuál es el largo esperado del texto comprimido?

- c) ¿Qué podría afectar, haciendo que esto no se cumpla en la práctica?
- d) Ejecute el algoritmo paso a paso

Pregunta 4

Un canal binario con borrado de entrada x y salida y tiene la siguiente matriz de transición:

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} 1-q & 0 \\ q & q \\ 0 & 1-q \end{bmatrix}$$

- a) Encuentre la *información mutua* $I(X;Y)$ entre la entrada y salida para cualquier distribución de probabilidad $\{p_0, p_1\}$ en la entrada.
- b) Muestre que la *capacidad* de este canal es $C = 1 - q$ bits.

Pregunta 5

Un canal Z tiene una matriz de transición

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} 1 & q \\ 0 & 1-q \end{bmatrix}$$

Muestre que, utilizando un código de bloque $(2, 1)$, *dos* usos del canal Z pueden ser utilizados para emular *un* uso del canal binario con borrado e indique su probabilidad de borrado. Es decir, muestre que la capacidad C_Z de este canal satisface $C_Z \geq \frac{1}{2}(1 - q)$ bits.