# Auxiliar 3
# CC50Q

Prof: Pedro Ortega <peortega@dcc.uchile.cl>
Aux: Francisco Claude <fclaude@dcc.uchile.cl>

17 de agosto de 2005

## Problema 1

Se sabe que una variable aleatoria $X$ puede ser modelada mediante la distribución de probabilidad:

$$P(x|w) = \frac{1}{Z(\mathbf{w})} \exp\left(\sum_k w_k f_k(x)\right)$$

donde $f_k(x)$ son conocidas y los parámetros $\mathbf{w} = [w_1, w_2 \ldots]$ son desconocidos. Se suministra un conjunto de $N$ puntos. Muestre que en el conjunto de máxima verosimilitud para $\mathbf{w}_{\mathrm{MV}}$ se cumple:

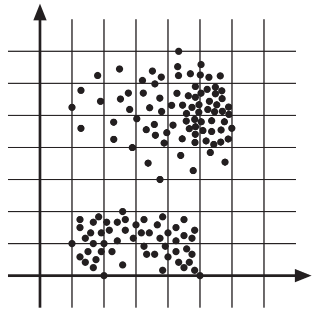
$$\sum_x P(x|\mathbf{w}) f_k(x) = \frac{1}{N} \sum_n f_k(x^{(n)})$$

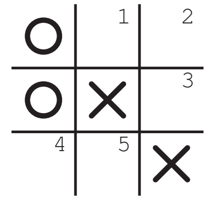
## Problema 2

Se tiene un conjunto de datos $\mathcal{X} = \{\mathbf{x}^i\}_i \subset \mathbb{R}^2$ ilustrado en la figura 1 (la grilla es unitaria). Se desea ajustar un modelo que represente la densidad de probabilidad de estos puntos, dados por dos rectángulos $R_1(\mathbf{p}_1, \mathbf{q}_1)$ y $R_2(\mathbf{p}_2, \mathbf{q}_2)$, donde $\mathbf{p}_i$ y $\mathbf{q}_i$ son la esquina superior-izquierda y la esquina inferior-derecha del rectángulo $i$-ésimo respectivamente. La densidad de un punto sería:

$$P(\mathbf{x}|R_1, R_2) = \begin{cases} 1/A_1 & \text{si } \mathbf{x} \in R_1 \land \mathbf{x} \notin R_2 \\ 1/A_2 & \text{si } \mathbf{x} \notin R_1 \land \mathbf{x} \in R_2 \\ 1/A_1 + 1/A_2 & \text{si } \mathbf{x} \in R_1 \land \mathbf{x} \in R_2 \\ 0 & \text{en caso contrario} \end{cases}$$

donde $A_i$ es el área cubierta por el rectángulo $i$-ésimo. Encuentre la estimación de máxima verosimilitud para los parámetros del modelo.






## Problema 3

Ud. tiene la configuración ilustrada en la figura de un juego de gato.

1. Plantee el espacio de estados, el espacio de acciones. En base a éstos, dibuje el árbol de estados que emerge a partir de las transiciones posibles.

2. Identifique las probabilidades condicionales del problema. Observe que éstas tienen la forma

$$P(\text{estado}_{t+1}, \text{acción-enemigo}_{t+1}, \text{estado}_{t+2} | \text{acción}_t, \text{estado}_t)$$

3. Plantee una función de utilidad para el problema. Nótese que sólo son necesarios 3 valores distintos.

4. Plantee la forma óptima de jugar. Nótese que la esperanza de la utilidad de calcula recursivamente a partir de las hojas del árbol. Esto es conocido como Expectimax.

5. Ahora, considere que el contrincante siempre juega con la mejor alternativa. Observe que las probabilidades condicionales toman valores concretos, y la estrategia se convierte en el algoritmo Minimax.