

# Problema Inferencia Bayesiana

Francisco Claude Faust  
fclaude@dcc.uchile.cl

3 de agosto de 2005

## Problema

Supongamos que la distribución a priori para la proporción  $p$  de artículos defectuosos que produce una máquina es:

$p$		0.1	0.2
$P(p)$		0.6	0.4

Encuentre la tabla de la distribución de  $p$  a posteriori si una muestra aleatoria de tamaño 2 da 1 artículo defectuoso.

## Solución

Primero calculamos  $P(n, p)$ . Esto se puede obtener fácilmente utilizando la siguiente propiedad:

$$P(n, p) = P(n|p)P(p)$$

Por lo tanto, determinamos  $P(n|p)$ , que corresponde a una binomial, obteniendo:

$$P(n|p) = \binom{2}{n} p^n (1-p)^{2-n}$$

Luego calculamos  $P(n)$  como:

$$P(n) = \sum_p P(n, p) = \sum_p P(n|p)P(p)$$

Usando la tabla inicial, planteamos:

$$P(n) = \binom{2}{n} 0,1^n (0,9)^{2-n} 0,6 + \binom{2}{n} 0,2^n (0,8)^{2-n} 0,4$$

Reemplazando  $n = 1$  y calculando se obtiene:

$$P(n = 1) = 0,236$$

Finalmente usando bayes, tenemos:

$$P(p|n) = \frac{P(n|p)P(p)}{P(n)}$$

Calculando esto, podemos determinar las probabilidades a posteriori, obteniendo la siguiente tabla:

p	0.1	0.2
$P(p n = 1)$	0.458	0.542

De esto deducimos que es más probable que  $p$  haya válido 0.2, lo que es de esperarse luego de ver los resultados del experimento, que a su vez, es poco representativo.