Pauta Ejercicio 1 - CC50Q
Teoría de la Información y Redes Neuronales

Prof: Pedro Ortega <peortega@dcc.uchile.cl>
Aux: Francisco Claude <fclaude@dcc.uchile.cl>

1 de agosto de 2005

Se seleccionan al azar dos repuestos para un bolígrafo de una caja que contiene tres repuestos azules, dos rojos y tres verdes.

Si x es el número de repuestos azules e y es el número de repuestos rojos que se seleccionan:

1. Determine los arreglos $X = (x, A_X, P_X)$ y $Y = (y, A_Y, P_Y)$.
2. Encuentre el arreglo conjunto XY. En particular, describa la probabilidad conjunta $P(x, y)$.
3. Calcule $P((x, y) \in A)$, donde A es la región $\{(x, y)|x + y \leq 1\}$
4. Concluya sobre la independencia de X e Y.

Solución

1. Los arreglos de probabilidad son:

$$
\begin{aligned}
A_x &= \{0, 1, 2\} \\
P_x &= \{\frac{5}{8} \times \frac{4}{7}, \frac{3}{8} \times \frac{5}{7} + \frac{5}{8} \times \frac{3}{7}, \frac{3}{8} \times \frac{2}{7}\} \\
P_x &= \{\frac{5}{14}, \frac{15}{28}, \frac{3}{28}\} \\
A_y &= \{0, 1, 2\} \\
P_y &= \{\frac{6}{8} \times \frac{5}{7}, \frac{2}{8} \times \frac{6}{7} + \frac{6}{8} \times \frac{2}{7}, \frac{2}{8} \times \frac{1}{7}\} \\
P_y &= \{\frac{15}{28}, \frac{6}{14}, \frac{1}{28}\}
\end{aligned}
$$

2.
$$A_{xy} = \{(0,0),(1,0),(2,0),(0,1),(1,1),(2,1),(0,2),(1,2),(2,2)\}$$

Calculando las probabilidades de forma similar a la parte (1) tenemos:

$$\begin{aligned}
P(0,0) &= \frac{3}{8} \times \frac{2}{7} \\
P(1,0) &= \frac{3}{8} \times \frac{3}{7} + \frac{3}{8} \times \frac{3}{7} \\
P(2,0) &= \frac{3}{8} \times \frac{2}{7} \\
P(0,1) &= \frac{3}{8} \times \frac{2}{7} + \frac{2}{8} \times \frac{3}{7} \\
P(1,1) &= \frac{3}{8} \times \frac{2}{7} + \frac{2}{8} \times \frac{3}{7} \\
P(1,2) &= 0 \\
P(2,0) &= \frac{2}{8} \times \frac{1}{7} \\
P(2,1) &= 0 \\
P(2,2) &= 0
\end{aligned}$$

3. La región $A = \{(x,y)|x+y \leq 1\}$ corresponde a las tuplas $\{(0,0),(0,1),(1,0)\}$, por lo tanto:

$$\begin{aligned}
P((x,y) \in A) &= P(0,0) + P(0,1) + P(1,0) \\
P((x,y) \in A) &= (\frac{3}{8} \times \frac{2}{7}) + (\frac{3}{8} \times \frac{2}{7} + \frac{2}{8} \times \frac{3}{7}) + (\frac{3}{8} \times \frac{3}{7} + \frac{3}{8} \times \frac{3}{7}) \\
P((x,y) \in A) &= \frac{9}{14}
\end{aligned}$$

4. Luego para concluir sobre la independencia de las variables, se sabe que:

$$X, Y \ \texttt{indep} \ \Leftrightarrow \forall (x,y) \in X \times Y, P(x,y) = P(x)P(y)$$

Pero se sabe que $P(2,2) = 0$ y que $P(x = 2) > 0$ y $P(y = 2) > 0$, por lo tanto no se cumple $P(x,y) = P(x)P(y)$, luego las variables son dependientes.

Saludos,
Francisco Claude F.