CC30b - Guía 1

23 de Agosto

1 Inducción y Lenguajes

1. Defina inductivamente el conjunto Σ^* a partir de ϵ y Σ.
2. Usando lo anterior, defina inductivamente la concatenación de cadenas.
3. Pruebe inductivamente que la concatenación es asociativa.
4. Defina inductivamente la funcion de inversión w^R, que dada una cadena w la escribe de atrás hacia adelante.
5. Pruebe usando inducción que $(w^R)^R = w$.
6. Pruebe que si v es subcadena de w, v^R es subcadena de w^R.
7. Defina el *orden lexicográfico* o *diccionario*: $a < b$ si a precedería b en un diccionario normal.
8. Muestre que
   (a) $\{\epsilon\}^* = \{\epsilon\}$
   (b) para todo lenguaje L, $(L^*)^* = L^*$
   (c) si a y b son símbolos distintos, $\{a,b\}^* = \{a\}^*\{\{b\}\{a\}^*\}^*$
   (d) para todo lenguaje L, $\emptyset L = L\emptyset = \emptyset$
9. Dé ejemplos de cadenas que estén y que no estén en estos conjuntos, donde $\Sigma = \{a,b\}$
   (a) $\{w/ \text{ para algún } u \in \Sigma\Sigma,\ w = uu^Ru\}$
   (b) $\{w/ww = www\}$
   (c) $\{w/ \text{ para algún } u \text{ y } v,\ uvw = wvu\}$
   (d) $\{w/ \text{ para algún } u,\ www = uu\}$
10. Bajo qué circunstancias $L^+ = L^* - \{\epsilon\}$?

2 Lenguajes Regulares

1. Qué lenguaje representa la expresión $(((a^*a)b) \bigcup b)$?
2. Reescriba las siguientes expresiones regulares de una forma más simple
   (a) $\emptyset^* \bigcup a^* \bigcup b^* \bigcup (a \bigcup b)^*$
   (b) $((a^*b^*) * (b^*a^*)^*)^*$
   (c) $(a^*b)^* \bigcup (b^*a)^*$

(d) $(a \bigcup b)^* a (a \bigcup b)^*$

3. Sea $\Sigma = \{a, b\}$. Escriba expresiones regulares para los siguientes conjuntos

   (a) Las cadenas en Σ^* con no más de 3 a's.

   (b) Las cadenas en Σ^* con una cantidad de a's divisible por 3.

   (c) Las cadenas en Σ^* con exactamente una ocurrencia de la subcadena aaa.

4. Pruebe que si L es regular, también lo es $L' = \{uw/u$ es cualquier cadena y $w \in L\}$, mediante hallar una expresión regular para L'.

5. Cuáles de las siguientes afirmaciones son verdaderas? Explique.

   (a) $baa \in a^*b^*a^*b^*$

   (b) $b^*a^* \bigcap a^*b^* = a^* \bigcup b^*$

   (c) $a^*b^* \bigcap c^*d^* = \emptyset$

   (d) $abcd \in (a(cd)^*b)^*$