

Auxiliar 1

1.- DESCRIPCIÓN INFORMAL DE MODELOS

Una empresa del área tecnológica está encargada de realizar un nuevo tipo de reloj digital para lanzar al mercado. Ante esto, le encarga a usted que realice el comienzo de la simulación, por lo que debe hacer, como una primera instancia, una descripción informal del modelo representado por un reloj digital con 2 dígitos por campo (en horas, minutos y segundos).

2.- PROBABILIDADES

Variable aleatoria

Una función que asocia un número real, perfectamente definido, a cada punto muestral.

A veces las variables aleatorias (v.a.) están ya implícitas en los puntos muestrales.

Los conjuntos pueden ser:

discretos: número finito o infinito numerable de elementos.

continuos: número infinito no numerable de elementos.

Las v.a. definidas sobre espacios muestrales discretos se llaman v.a. discretas y las definidas sobre espacios muestrales continuos se llaman continuas.

Una v.a. puede ser continua, aunque nosotros sólo podamos acceder a un subconjunto finito de valores. P.e. la presión arterial es una v.a. continua pero sólo podemos acceder a un conjunto finito de valores por la limitación de los aparatos de medida.

En general, las *medidas* dan lugar a v.a. continuas y los *conteos* a v.a. discretas.

Inducción de la probabilidad a variables aleatorias

Las v.a permiten definir la probabilidad como una función numérica (*de variable real*) en lugar de como una función de conjunto como se había definido antes

Ejemplo: Tiramos una moneda 3 veces. Representamos cara por c y cruz por z.

$$\Omega = \{ccc, ccz, czc, zcc, czz, zcz, zzc, zzz\}$$

La probabilidad de cada suceso elemental es $1/8$. Por ejemplo $p(ccc)=1/8$, ya que la probabilidad de sacar cara en una tirada es $1/2$ según la definición clásica y las tiradas son independientes.

Definimos la v.a. X : número de caras, que puede tomar los valores $\{0, 1, 2, 3\}$. Se buscan todos los puntos muestrales que dan lugar a cada valor de la variable y a ese valor se le asigna la probabilidad del suceso correspondiente.

x	Sucesos	p_x
0	{zzz}	1/8
1	{czz, zcz, zzc}	3/8
2	{ccz, czc, zcc}	3/8
3	{ccc}	1/8

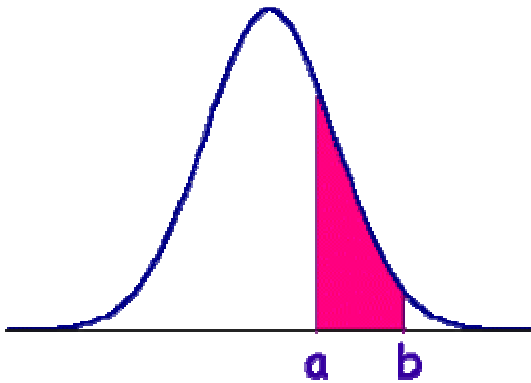
A esta función se le denomina *función densidad de probabilidad (fdp)*, que desgraciadamente "funciona" de distinta manera en las variables discretas que en las continuas. En el caso de las variables discretas, como en el ejemplo, es una función que para cada valor de la variable da su probabilidad.

Ejemplo: Supongamos la variable *tipo histológico* de un tumor, con los valores 1, 2, 3, 4. Si la *fdp* fuera

x	f(x)
1	0,22
2	0,27
3	0,30
4	0,21

significaría que la probabilidad del tipo 2 es 0,27, etc.

Para variables continuas la probabilidad de que una variable tome **cualquier** valor concreto es 0, por lo tanto la *fdp* sólo permite calcular la probabilidad para un intervalo del tipo $(a < X < b)$, mediante el área bajo la curva de la *fdp*.



Para las variables aleatorias de interés hay tablas, y programas de ordenador, donde buscar esos valores.

Distribución acumulativa o función de distribución

$$F(x) = p(X \leq x)$$

Para el ejemplo:

x	f(x)	F(x)
0	1/8	1/8
1	3/8	4/8
2	3/8	7/8
3	1/8	8/8

y para el ejemplo:

x	f(x)	F(x)
1	0,22	0,22
2	0,27	0,49

3	0,30	0,79
4	0,21	1

Parámetros característicos de una *fdp*

Valor esperado o esperanza matemática o media

$$\mu_x = E[x] = \begin{cases} \sum_x x f(x) & \text{caso dis.} \\ \int_{-\infty}^{\infty} x f(x) dx & \text{caso cont.} \end{cases}$$

si X es una v.a. cualquier función de ella, h(x), es también una v.a., en consecuencia también se define este parámetro para una función de v.a.

$$\mu_h = E[h(x)] = \begin{cases} \sum_x h(x) f(x) & \text{c. d.} \\ \int_{-\infty}^{\infty} h(x) f(x) dx & \text{c. c.} \end{cases}$$

Varianza:

Se define como:

$$\sigma_x^2 = E[(X - \mu_x)^2]$$

aunque para el cálculo se suele usar esta otra fórmula equivalente:

$$\sigma_x^2 = E[X^2] - \mu_x^2$$

¿Qué mide la varianza? Mide la dispersión de la variable alrededor de la media.