EJEMPLO 13-6 El piñón cónico de la figura 13-35 gira a 600 rpm en el sentido que se indica y transmite 5 hp a la rueda. Las distancias de montaje, la ubicación de todos los cojinetes y los radios de paso promedios del piñón y de la rueda se ilustran en la figura. Por simplicidad, los dientes se sustituyeron por conos de paso. Los cojinetes *A* y *C* deben tomar las cargas de empuje. Determine las fuerzas en los cojinetes en el eje de engranes.

Solución Los ángulos de paso se calculan mediante

$$\gamma = \tan^{-1}\left(\tfrac{3}{9}\right) = 18.4^\circ \qquad \Gamma = \tan^{-}1\left(\tfrac{9}{3}\right) = 71.6^\circ$$

La velocidad en la línea de paso correspondiente al radio de paso promedio es

$$V = \frac{2\pi r_P n}{12} = \frac{2\pi(1.293)(600)}{12} = 406 \text{ ft/min}$$

Por lo tanto, la carga transmitida está dada por

$$W_t = \frac{33\,000H}{V} = \frac{(33\,000)(5)}{406} = 406 \text{ lb}$$

que actúa en la dirección z positiva, como en la figura 13-36. En seguida se tiene

$$W_r = W_t \tan\phi \cos\Gamma = 406 \tan 20^\circ \cos 71.6^\circ = 46.6 \text{ lb}$$

$$W_a = W_t \tan\phi \operatorname{sen}\Gamma = 406 \tan 20^\circ \operatorname{sen} 71.6^\circ = 140 \text{ lb}$$

donde W_r está en la dirección $-x$ y W_a en la dirección $-y$, como se ilustra en el bosquejo isométrico de la figura 13-36.

Figura 13-35

Par de engranes cónicos del ejemplo 13-6.

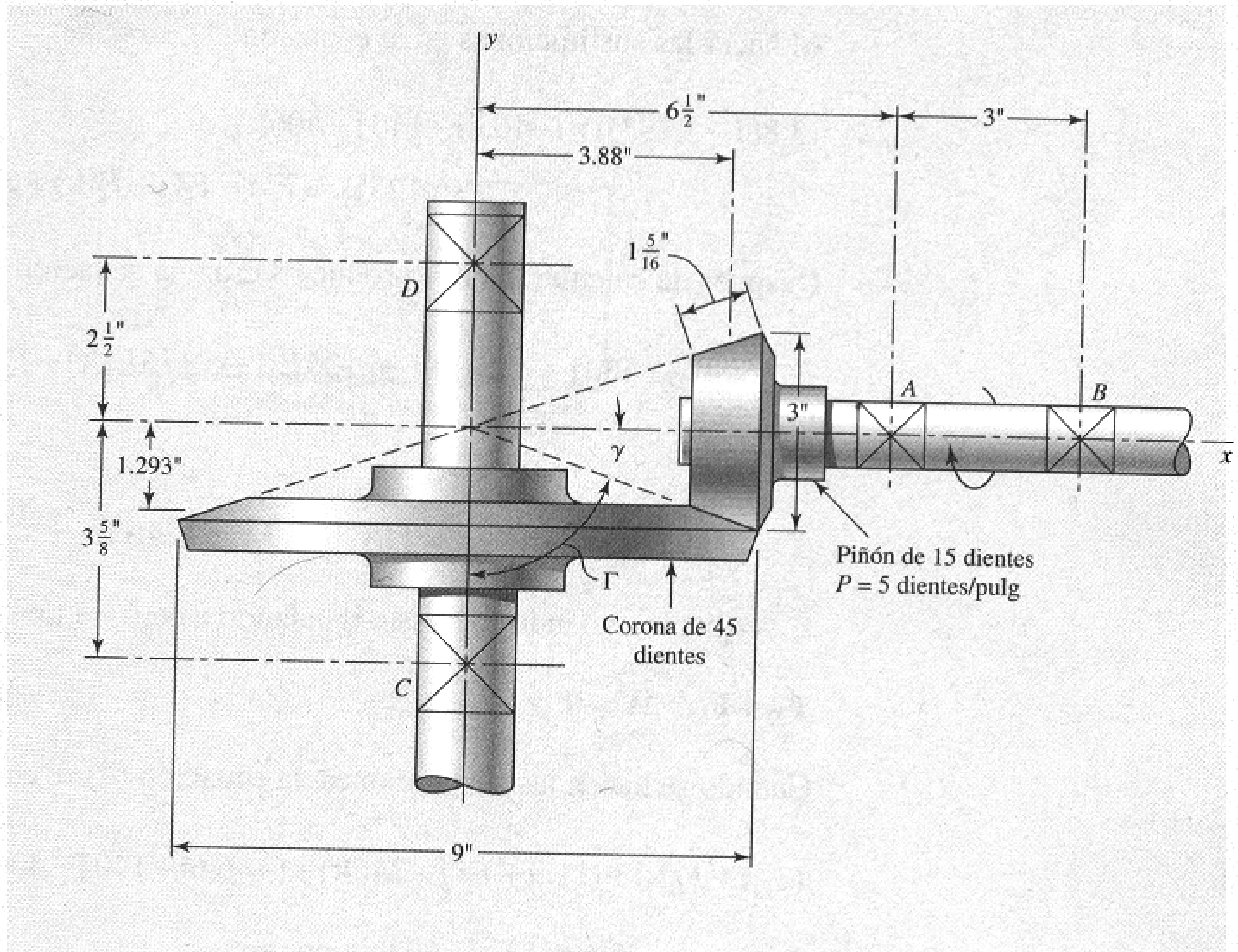
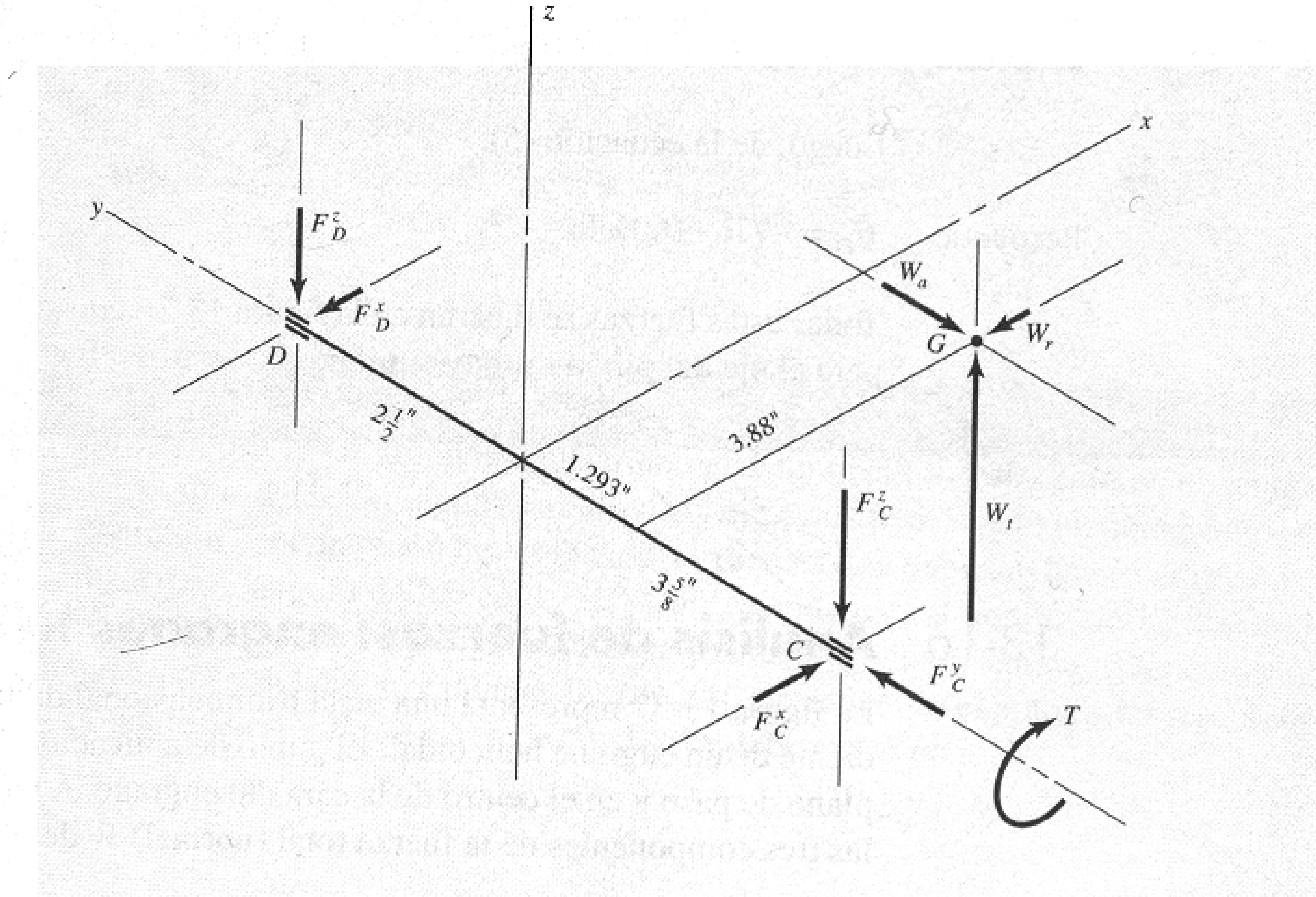


Figura 13-36



Como preparación para hacer la suma de momentos respecto al cojinete D, se define el vector de posición de D a G de la siguiente forma:

$$\mathbf{R}_G = 3.88\mathbf{i} - (2.5 + 1.293)\mathbf{j} = 3.88\mathbf{i} - 3.793\mathbf{j}$$

Asimismo, se requiere un vector de D a C:

$$\mathbf{R}_C = -(2.5 + 3.625)\mathbf{j} = -6.125\mathbf{j}$$

Luego, sumando momentos respecto a D, se obtiene

$$\mathbf{R}_G \times \mathbf{W} + \mathbf{R}_C \times \mathbf{F}_C + \mathbf{T} = \mathbf{0} \qquad (1)$$

Al hacer las sustituciones en la ecuación (1), se tiene

$$(3.88\mathbf{i}-3.793\mathbf{j})\times(-46.6\mathbf{i}-140\mathbf{j}+406\mathbf{k})$$
$$+(6.125\mathbf{j})\times(F_C^x\mathbf{i}+F_C^y\mathbf{j}+F_C^z\mathbf{k})+T\mathbf{j}=\mathbf{0}$$

Después de calcular los dos productos cruz, la ecuación se convierte en

$$(-1\,504\mathbf{i}-1\,580\mathbf{j}-721\mathbf{k})+(-6.125F_C^z\mathbf{i}+6.125F_C^x\mathbf{k})+T\mathbf{j}=\mathbf{0}$$

de donde

$$\mathbf{T}=1\,580\mathbf{j}\ \text{lb}\cdot\text{pulg}\qquad F_C^x=118\ \text{lb}\qquad F_C^z=-246\ \text{lb}$$

Ahora, sumando fuerzas e igualando a cero, se tiene

$$\mathbf{F}_D+\mathbf{F}_C+\mathbf{W}=\mathbf{0}$$

Cuando se hacen las sustituciones, la ecuación (4) se convierte en

$$(F_D^x\mathbf{i}+F_D^z\mathbf{k})+(118\mathbf{i}+F_C^y\mathbf{j}-246\mathbf{k})+(-46.6\mathbf{i}-140\mathbf{j}+406\mathbf{k})=\mathbf{0}$$

Primero se ve que $F_C^y=140$ lb y por tanto,

Respuesta $$\mathbf{F}_C=118\mathbf{i}+140\mathbf{j}-246\mathbf{k}\ \text{lb}$$

Luego, de la ecuación (5),

Respuesta $$\mathbf{F}_D=-71\mathbf{i}-160\mathbf{k}\ \text{lb}$$

Todas estas fuerzas se ilustran en la figura 13-36 con sus sentidos adecuados. El análisis para el eje del piñón es muy similar.

EJEMPLO 13-9 Un tornillo sinfín de dos dientes con sentido a la derecha transmite 1 hp a 1 200 rpm a una corona de 30 dientes. La corona tiene un paso diametral transversal de 6 dientes/pulg y un ancho de cara de 1 pulg. El sinfín cuenta con un diámetro de paso de 2 pulg y un ancho de cara de $2\frac{1}{2}$ pulg. El ángulo normal de presión mide $14\frac{1}{2}°$. Los materiales y la calidad del trabajo necesarios son tales que la curva *B* de la figura 13-42 se debe utilizar para obtener el coeficiente de fricción.

a) Determine el paso axial, la distancia entre centros, el avance y el ángulo de avance.

b) La figura 13-43 es un dibujo del sinfín orientado con respecto al sistema coordenado descrito antes en esta sección; la corona está soportada por los cojinetes *A* y *B*. Encuentre las fuerzas ejercidas por los cojinetes contra el eje de la corona y el par de torsión de salida.

Solución *a*) El paso axial es el mismo que el paso circular transversal del engrane, dado por

Respuesta
$$p_t = \frac{\pi}{P} = \frac{\pi}{6} = 0.5236 \text{ pulg}$$

El diámetro de paso de la rueda es $d_G = N_G/P = 30/6 = 5$ pulg. Por lo tanto, la distancia entre centros se calcula con

Respuesta
$$C = \frac{d_W + d_G}{2} = \frac{2+5}{2} = 3.5 \text{ pulg}$$

De la ecuación (13-19), el avance está dado por

$$L = p_x N_W = (0.5236)(2) = 1.0472 \text{ pulg}$$

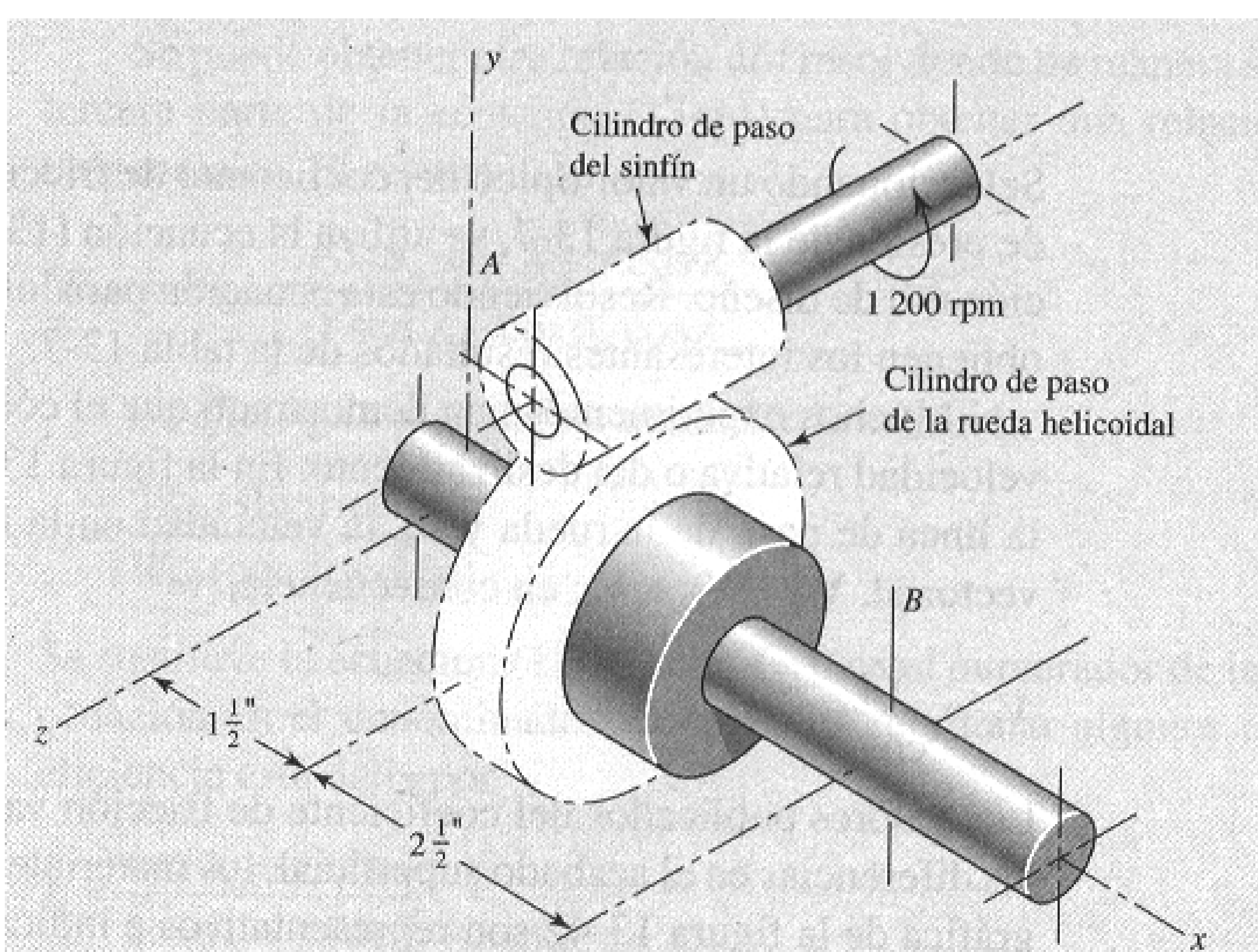
Respuesta También mediante la ecuación (13-20), se determina

Respuesta
$$\lambda = \tan^{-1}\frac{L}{\pi d_W} = \tan^{-1}\frac{1.0472}{\pi(2)} = 9.47°$$

b) Con la regla de la mano derecha para la rotación del sinfín, se verá que el dedo pulgar apunta en la dirección z positiva. Ahora se emplea la analogía del perno y la tuerca (el sinfín tiene rosca derecha, como la rosca de un perno) y se gira el perno en el sentido de las manecillas del reloj con la mano derecha, mientras se evita la rotación de la tuerca con la izquierda, que se moverá axialmente a lo largo del perno hacia su mano derecha. Por lo tanto, la superficie de la corona (figura 13-43) en contacto con el sinfín se moverá en la dirección z negativa. Así, la corona gira en el sentido de las manecillas del reloj respecto a x, con el dedo pulgar apuntando en la dirección x negativa.

Figura 13-43

Cilindros de paso del tren de engrane de tornillo sinfín del ejemplo 13-9.



La velocidad en la línea de paso del sinfín se calcula por

$$V_W = \frac{\pi d_W n_W}{12} = \frac{\pi(2)(1\,200)}{12} = 628 \text{ ft/min}$$

La velocidad de la corona es $n_G = (\frac{2}{30})(1\,200) = 80$ r/min. Por consiguiente, la velocidad en la línea de paso corresponde a

$$V_G = \frac{\pi d_G n_G}{12} = \frac{\pi(5)(80)}{12} = 105 \text{ ft/min}$$

Luego, con la ecuación (13-39), la velocidad de deslizamiento V_S se determina mediante

$$V_S = \frac{V_W}{\cos\lambda} = \frac{628}{\cos 9.47°} = 637 \text{ ft/min}$$

Ahora para obtener las fuerzas, se inicia con la fórmula de la potencia en caballos

$$W_{Wt} = \frac{33\,000 H}{V_W} = \frac{(33\,000)(1)}{628} = 52.5 \text{ lb}$$

Dicha fuerza actúa en la dirección z negativa, igual que en la figura 13-40. Con la figura 13-42, se tiene $f = 0.03$. Luego, la primera ecuación del grupo (13-35) da

$$\begin{aligned} W &= \frac{W^x}{\cos\phi_n \text{ sen } \lambda + f\cos\lambda} \\ &= \frac{52.5}{\cos 14.5° \text{ sen } 9.47° + 0.03\cos 9.47°} = 278 \text{ lb} \end{aligned}$$

Asimismo, de la ecuación (13-35),

$$\begin{aligned} W^y &= W \text{ sen } \phi_n = 278 \text{ sen } 14.5° = 69.6 \text{ lb} \\ W^z &= W(\cos\phi_n \cos\lambda - f \text{ sen } \lambda) \\ &= 278(\cos 14.5° \cos 9.47° - 0.03 \text{ sen } 9.47°) = 264 \text{ lb} \end{aligned}$$

Ahora se identifican las componentes que actúan en la corona como

$$\begin{aligned} W_{Ga} &= -W^x = 52.5 \text{ lb} \\ W_{Gr} &= -W^y = 69.6 \text{ lb} \\ W_{Gt} &= -W^z = -264 \text{ lb} \end{aligned}$$

En este punto se debe trazar un bosquejo tridimensional con objeto de simplificar el trabajo que sigue. Un bosquejo isométrico, como el de la figura 13-44, resulta fácil de trazar y ayudará a evitar errores. Note que el eje y es vertical, en tanto que los ejes y y z forman ángulos de 30° con la horizontal. El efecto de profundidad se realza dibujando líneas paralelas a cada uno de los ejes coordenados que pasan por cada punto de interés.

Se considerará que B es un cojinete de empuje a fin de colocar el eje de la corona en compresión. De esta manera, sumando fuerzas en la dirección x se obtiene

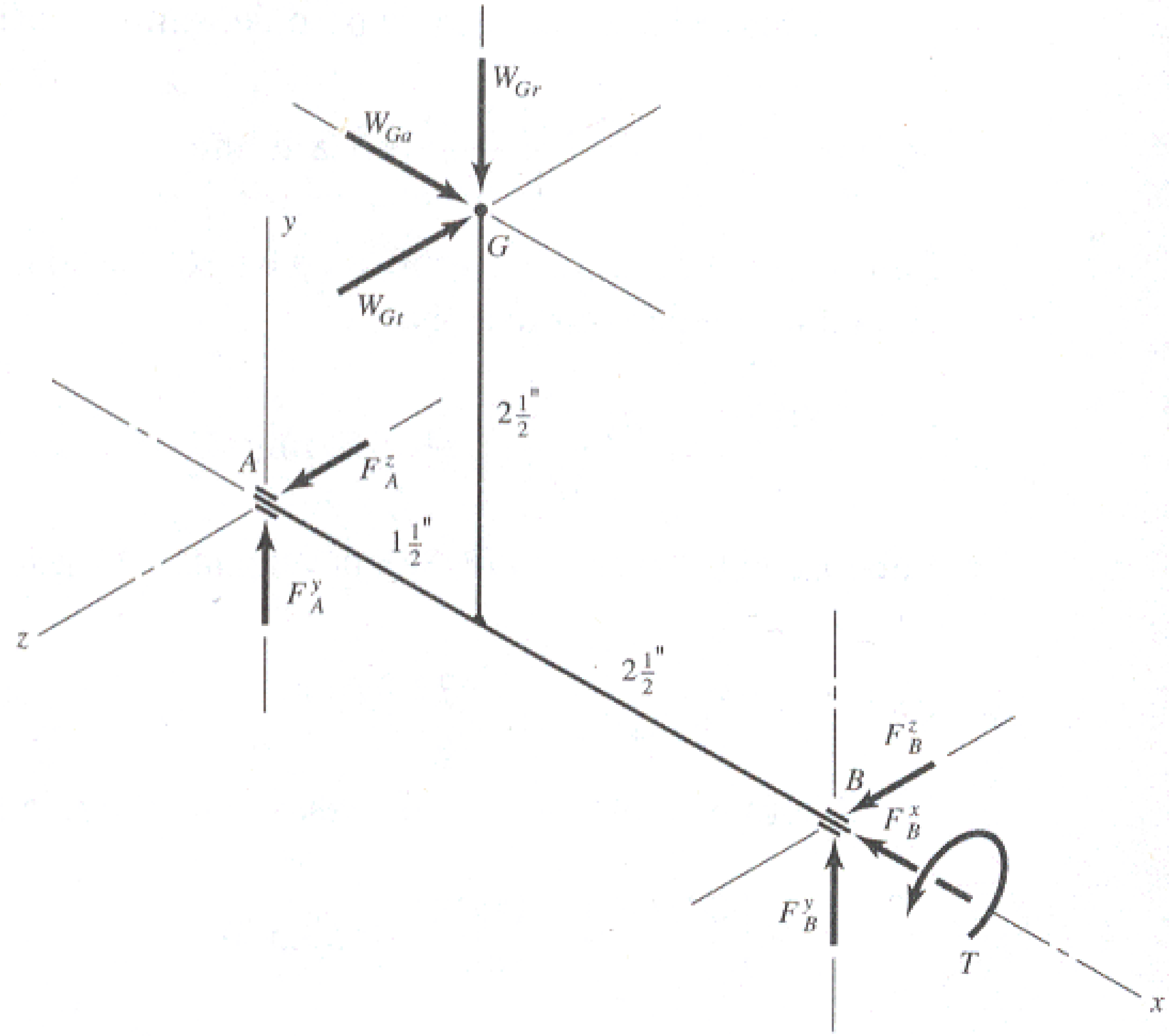
Respuesta $F_B^x = -52.5$ lb

Tomando momentos respecto al eje z,

Respuesta $-(52.5)(2.5) - (69.6)(1.5) + 4F_B^y = 0 \qquad F_B^y = 58.9$ lb

gura 13-44

squejo isométrico empleado en el mplo 13-9.



Tomando momentos respecto al eje y,

Respuesta $(264)(1.5) - 4F_B^z = 0 \quad F_B^z = 99$ lb

Ahora se insertan estas tres componentes en el dibujo, como se ilustra en el punto B en la figura 13-44. Sumando fuerzas en la dirección y,

Respuesta $-69.6 + 58.9 + F_A^y = 0 \quad F_A^y = 10.7$ lb

De manera similar, sumando fuerzas en la dirección z,

Respuesta $-264 + 99 + F_A^z = 0 \quad F_A^z = 165$ lb

Ahora estas dos componentes se ubican en A, en el bosquejo. Aún se tiene que escribir una ecuación más. Sumando momentos respecto a x,

Respuesta $-(264)(2.5) + T = 0 \quad T = 660$ lb · pulg

Debido a la pérdida friccional, este par de torsión de salida es menor que el producto de la relación de engranes y del par de torsión de entrada.