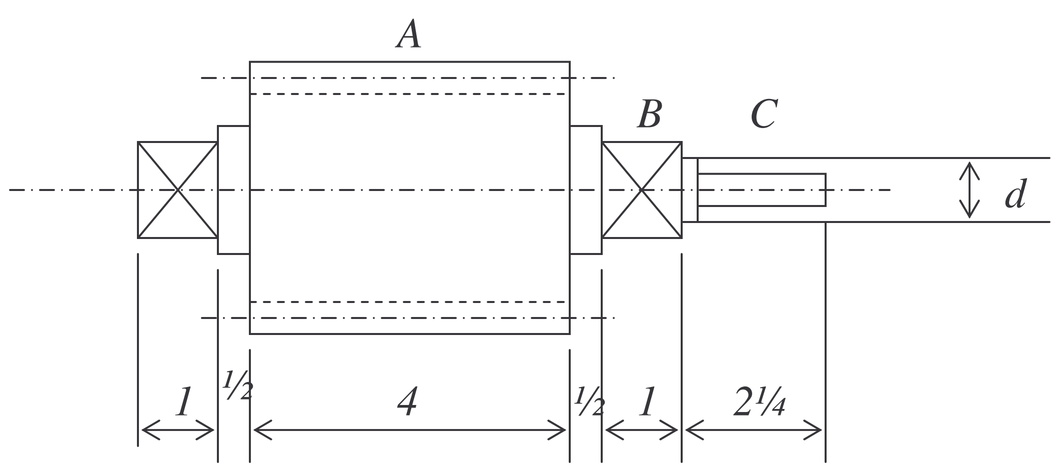
**ME56A – Diseño de Elementos de Máquinas**
Prof. Roberto Corvalán P.
Semestre Otoño 2005
Ayudante: Darren Ledermann M.
Fecha: 06 de Abril, 2005

Departamento de Ingeniería Civil Mecánica
Universidad de Chile

# Auxiliar N° 2 – Fatiga de Materiales

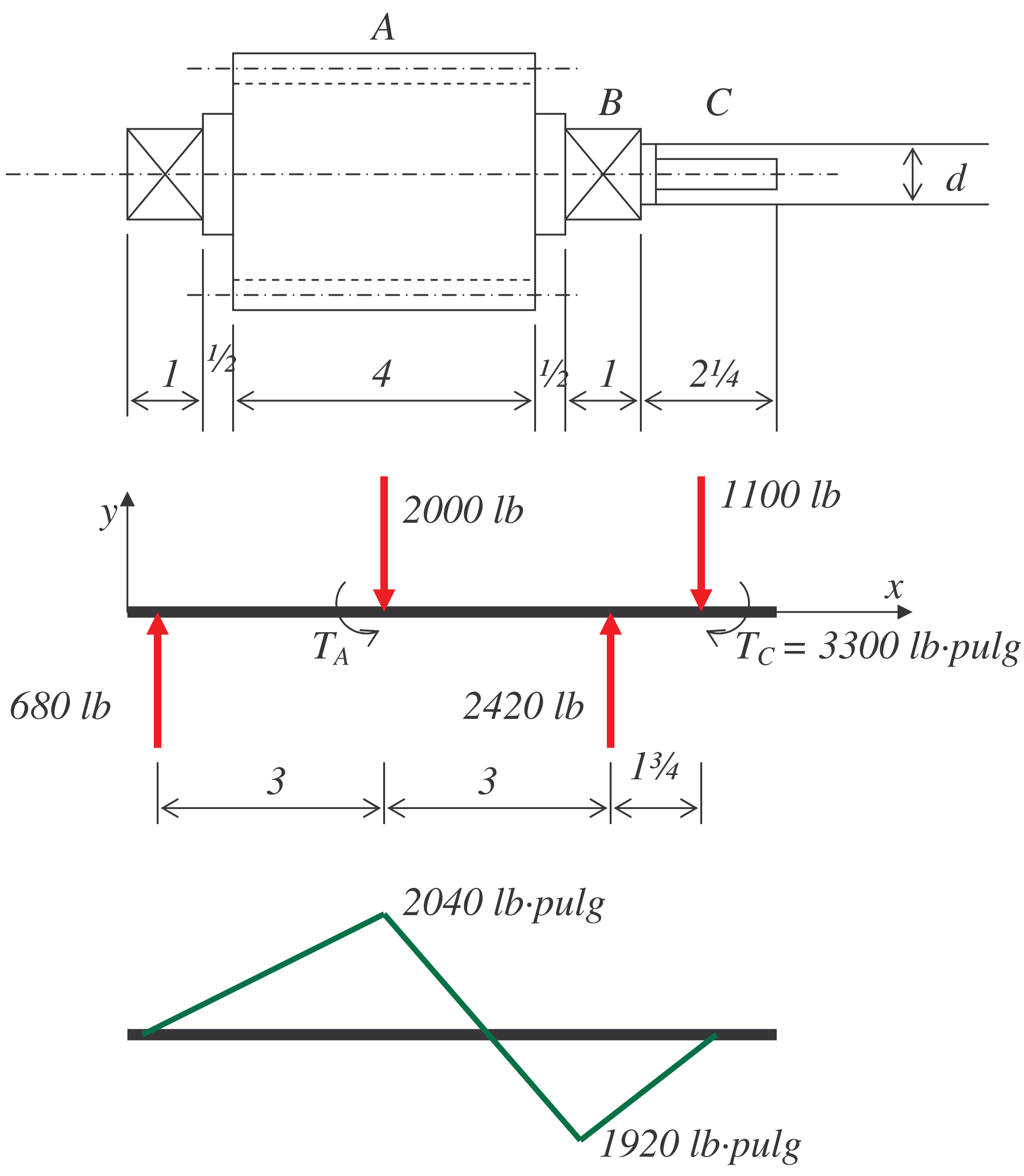
P1) El sistema de la figura consiste de un eje sujeto por rodamientos en las zonas marcadas con una X. Al centro del eje se encuentra un pinón, el cual ejerce una fuerza hacia abajo del eje de 2000 [lbf]. Además, sobre la sección C de la pieza se ejerce constantemente una fuerza de 1100 [lbf] hacia abajo por efecto del sistema de transmisión del motor que alimenta el sistema.

a) Especifique la potencia del motor requerido para entregar al eje un torque de 3300 [lbf * pulg] @ 75 RPM.
b) Calcule las reacciones en los descansos. Determine el diagrama de momentos correspondiente al sistema descrito. Determine el momento flector máximo en el sistema.
c) Diseñe la pieza. Determine el diámetro de la sección menor del eje *d*. En primera instancia, no considere fatiga. Posteriormente recalcule el diámetro mínimo considerando todos los $k_i$ que sean pertinentes. Para estos fines, considere que en la sección C hay una perforación de diámetro $\phi$ = 0.4 [pulg] y que la pieza ha sido obtenida por maquinado. Suponga además que la temperatura de servicio de la pieza es de T =500°C y se pide una confiabilidad del 90%. Verifique que el nuevo valor del diámetro sea mayor que el obtenido anteriormente.



**Solución:**

Las reacciones y el diagrama de momentos del sistema queda graficado de la siguiente forma:




*a) Selección del motor:*

Se debe considerar la fórmula que P = T$\omega$, por lo tanto basta con multiplicar las 3300 [lbf] por las 75 RPM en radianes por segundo para obtener la potencia requerida del motor.  Tomando en cuenta que 1 HP = 550 [lbf*ft / s] = 6600 [lbf*in / s] => La potencia requerida del motor es de 3.92 [HP].

*b) Cálculo de las Reacciones:*

$$\sum \vec{F} = 0$$
$$\sum \vec{\tau} = 0$$

⇨ 2000 + 1100 [lbf] = $R_1 + R_2$
⇨ (2000 * 3 – $R_2$ * 6 + 1100 * 7.75) [lbf * pulg] = 0

Despejando, se obtiene que: **$R_1$ = 680 [lbf] ,  $R_2$ = 2420 [lbf]**

Con estos datos es posible cuantificar los datos del diagrama de momentos, como se muestra en la figura anterior.  De aquí se deduce que el momento flector máximo es, en módulo, **$M_{max}$ = 2040 [lbf * pulg]**

*c) Diseño de la pieza*

Para ejemplificar utilizaremos un acero SAE 1018, con $S_{ut}$ = 49.5 [kpsi]. No se tiene el dato sobre la resistencia a la fatiga, por lo tanto asumiremos que $S'_e = S_{ut}$ y por lo tanto procederemos a calcular los $k_i$ en función del valor de $S_{ut}$.

Pero primero, calcularemos el diámetro mínimo de la pieza sin considerar fatiga.

De la fórmula de Sodelberg, se deduce que

$$d_{min} = [(32\ n / \pi\ S_e) * (M^2 + T^2)^{1/2}\ ]^{1/3}$$

Considerando  $S'_e = S_{ut}$ = 49.5 [kpsi], entonces se tiene que, sin considerar fatiga, y suponiendo un factor de diseño n=2,

**Sin considerar fatiga:**    **$d_{min}$ = 1.16879 [in]**

Ahora debemos considerar fatiga, por lo tanto procede calcular los diversos $k_i$.

*<u>$k_a$: Factor de Terminación  Superficial</u>*

Según Shigley, este factor se calcula como

$k_a = a\ S_{ut}^b$ LN(1,C) ,  donde a, b, C dependen del tipo de terminación. Además, estos valores dependen del sistema de unidades, POR LO TANTO ESTOS VALORES NO SON VALIDOS PARA EL SISTEMA SI. Para este caso, por ser maquinado, estos valores son a=2.67 , b=0.265, C=0.058. En general, el valor de LN(1,C) guarda relación con resistencia probabilística de materiales y no con los temas abordados en este curso, por lo que en general, LN(1,x) = 1. Así, se tiene

$$k_a = 0.94938$$

*$k_b$: Factor de Tamaño*

Este valor se calcula en función del diámetro de la pieza, variando el cálculo según el intervalo de tamaño en que se encuentra (ver Shigley). Su cálculo también depende del sistema de unidades. Por esto, se debe suponer un diámetro inicial para calcularlo. Este valor supuesto puede estar incorrecto, por lo que en estricto rigor se debe iterar sobre la solución final para llegar al cálculo exacto tanto de este factor como del valor del diámetro de la pieza. Para ejemplificar, supondremos un diámetro de 2 pulgadas. Asi,

$$K_b = 0.859 - 0.02125d = 0.8165$$

*$k_c$: Factor de Confiabilidad*

Basta con ver la tabla de confiabilidad.

$$K_{c,90\%} = 0.897$$

*$k_d$: Factor de Temperatura*

De los apuntes de clases es posible ver que

$$k_d = 1\text{-}5.8\cdot10^{-3}\cdot(T\text{-}450)\ , \qquad \text{para } 450ºC < T \leq 550ºC$$

Por lo tanto, para T=500℃,

$$k_d = 0.71$$

En general, si no se especifica una temperatura de operación, este factor vale simplemente 1.

*$k_e$: Factor de Concentración de Esfuerzos*

En general, se tiene que el factor de concentración de esfuerzos también depende de las dimensiones de la pieza así como las dimensiones del agujero, por lo tanto hay que suponer un diámetro inicial. Supondremos, como antes, d = 2 [pulg].

$$\frac{1+\dfrac{2}{\sqrt{r}}\cdot\dfrac{K_{ts}-1}{K_{ts}}\cdot\sqrt{a}}{K_{ts}} = k_e$$

donde $K_{ts}$ debe ser obtenido desde la tabla E-15-10 del Shigley (sexta edición) en función de la relación de tamaño entre el agujero y la pieza,

$a^{1/2}$ *(kpsi)* = $0.220353 - 0.275605 \cdot 10^{-2} \cdot S_{ut} + 0.113449 \cdot 10^{-4} \cdot S_{ut}^2 - 0.247328 \cdot 10^{-7} \cdot S_{ut}^3$

y *r* es el radio del agujero.

Para este ejemplo en particular, $K_{ts} = 2.75$, por lo tanto el valor final de $k_e$ es:

$$k_e = 0.476154$$

*<u>$k_f$: Factor de Carga</u>*

En este caso, la mayor carga se da por torsión y no por carga axial, por lo tanto sólo se considera uno de estos factores (el factor de carga por flexión vale 1)(el factor es sensible al sistema de unidades). Entonces:

$$k_f = 0.328 * S_{ut}^{0.125} = 0.534194$$

*<u>Cálculo Final de la Pieza:</u>*

Ya que se tienen todos los factores calculados, entonces se debe obtener el siguiente valor para utilizar en la fórmula de Sodelberg:

$$\prod k_i \cdot S_{uts} = S_e^{'}$$

Por lo tanto se tiene

(0.94938 * 0.8165 * 0.897 * 0.71 * 0.476154 * 0.534194) * 49.5 [kpsi] =
0.12557 * 49.5 [kpsi] = 6.21 [kpsi]

Utilizando este valor en la fórmula inicial de Sodelberg, considerando un mismo factor de seguridad n=2, se tiene el siguiente resultado:

**Considerando fatiga** **$d_{min}$ = 2.33 [pulg]**

La suposición inicial de un eje de $d_{min}$ = 2 [pulg] no estaba alejada, pero no era exacta. Por esto, se debe iterar, recalculando aquellos coeficientes que dependen del diámetro del eje usando el valor obtenido en esta primera iteración. Se deja propuesto el cálculo de la segunda iteración. Además, se verifica que el diámetro considerando fatiga es mayor que en el caso estático.

*Darren Ledermann M.*
*dlederma@cec.uchile.cl*
*06/04/2005*