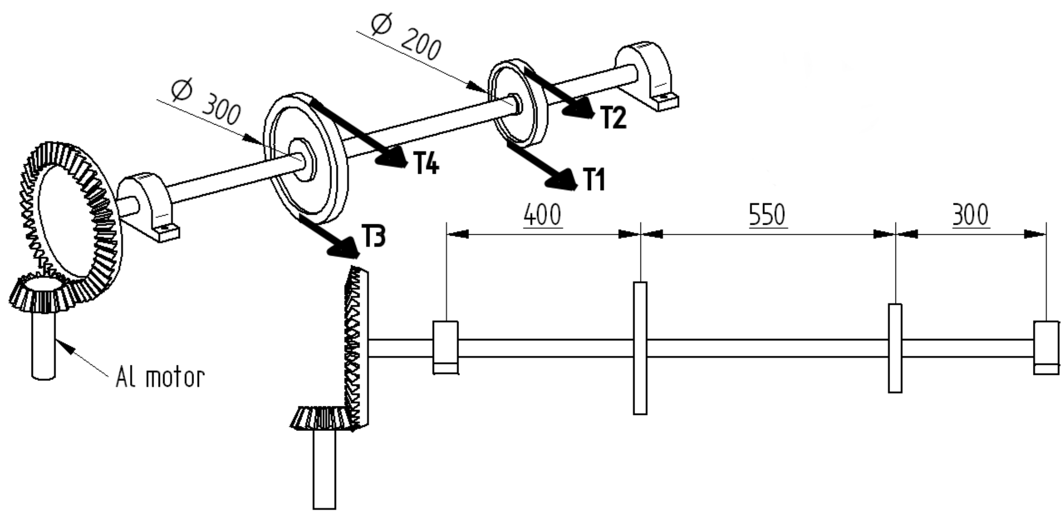
ME56A – Diseño de Elementos de Máquinas
Dpto. Ingeniería Mecánica
Prof. Roberto Corvalán
30 Marzo 2005

Ejercicio Nº1.

P1.- La figura muestra un sistema de transmisión de potencia. El piñón del sistema de engranajes está conectado a un motor de 2[kW] de potencia que gira a 750 [rpm]. Los engranajes tienen 17 y 46 dientes respectivamente y la eficiencia de este sistema de transmisión es de 97% debido a la fricción. La potencia del motor es después distribuida en dos correas conectadas a las poleas mostradas en la figura. Suponga para tensiones que $T_1=8T_2$, $T_3=35$[kgf] y $T_4=5$[kgf].

a. Encuentre los valores de T_1 y T_2.
b. Encuentre los valores de M, V y T a lo largo del eje. Indique en que parte del eje los esfuerzos son máximos.
c. Diseñe el eje (material, dimensiones, etc) con el criterio de falla que estime conveniente. Indique claramente cualquier suposición o simplificación que haga en este análisis.

(todas las medidas de la figura están en milímetros)



Pauta Ejercicio 1 ME56A - 2005/01

Felipe Figueroa G.

ffiguero@ing.uchile.cl

01/IV/2005

1. Pauta

Parte a)

Cálculo del torque transmitido al eje por el motor.

$P_{motor} = 2[kW]$
$P_{eje} = 0{,}97 \cdot P_{motor} = 0{,}97 \cdot 2[kW] = 1{,}94[kW]$
$\omega_{motor} = 750[rpm]$
$\omega_{eje} = \frac{17}{46} \cdot 750[rpm] = 277{,}17[rpm] = 277{,}17 \cdot \frac{2\pi}{60}[\frac{rads}{seg}] = 29{,}03[\frac{rads}{seg}]$
$T_{eje} = \frac{P_{eje}}{\omega_{eje}} = \frac{1{,}94[kW]}{29{,}03[\frac{rads}{seg}]} = 66{,}83[Nm]$

La tensión T_1 puede ser despejada aplicando suma de torques en el eje igual a cero.

$T_{eje} = (T_1 - T_2) \cdot r_1 + (T_3 - T_4) \cdot r_2$
$66{,}83[Nm] = \left(T_1 - \frac{T_1}{8}\right) \cdot \frac{200[mm]}{2} + (35[kgf] - 5[kgf]) \cdot \frac{300[mm]}{2}$
$\Rightarrow T_1 = 259{,}43[N]$
$\Rightarrow T_2 = 32{,}43[N]$
$T_3 = 35[kgf] = 343{,}23[N]$
$T_4 = 5[kgf] = 49{,}03[N]$

Parte b)

Suponiendo apoyos simples en el eje, el DCL de éste queda como el de la fig.1.

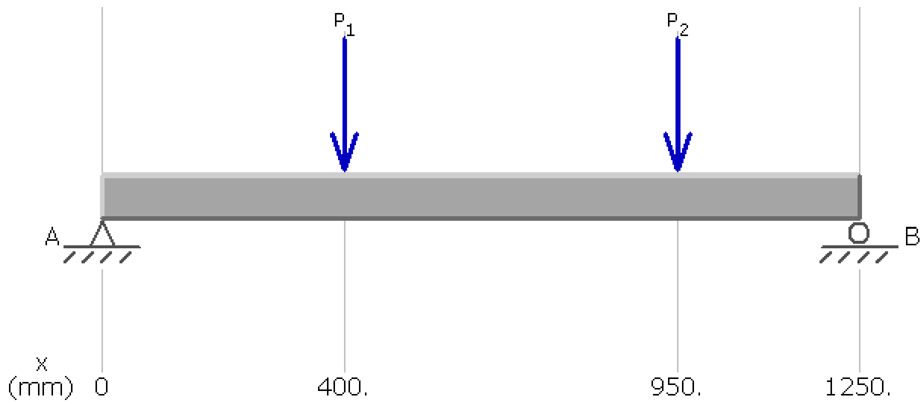


Figura 1: Cargas aplicadas al eje en apoyos simples. Este es el plano X-Y

En donde $P_1 = T_3 + T_4 = 392{,}27[N]$ y $P_2 = T_1 + T_2 = 262{,}74[N]$. Entonces los diagramas de Fuerza de Corte, V y Momento de Flexión, M están dados por las figuras 2 y 3 respectivamente.

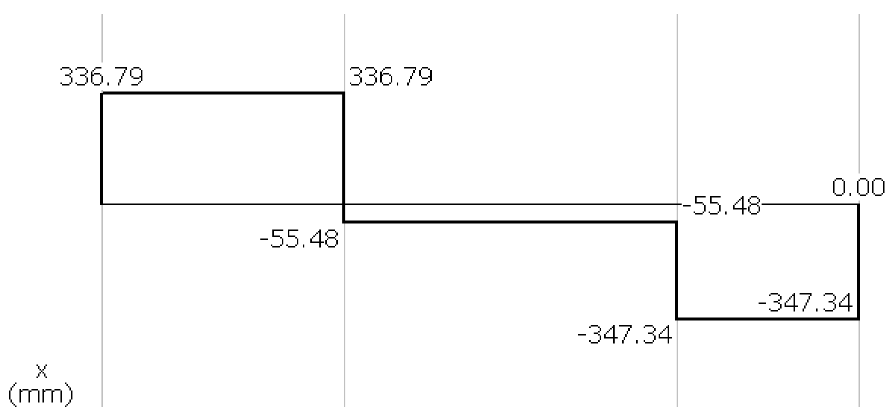


Figura 2: Fuerza de Corte V en el eje (V está en $[N]$)

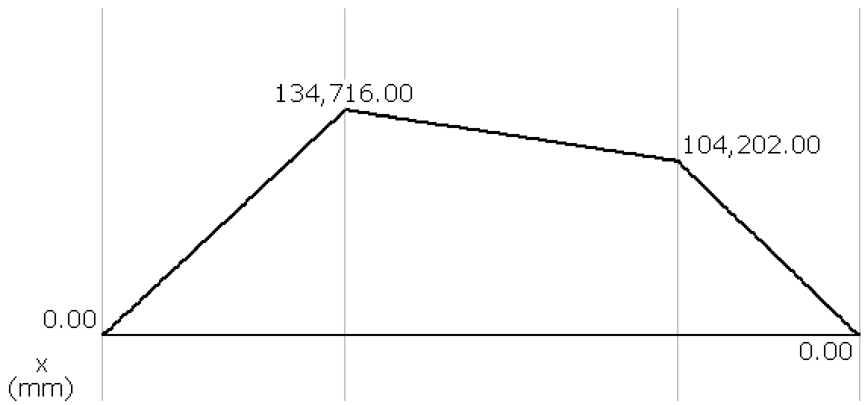


Figura 3: Momento de Flexión M en el eje (M está en $[Nm]$)

El torque en el eje esta dado por:

- Tramo $x \in (0, 400[mm]) : T = 66{,}83[Nm]$ (torque aplicado por el motor).
- Tramo $x \in (400[mm], 950[mm]) : T = 22{,}7[Nm]$ (torque aplicado por la polea en $x = 950[mm]$).
- Tramo $x \in (950[mm], 1250[mm]) : T = 0[Nm]$.

De estos diagramas podemos apreciar que V es máximo en el tramo $x \in (950[mm], 1250[mm])$, M es máximo en el punto $x = 400[mm]$ y que T es máximo en el tramo $x \in (0, 400[mm])$. A priori no se puede decir si el esfuerzo provocado por estas fuerzas será máximo en $x = 400[mm]$ o en $x = 950[mm]$. Vamos a asumir que el esfuerzo de corte provocado por V es despreciable en el estado de esfuerzos (esta hipótesis es bastante común y validada a la hora de analizar ejes sometidos a flexión y torsión). Entonces, situándonos en $x = 400[mm]$ maximizamos los siguientes esfuerzos:

- Esfuerzo Normal por flexión: $\sigma = \frac{Mc}{I}$ (maximizamos M).
- Esfuerzo de Corte por torsión: $\tau = \frac{Tr}{J}$ (maximizamos T).

Notar que aunque se hubiera incluído el Esfuerzo de Corte ($\tau = \frac{VQ}{Ib}$) por flexión en el análisis, el usar la sección crítica en $x = 400[mm]$ es una aproximación bastante buena, ya que no hay mucha diferencia en módulo en el valor de V en $x = 400[mm]$ y en $x = 950[mm]$.

Para maximizar también r en el esfuerzo de corte por torsión, el punto crítico debe encontrarse en la periferia de la sección circular del eje.

Finalmente, para maximizar c (distancia al eje neutro) en el esfuerzo normal por flexión, debemos tomar un punto en $y = r_0$, en donde r_0 es el radio del eje.

O sea, el punto crítico donde debemos calcular nuestro estado de esfueros para diseñar la pieza se encuentra en las coordenadas $(x, y, z) = (400[mm], r_0, 0)$.

Parte c)

Diseñamos sabiendo que debemos utilizar el estado de esfuerzos en el punto $(x, y, z) = (400[mm], r_0, 0)$ como referencia. Para ejes sometidos a torsión y flexión vamos a despreciar el esfuerzo de corte por flexión como se explicó en la sección anterior. Asumiendo que el eje tiene un sección circunferencial sólida, los esfuerzos quedan como:

- Esfuerzo normal por flexión $\sigma = \frac{Mc}{I} = \sigma_x = \frac{32M_{max}}{\pi d^3}$.
- Esfuerzo de corte por flexión $\tau = \frac{VQ}{Ib} \approx 0$.
- Esfuerzo de corte por torsión $\tau = \frac{Tr}{J} = \tau_{xy} = \frac{16T_{max}}{\pi d^3}$.

En donde d es el diámetro del eje. Reemplazando en los criterios de Tresca y Von Mises y despejando d:

- Tresca: $d = \frac{32n_s}{\pi S_y}\left(\sqrt{M_{max}^2 + T_{max}^2}\right)^{\frac{1}{3}}$
- Von Mises: $d = \frac{61n_s}{\pi S_y}\left(\sqrt{4M_{max}^2 + 3T_{max}^2}\right)^{\frac{1}{3}}$

En donde $V_{max} = 336{,}79[N]$, $M_{max} = 134{,}72[Nm]$, n_s es el coeficiente de seguridad y S_y es el límite de fluencia (o cedencia o *yield strength*) del material elegido para fabricar el eje.

(en esta parte se corregirá que las fórmulas e hipótesis usadas para el diseño hayan sido adecuadas y que el diámetro del eje sea razonable dadas las dimensiones del problema)