

EJEMPLO 5-1

La distribución del esfuerzo en una flecha sólida ha sido graficada a lo largo de tres líneas radiales como se muestra en la figura 5-10a. Determine el momento de torsión interno resultante en la sección.

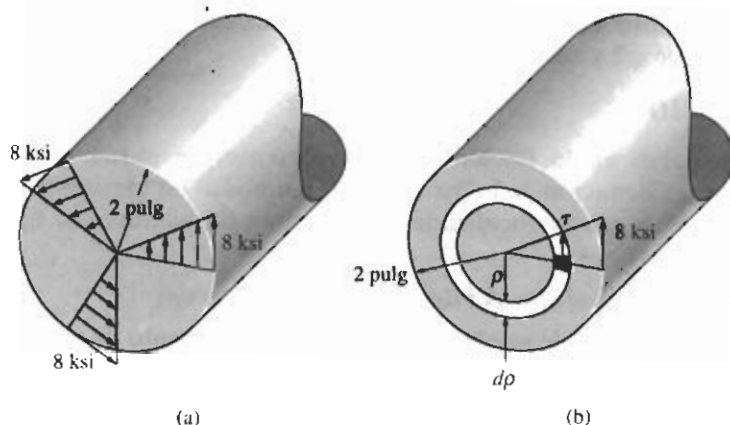


Figura 5-10

SOLUCIÓN I

El momento polar de inercia de la sección transversal es:

$$J = \frac{\pi}{2}(2 \text{ pulg})^4 = 25.13 \text{ pulg}^4$$

Aplicando la fórmula de torsión, con $\tau_{\text{máx}} = 8 \text{ ksi}$, figura 5-10a, tenemos:

$$\tau_{\text{máx}} = \frac{Tc}{J}; \quad 8 \text{ kip/pulg}^2 = \frac{T(2 \text{ pulg})}{(25.13 \text{ pulg}^4)}$$
$$T = 101 \text{ kip} \cdot \text{pulg} \quad \text{Resp.}$$

SOLUCIÓN II

El mismo resultado puede obtenerse encontrando el momento de torsión producido por la distribución del esfuerzo respecto al eje centroidal de la flecha. Primero debemos expresar $\tau = f(\rho)$. Por triángulos semejantes, tenemos:

$$\frac{\tau}{\rho} = \frac{8 \text{ ksi}}{2 \text{ pulg}}$$
$$\tau = 4\rho$$

Este esfuerzo actúa en todas las porciones del elemento anular diferencial que tiene un área $dA = 2\pi\rho d\rho$. Como la fuerza generada por τ es $dF = \tau dA$, el momento de torsión es:

$$dT = \rho dF = \rho(\tau dA) = \rho(4\rho)2\pi\rho d\rho = 8\pi\rho^3 d\rho$$

Para el área entera en que actúa τ , se requiere:

$$T = \int_0^2 8\pi\rho^3 d\rho = 8\pi\left(\frac{1}{4}\rho^4\right)\Big|_0^2 = 101 \text{ kip} \cdot \text{pulg} \quad \text{Resp.}$$

EJEMPLO 5-2

La flecha *sólida* de radio c está sometida al momento de torsión T , figura 5-11a. Determine la fracción de T que resiste el material contenido dentro de la región exterior de la flecha, que tiene un radio interior de $c/2$ y radio exterior c .

SOLUCIÓN

El esfuerzo en la flecha varía linealmente, de modo que $\tau = (\rho/c)\tau_{\text{máx}}$, ecuación 5-3. Por tanto, el momento de torsión dT' sobre el área anular localizada en la región de sombreado ligero, figura 5-11b, es:

$$dT' = \rho(\tau dA) = \rho(\rho/c)\tau_{\text{máx}}(2\pi\rho d\rho)$$

Para toda el área de sombreado más clara, el momento de torsión es:

$$\begin{aligned} T' &= \frac{2\pi\tau_{\text{máx}}}{c} \int_{c/2}^c \rho^3 d\rho \\ &= \frac{2\pi\tau_{\text{máx}}}{c} \frac{1}{4}\rho^4 \Big|_{c/2}^c \end{aligned}$$

Es decir:

$$T' = \frac{15\pi}{32}\tau_{\text{máx}}c^3 \quad (1)$$

Este momento de torsión T' puede expresarse en términos del momento de torsión aplicado T usando primero la fórmula de la torsión para determinar el esfuerzo máximo en la flecha. Tenemos:

$$\tau_{\text{máx}} = \frac{Tc}{J} = \frac{Tc}{(\pi/2)c^4}$$

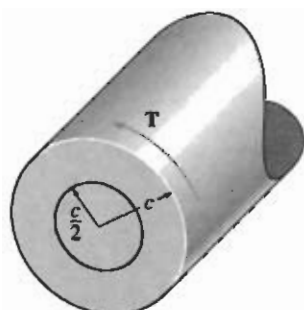
o

$$\tau_{\text{máx}} = \frac{2T}{\pi c^3}$$

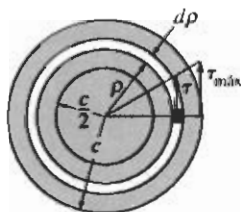
Sustituyendo este valor en la ecuación 1 obtenemos:

$$T' = \frac{15}{16}T \quad \text{Resp.}$$

Aproximadamente el 94% del momento torsionante es resistido aquí por la región de sombreado más clara y el restante 6% de T (o $\frac{1}{16}$) es resistido por el “núcleo” interior de la flecha, $\rho = 0$ a $\rho = c/2$. En consecuencia, el material localizado en la *región exterior* de la flecha es altamente efectivo para resistir el momento de torsión, lo que justifica el uso de flechas tubulares como un medio eficiente para transmitir momentos con el consiguiente ahorro de material.



(a)

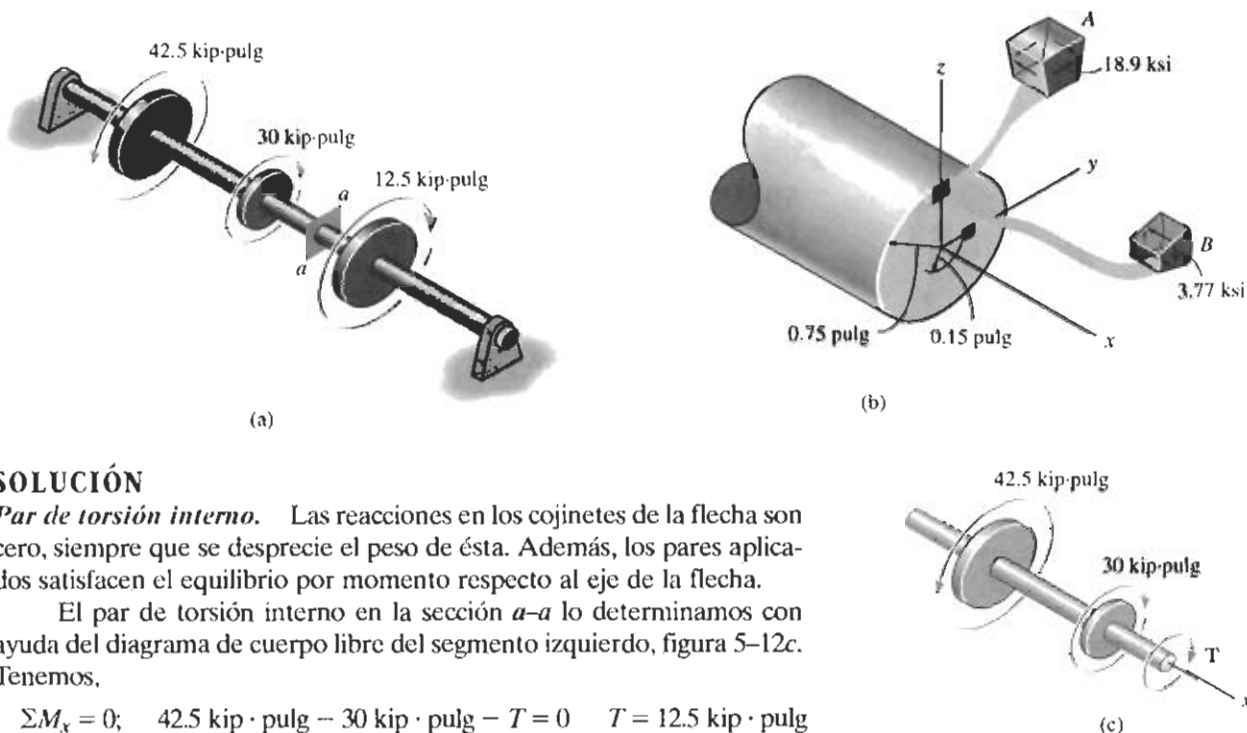


(b)

Figura 5-11

EJEMPLO 5-3

La flecha mostrada en la figura 5-12a está soportada por dos cojinetes y está sometida a tres pares de torsión. Determine el esfuerzo cortante desarrollado en los puntos *A* y *B*, localizados en la sección *a-a* de la flecha, figura 5-12b.

**SOLUCIÓN**

Par de torsión interno. Las reacciones en los cojinetes de la flecha son cero, siempre que se desprecie el peso de ésta. Además, los pares aplicados satisfacen el equilibrio por momento respecto al eje de la flecha.

El par de torsión interno en la sección *a-a* lo determinamos con ayuda del diagrama de cuerpo libre del segmento izquierdo, figura 5-12c. Tenemos,

$$\Sigma M_x = 0; \quad 42.5 \text{ kip} \cdot \text{pulg} - 30 \text{ kip} \cdot \text{pulg} - T = 0 \quad T = 12.5 \text{ kip} \cdot \text{pulg}$$

Propiedades de la sección. El momento polar de inercia de la flecha es:

$$J = \frac{\pi}{2}(0.75 \text{ pulg})^4 = 0.497 \text{ pulg}^4$$

Esfuerzo cortante. Como el punto *A* está $\rho = c = 0.75 \text{ pulg}$,

$$\tau_A = \frac{Tc}{J} = \frac{(12.5 \text{ kip} \cdot \text{pulg})(0.75 \text{ pulg})}{(0.497 \text{ pulg}^4)} = 18.9 \text{ ksi} \quad \text{Resp.}$$

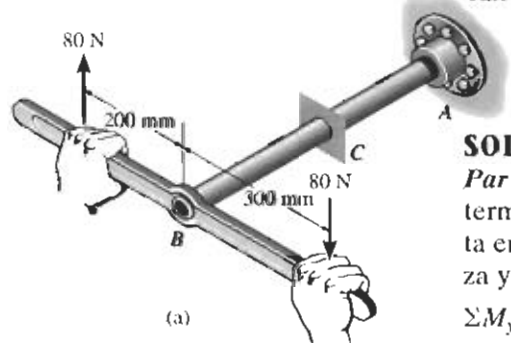
Igualmente, para el punto *B*, en $\rho = 0.15 \text{ pulg}$, tenemos:

$$\tau_B = \frac{T\rho}{J} = \frac{(12.5 \text{ kip} \cdot \text{pulg})(0.15 \text{ pulg})}{(0.497 \text{ pulg}^4)} = 3.77 \text{ ksi} \quad \text{Resp.}$$

Las direcciones de esos esfuerzos sobre cada elemento en *A* y *B*, figura 5-12b, se determinan con base en la dirección del par resultante interno *T*, mostrado en la figura 5-12c. Observe cuidadosamente cómo actúa el esfuerzo cortante sobre los planos de cada uno de esos elementos.

EJEMPLO 5-4

El tubo mostrado en la figura 5-13a tiene un diámetro interior de 80 mm y un diámetro exterior de 100 mm. Si su extremo se aprieta contra el soporte en A usando una llave de torsión en B, determine el esfuerzo cortante desarrollado en el material en las paredes interna y externa a lo largo de la porción central del tubo cuando se aplican las fuerzas de 80 N a la llave.



SOLUCIÓN

Par de torsión interno. Se toma una sección en una posición C intermedia a lo largo del eje del tubo, figura 5-13b. La única incógnita en la sección es el par de torsión interno T . El equilibrio por fuerza y momento respecto a los ejes x y z se satisface. Se requiere:

$$\begin{aligned}\Sigma M_y &= 0; & 80 \text{ N}(0.3 \text{ m}) + 80 \text{ N}(0.2 \text{ m}) - T &= 0 \\ T &= 40 \text{ N} \cdot \text{m}\end{aligned}$$

Propiedades de la sección. El momento polar de inercia de la sección transversal del tubo es:

$$J = \frac{\pi}{2}[(0.05 \text{ m})^4 - (0.04 \text{ m})^4] = 5.80(10^{-6}) \text{ m}^4$$

Esfuerzo cortante. Para cualquier punto sobre la superficie exterior del tubo, $\rho = c_o = 0.05 \text{ m}$, tenemos

$$\tau_o = \frac{Tc_o}{J} = \frac{40 \text{ N} \cdot \text{m}(0.05 \text{ m})}{5.80(10^{-6}) \text{ m}^4} = 0.345 \text{ MPa} \quad \text{Resp.}$$

Para cualquier punto sobre la superficie interior, $\rho = c_i = 0.04 \text{ m}$, por lo que:

$$\tau_i = \frac{Tc_i}{J} = \frac{40 \text{ N} \cdot \text{m}(0.04 \text{ m})}{5.80(10^{-6}) \text{ m}^4} = 0.276 \text{ MPa} \quad \text{Resp.}$$

Para mostrar cómo esos esfuerzos actúan en puntos representativos D y E de la sección transversal, veremos primero la sección transversal desde el frente del segmento CA del tubo, figura 5-13a. Sobre esta sección, figura 5-13c, el par de torsión interno resultante es igual pero opuesto al mostrado en la figura 5-13b. Los esfuerzos cortantes en D y E contribuyen a generar este par y actúan por tanto sobre las caras sombreadas de los elementos en las direcciones mostradas. En consecuencia, advierta cómo las componentes del esfuerzo cortante actúan sobre las otras tres caras. Además, como la cara superior de D y la cara interior de E están sobre regiones libres de esfuerzo, es decir, sobre las paredes exterior e interior del tubo, no puede existir ningún esfuerzo cortante sobre esas caras o sobre las otras caras correspondientes del elemento.

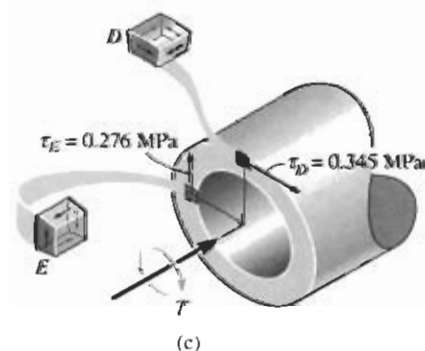
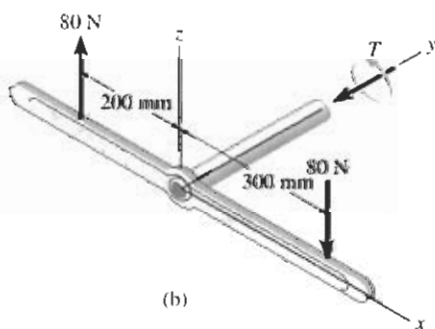


Figura 5-13

EJEMPLO 5-5

La flecha sólida AB de acero mostrada en la figura 5-14 va a usarse para transmitir 5 hp del motor M al que está unida. Si la flecha gira a $\omega = 175$ rev/min y el acero tiene un esfuerzo cortante permisible de $\tau_{\text{perm}} = 14.5$ ksi, determine el diámetro requerido para la flecha al $\frac{1}{8}$ pulg más cercano.

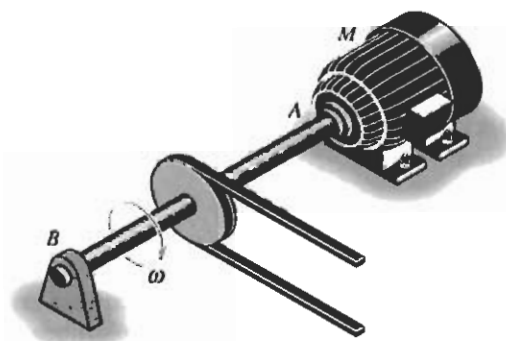


Figura 5-14

SOLUCIÓN

El par de torsión sobre la flecha se determina con la ecuación 5-10, es decir, $P = T\omega$. Si expresamos P en pies-libra por segundo y ω en radianes/segundo, tenemos:

$$P = 5 \text{ hp} \left(\frac{550 \text{ pies} \cdot \text{libras/s}}{1 \text{ hp}} \right) = 2750 \text{ pies} \cdot \text{libras/s}$$

$$\omega = \frac{175 \text{ rev}}{\text{min}} \left(\frac{2\pi \text{ rad}}{1 \text{ rev}} \right) \left(\frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}} \right) = 18.33 \text{ rad/s}$$

Así,

$$P = T\omega; \quad 2750 \text{ pies} \cdot \text{libras/s} = T(18.33 \text{ rad/s})$$

$$T = 150.1 \text{ pies} \cdot \text{libras}$$

Si aplicamos la ecuación 5-12, obtenemos:

$$\frac{J}{c} = \frac{\pi c^4}{2c} = \frac{T}{\tau_{\text{perm}}}$$

$$c = \left(\frac{2T}{\pi \tau_{\text{perm}}} \right)^{1/3} = \left(\frac{2(150.1 \text{ pies} \cdot \text{libras})(12 \text{ pulg/pie})}{\pi(14\,500 \text{ libras/pulg}^2)} \right)^{1/3}$$

$$c = 0.429 \text{ pulg}$$

Como $2c = 0.858$ pulg, seleccionamos una flecha con diámetro de

$$d = \frac{7}{8} \text{ pulg} = 0.875 \text{ pulg} \quad \text{Resp.}$$

EJEMPLO 5-6

Una flecha tubular con diámetro interior de 30 mm y un diámetro exterior de 42 mm, va a usarse para transmitir 90 kW de potencia. Determine la frecuencia de rotación de la flecha para que el esfuerzo cortante no pase de 50 MPa.

SOLUCIÓN

El momento de torsión máximo que puede aplicarse a la flecha se determina con la fórmula de torsión.

$$\tau_{\max} = \frac{Tc}{J}$$

$$50(10^6) \text{ N/m}^2 = \frac{T(0.021 \text{ m})}{(\pi/2)[(0.021 \text{ m})^4 - (0.015 \text{ m})^4]}$$

$$T = 538 \text{ N} \cdot \text{m}$$

Aplicando la ecuación 5-11, la frecuencia de rotación es:

$$P = 2\pi f T$$

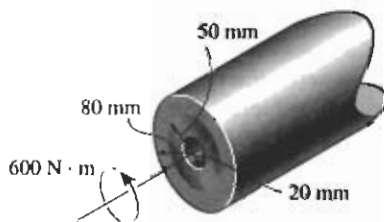
$$90(10^3) \text{ N} \cdot \text{m/s} = 2\pi f (538 \text{ N} \cdot \text{m})$$

$$f = 26.6 \text{ Hz}$$

Resp.

PROBLEMAS

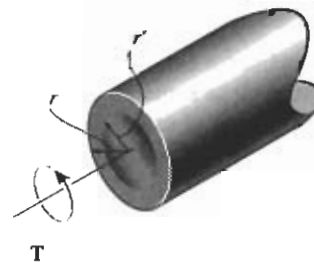
5-1 Un tubo está sometido a un par de torsión de $600 \text{ N} \cdot \text{m}$. Determine la porción de este par que es resistida por la sección sombreada. Resuelva el problema de dos maneras: (a) usando la fórmula de torsión; (b) determinando la resultante de la distribución del esfuerzo cortante.



Problema 5-1

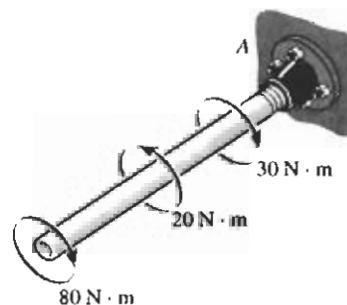
5-2 Una flecha sólida de radio r está sometida a un par de torsión T . Determine el radio r' del núcleo de la flecha que resista una mitad del par aplicado ($T/2$). Resuelva el problema de dos modos: (a) usando la fórmula de torsión; (b) determinando la resultante de la distribución del esfuerzo cortante.

5-3 Una flecha sólida de radio r está sometida a un par de torsión T . Determine el radio r' del núcleo de la flecha que resista una cuarta parte del par de torsión aplicado ($T/4$). Resuelva el problema de dos modos: (a) usando la fórmula de torsión; (b) determinando la resultante de la distribución del esfuerzo cortante.



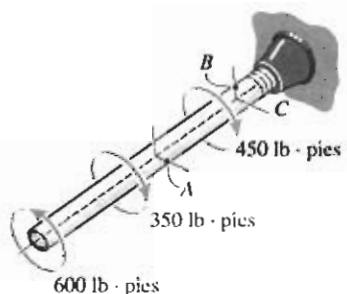
Problemas 5-2/5-3

***5-4** Un tubo de cobre tiene un diámetro exterior de 40 mm y un diámetro interior de 37 mm. Si está firmemente afianzado a la pared en A y se le aplican tres pares de torsión como se muestra en la figura, determine el esfuerzo cortante máximo desarrollado en el tubo.



Problema 5-4

5-5 Un tubo de cobre tiene un diámetro exterior de 2.50 pulg y un diámetro interior de 2.30 pulg. Si está firmemente afianzado a la pared en C y se le aplican tres pares de torsión como se muestra en la figura, determine el esfuerzo cortante desarrollado en los puntos A y B . Estos puntos están situados sobre la superficie exterior del tubo. Muestre el esfuerzo cortante sobre los elementos de volumen localizados en A y en B .

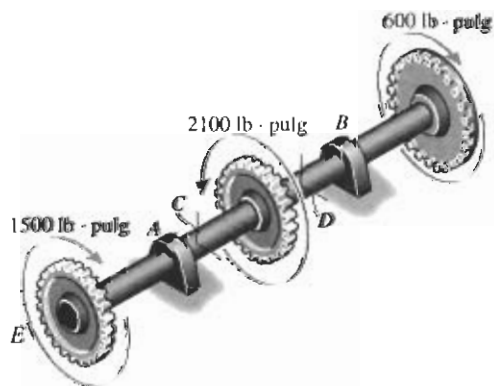


Problema 5-5

5-6 Una flecha sólida de 1.25 pulg de diámetro se usa para transmitir los pares de torsión aplicados a los engranes como se muestra en la figura. Si está soportada por cojinetes lisos en A y B , los cuales no resisten ningún par, determine el esfuerzo cortante desarrollado en los puntos C y D de la flecha. Indique el esfuerzo cortante sobre los elementos de volumen localizados en estos puntos.

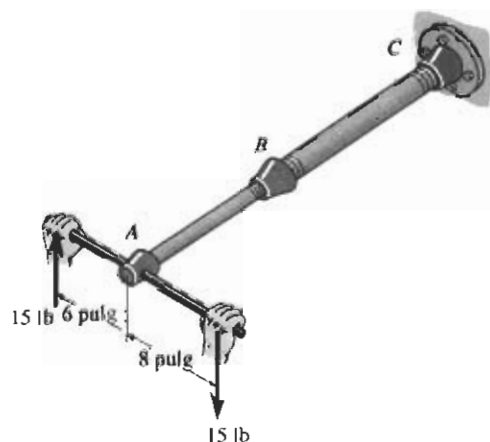
5-7 La flecha tiene un diámetro exterior de 1.25 pulg y un diámetro interior de 1 pulg. Si se somete a los pares aplicados como se muestra, determine el esfuerzo cortante máximo absoluto desarrollado en la flecha. Los cojinetes lisos en A y B no resisten pares.

***5-8** La flecha tiene un diámetro exterior de 1.25 pulg y un diámetro interior de 1 pulg. Si se somete a los pares aplicados como se muestra, trace la distribución del esfuerzo cortante que actúa a lo largo de una línea radial en la región EA de la flecha. Los cojinetes lisos en A y B no resisten pares.



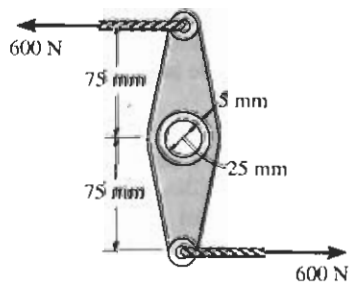
Problemas 5-6/5-7/5-8

5-9 Un conjunto consiste en dos secciones de tubo de acero galvanizado conectadas entre sí por medio de un cople reductor situado en B . El tubo más pequeño tiene un diámetro exterior de 0.75 pulg y un diámetro interior de 0.68 pulg, mientras que el tubo más grande tiene un diámetro exterior de 1 pulg y un diámetro interior de 0.86 pulg. Si el tubo está fijo a la pared en C , determine el esfuerzo cortante máximo desarrollado en cada sección del tubo cuando el par mostrado se aplica a las empuñaduras de la llave.



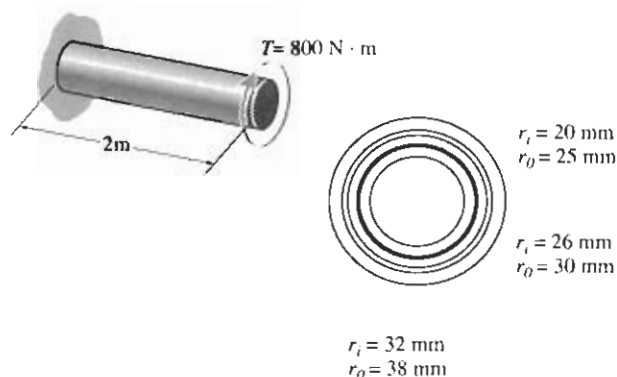
Problema 5-9

5-10 El eslabón funciona como parte del control de elevación de un pequeño avión. Si el tubo de aluminio unido al eslabón tiene un diámetro interno de 25 mm y un espesor de 5 mm, determine el esfuerzo cortante máximo en el tubo cuando se aplica la fuerza de 600 N a los cables. Esboce la distribución del esfuerzo cortante sobre toda la sección.



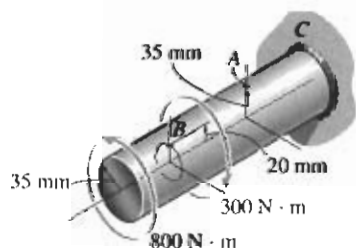
Problema 5-10

5-11 La flecha consiste en tres tubos concéntricos, cada uno hecho del mismo material y con los radios interno y externo mostrados. Si se aplica un par de torsión $T = 800 \text{ N} \cdot \text{m}$ al disco rígido fijo en su extremo, determine el esfuerzo cortante máximo en la flecha.



Problema 5-11

***5-12** La flecha sólida está empotrada en C y está sometida a los pares de torsión mostrados. Determine el esfuerzo cortante en los puntos A y B e indique el esfuerzo cortante sobre elementos de volumen localizados en esos puntos.



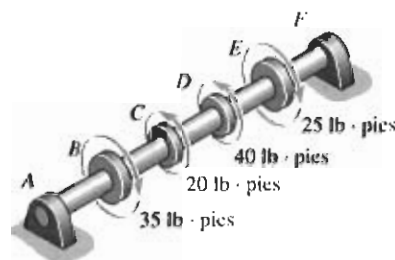
Problema 5-12

5-13 Un tubo de acero con diámetro exterior de 2.5 pulg se usa para transmitir 35 hp de potencia al girar a 2700 rev/min. Determine el diámetro interior d del tubo al $\frac{1}{8}$ pulg más cercano si el esfuerzo cortante permisible es $\tau_{perm} = 10 \text{ ksi}$.



Problema 5-13

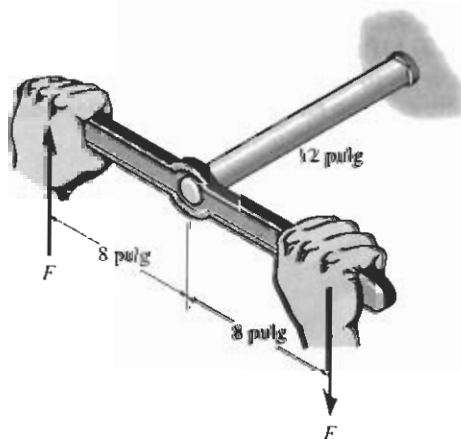
5-14 La flecha sólida tiene un diámetro de 0.75 pulg. Si está sometida a los pares mostrados, determine el esfuerzo cortante máximo generado en las regiones BC y DE de la flecha. Los cojinetes en A y F permiten la rotación libre de la flecha.



Problemas 5-14/5-15

***5-16** La flecha de acero tiene un diámetro de 1 pulg y se atornilla a la pared por medio de una llave. Determine el par de fuerzas F más grande que puede aplicarse a la flecha sin que el acero fluya. $\tau_y = 8 \text{ ksi}$.

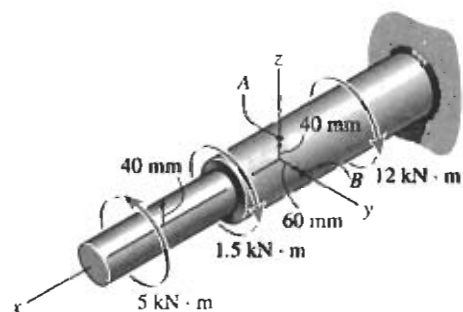
5-17 La flecha de acero tiene un diámetro de 1 pulg y se atornilla a la pared por medio de una llave. Determine el esfuerzo cortante máximo en la flecha cuando las fuerzas del par tienen una magnitud $F = 30 \text{ lb}$.



Problemas 5-16/5-17

5-18 Una flecha de acero está sometida a las cargas de torsión que se muestran en la figura. Determine el esfuerzo cortante desarrollado en los puntos A y B y trace el esfuerzo cortante sobre elementos de volumen situados en estos puntos. La flecha tiene un radio exterior de 60 mm en la sección donde A y B están localizados.

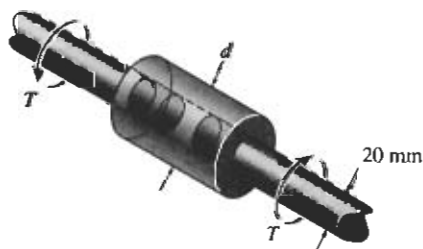
5-19 Una flecha de acero está sometida a las cargas de torsión que se muestran en la figura. Determine el esfuerzo cortante máximo absoluto en la flecha y trace la distribución del esfuerzo cortante a lo largo de una línea radial donde tal esfuerzo es máximo.



Problemas 5-18/5-19

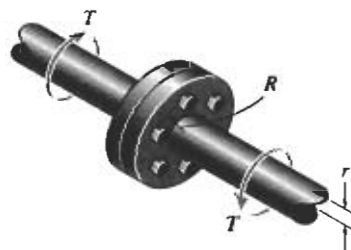
***5-20** Las flechas de acero de 20 mm de diámetro que se muestran en la figura están conectadas entre sí por medio de un cople de latón. Si el esfuerzo de fluencia del acero es $(\tau_Y)_{ac} = 100$ MPa y el de latón es $(\tau_Y)_{latón} = 250$ MPa, determine el diámetro exterior d requerido del cople para que el acero y el latón empiecen a fluir al mismo tiempo cuando el conjunto está sometido a un par de torsión T . Suponga que el cople tiene un diámetro interior de 20 mm.

5-21 Las flechas de acero de 20 mm de diámetro que se muestran en la figura están conectadas entre sí por medio de un cople de latón. Si el esfuerzo de fluencia del acero es $(\tau_Y)_{ac} = 100$ MPa, determine el par de torsión T necesario para que el acero fluya. Si $d = 40$ mm, determine el esfuerzo cortante máximo en el latón. El cople tiene un diámetro interior de 20 mm.



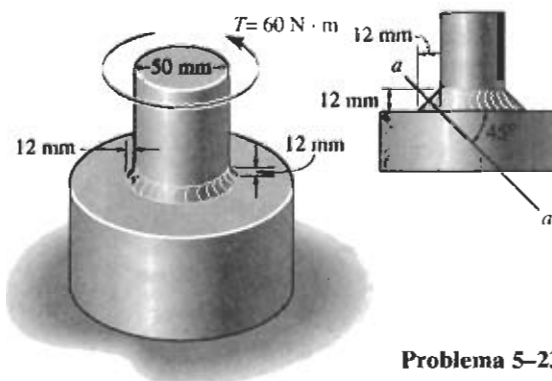
Problemas 5-20/5-21

5-22 El cople se usa para conectar las dos flechas entre sí. Suponiendo que el esfuerzo cortante en los pernos es *uniforme*, determine el número de pernos necesarios para que el esfuerzo cortante máximo en la flecha sea igual al esfuerzo cortante en los pernos. Cada perno tiene un diámetro d .



Problema 5-22

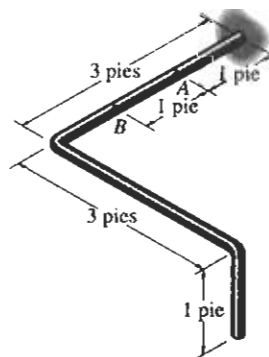
5-23 Las flechas de acero están conectadas entre sí por medio de un filete como se muestra. Determine el esfuerzo cortante promedio en la soldadura a lo largo de la sección $a-a$ si el par de torsión aplicado a las flechas es $T = 60$ N·m. *Nota:* La sección crítica donde la soldadura falla es a lo largo de la sección $a-a$.



Problema 5-23

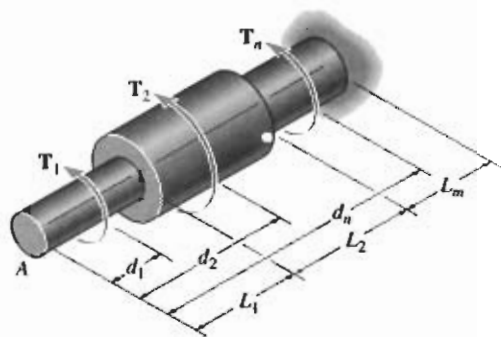
***5-24** La barra tiene un diámetro de 0.5 pulg y un peso de 5 lb/pie. Determine el esfuerzo máximo de torsión en la barra en una sección situada en A debido al peso de la barra.

5-25 Resuelva el problema 5-24 para el esfuerzo de torsión máximo en B .



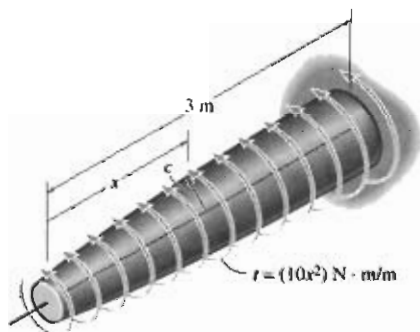
Problemas 5-24/5-25

■5-26 Considere el problema general de una flecha circular hecha de m segmentos cada uno de radio c_m . Si se tienen n pares de torsión sobre la flecha como se muestra, escriba un programa de computadora que sirva para determinar el esfuerzo cortante máximo en cualquier posición x especificada a lo largo de la flecha. Aplíquelo para los siguientes valores: $L_1 = 2$ pies, $c_1 = 2$ pulg, $L_2 = 4$ pies, $c_2 = 1$ pulg, $T_1 = 800$ lb · pie, $d_1 = 0$, $T_2 = -600$ lb · pie, $d_2 = 5$ pies.



Problema 5-26

5-27 La flecha está sometida a un par de torsión distribuido a lo largo de su longitud con magnitud $t = (10x^2)$ N · m/m, donde x está en metros. Si el esfuerzo máximo en la flecha debe permanecer constante con valor de 80 MPa, determine la variación requerida para el radio c de la flecha para $0 \leq x \leq 3$ m.



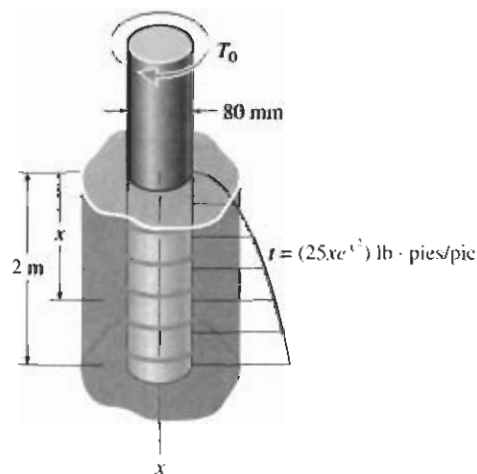
Problema 5-27

*5-28 Un resorte cilíndrico consiste en un anillo de hule unido a un anillo rígido y a una flecha. Si el anillo rígido se mantiene fijo y se aplica un par de torsión T a la flecha, determine el esfuerzo cortante máximo en el hule.



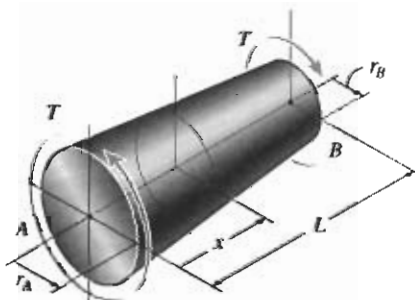
Problema 5-28

■5-29 La flecha tiene un diámetro de 80 mm y debido a la fricción en su superficie dentro del agujero, queda sometida a un par de torsión variable dado por la función $t = (25xe^{x^2})$ N · m/m, donde x está en metros. Determine el par de torsión mínimo T_0 necesario para vencer la fricción y que la flecha pueda girar. También determine el esfuerzo máximo absoluto en la flecha.



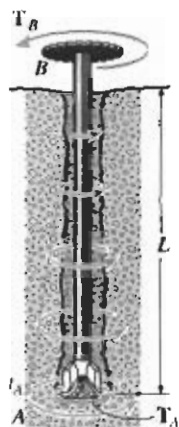
Problema 5-29

5-30 La flecha sólida tiene un ahusamiento lineal que va de r_A en un extremo a r_B en el otro. Obtenga una ecuación que dé el esfuerzo cortante máximo en la flecha en una posición x a lo largo del eje de la flecha.



Problema 5-30

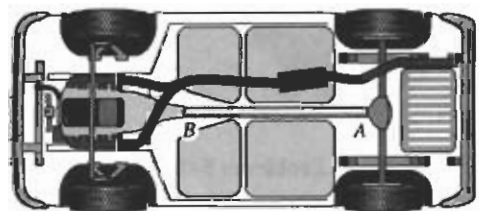
5-31 Cuando se perfora un pozo a una velocidad angular constante, el extremo del tubo perforador encuentra una resistencia T_A a la torsión. También el suelo a lo largo de los costados del tubo crea un par de fricción distribuido a lo largo de su longitud, que varía uniformemente desde cero en la superficie B hasta t_A en A . Determine el par mínimo T_B que debe ser proporcionado por la unidad de impulsión para vencer los pares resistentes, y calcule el esfuerzo cortante máximo en el tubo. El tubo tiene un radio exterior r_o y un radio interior r_i .



Problema 5-31

***5-32** La flecha impulsora AB de un automóvil está hecha con un acero que tiene un esfuerzo cortante permisible de $\tau_{perm} = 8$ ksi. Si el diámetro exterior es de 2.5 pulg y el motor desarrolla 200 hp cuando la flecha gira a 1140 rev/min, determine el espesor mínimo requerido para la pared de la flecha.

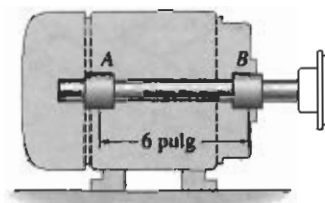
5-33 La flecha impulsora AB de un automóvil va a ser diseñada como un tubo de pared delgada. El motor desarrolla 150 hp cuando la flecha gira a 1500 rev/min. Determine el espesor mínimo de la pared de la flecha si su diámetro exterior es de 2.5 pulg. El material tiene un esfuerzo cortante permisible de $\tau_{perm} = 7$ ksi.



Problemas 5-32/5-33

5-34 La flecha motriz de un tractor va a ser diseñada como un tubo de pared delgada. El motor entrega 200 hp cuando la flecha está girando a 1200 rev/min. Determine el espesor mínimo para la pared de la flecha si el diámetro exterior de ésta es de 3 pulg. El material tiene un esfuerzo cortante permisible $\tau_{perm} = 7$ ksi.

5-35 Un motor suministra 500 hp a la flecha de acero AB , que es tubular y tiene un diámetro exterior de 2 pulg. Determine su diámetro interno más grande al $\frac{1}{8}$ pulg más cercano, cuando gira a 200 rad/s si el esfuerzo cortante permisible del material es $\tau_{perm} = 25$ ksi.

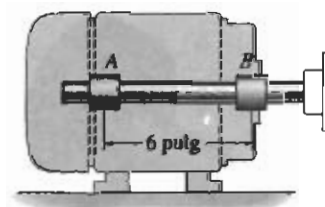


Problema 5-35

***5-36** La flecha motriz de un tractor está hecha de un tubo de acero que tiene un esfuerzo cortante permisible $\tau_{perm} = 6$ ksi. Si el diámetro exterior es de 3 pulg y el motor suministra 175 hp a la flecha al girar a 1250 rev/min, determine el espesor mínimo requerido para la pared de la flecha.

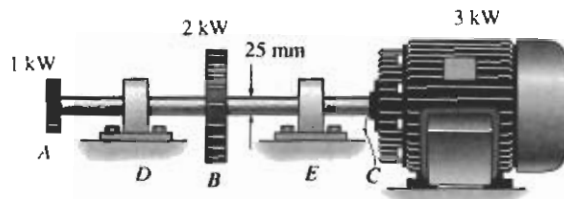
5-37 Un motor entrega 500 hp a la flecha de acero AB , que es tubular y tiene un diámetro exterior de 2 pulg y un diámetro interior de 1.84 pulg. Determine la velocidad angular *más pequeña* a la que puede girar la flecha si el esfuerzo cortante permisible del material es $\tau_{perm} = 25$ ksi.

5-38 La flecha de 0.75 pulg de diámetro para el motor eléctrico desarrolla 0.5 hp y gira a 1740 rev/min. Determine el par de torsión generado y calcule el esfuerzo cortante máximo en la flecha. La flecha está soportada por cojinetes de bolas en A y B .



Problemas 5-37/5-38

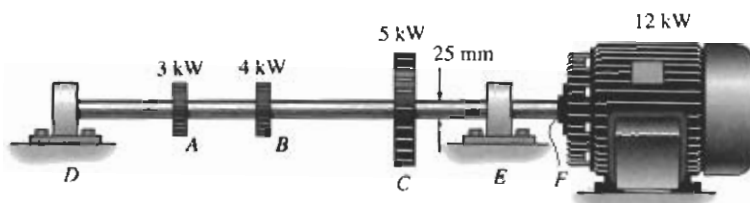
5-39 La flecha sólida de acero AC tiene un diámetro de 25 mm y está soportada por dos cojinetes lisos en D y en E . Está acoplada a un motor en C que suministra 3 kW de potencia a la flecha cuando gira a 50 rev/s. Si los engranes A y B toman 1 kW y 2 kW, respectivamente, determine el esfuerzo cortante máximo desarrollado en la flecha en las regiones AB y BC . La flecha puede girar libremente en sus cojinetes de apoyo D y E .



Problema 5-39

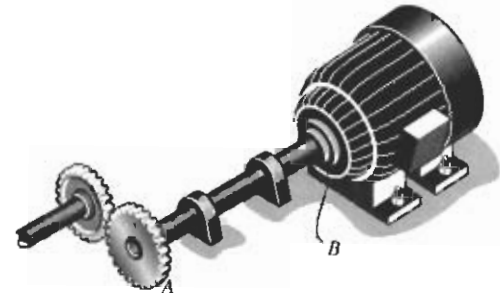
***5-40** La flecha sólida de acero DF tiene un diámetro de 25 mm y está soportada por dos cojinetes lisos en D y en E . Está acoplada a un motor en C que entrega 12 kW de potencia a la flecha cuando gira a 50 rev/s. Si los engranes A , B y C toman 3 kW, 4 kW y 5 kW, respectivamente, determine el esfuerzo cortante máximo desarrollado en la flecha en las regiones CF y BC . La flecha puede girar libremente en sus cojinetes de apoyo D y E .

5-41 Determine el esfuerzo cortante máximo absoluto generado en la flecha en el problema 5-41.



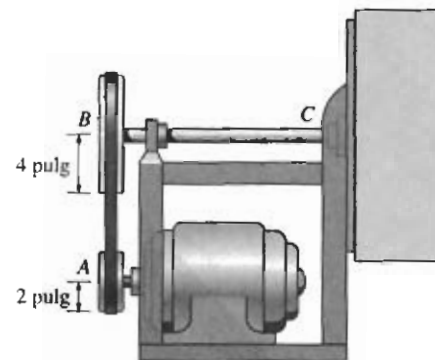
Problemas 5-40/5-41

5-42 El motor entrega 500 hp a la flecha AB de acero que es tubular y tiene un diámetro exterior de 2 pulg y un diámetro interior de 1.84 pulg. Determine la velocidad angular *más pequeña* a la que puede girar si el esfuerzo cortante permisible del material es $\tau_{perm} = 25$ ksi.



Problema 5-42

5-43 El motor entrega a A 50 hp cuando gira a una velocidad angular constante de 1350 rev/min. Por medio del sistema de banda y polea esta carga es entregada a la flecha BC de acero del ventilador. Determine al $\frac{1}{8}$ pulg más cercano el diámetro mínimo que puede tener esta flecha si el esfuerzo cortante permisible para el acero es $\tau_{perm} = 12$ ksi.



Problema 5-43

PROCEDIMIENTO DE ANÁLISIS

El ángulo de torsión de un extremo de una flecha o de un tubo con respecto al otro extremo puede determinarse aplicando las ecuaciones 5-14 a la 5-16. Para hacerlo se sugiere el siguiente procedimiento.

Par de torsión interno. El par de torsión interno puede hallarse en un punto sobre el eje de la flecha usando el método de secciones y la ecuación del equilibrio de momentos, aplicados a lo largo del eje de la flecha. Si el par de torsión varía a lo largo de la longitud de la flecha, deberá hacerse una sección en una posición arbitraria x a lo largo de la flecha y el par de torsión representarse como una función de x , es decir, $T(x)$. Si varios pares externos constantes actúan entre los extremos de la flecha, deberá determinarse el par interno en cada *segmento* de la flecha entre dos pares externos cualesquiera. Los resultados pueden mostrarse como un diagrama de momentos de torsión.

Ángulo de torsión. Cuando el área de la sección transversal circular varía a lo largo del eje de la flecha, el momento polar de inercia $J(x)$ debe expresarse en función de su posición x a lo largo del eje, $J(x)$. Además, si el momento polar de inercia o el par de torsión interno *cambian súbitamente* entre los extremos de la flecha, entonces deberá aplicarse la ecuación $\phi = \int (T(x)/J(x)G) dx$, o la ecuación $\phi = TL/JG$, a *cada segmento* para el cual J , G y T sean continuos o constantes. Cuando se evalúe el par de torsión interno en cada segmento, asegúrese de usar una convención de signos consistente para la flecha, tal como la que se indicó anteriormente. Asegúrese también de usar un conjunto consistente de unidades cuando se sustituyan los datos numéricos en las ecuaciones.

EJEMPLO 5-7

Los engranes unidos a la flecha de acero empotrada están sometidos a los pares de torsión mostrados en la figura 5-20a. Si el módulo de cortante es $G = 80 \text{ GPa}$ y la flecha tiene un diámetro de 14 mm, determine el desplazamiento del diente P en el engrane A . La flecha gira libremente sobre el cojinete en B .

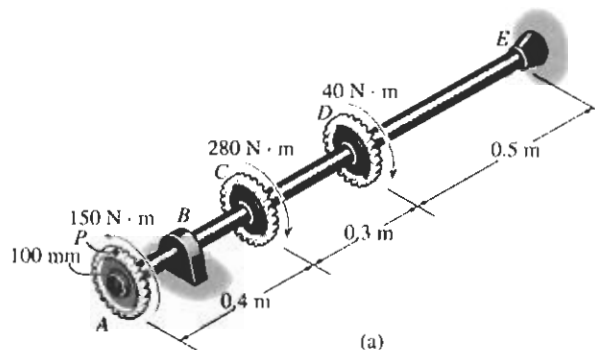
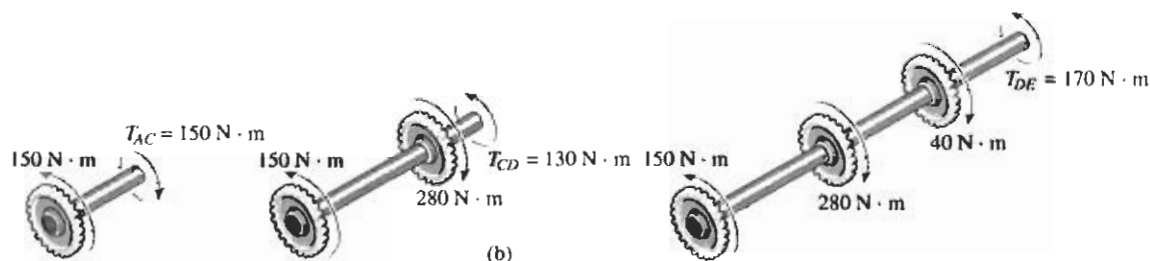


Figura 5-20



SOLUCIÓN

Par de torsión interno. Por inspección, los pares en los segmentos AC, CD y DE son diferentes pero *constantes* a lo largo de cada segmento. En la figura 5-20b se muestran diagramas de cuerpo libre de segmentos apropiados de la flecha junto con los pares internos calculados. Usando la regla de la mano derecha y la convención de signos establecida de que un par positivo se aleja del extremo seccionado de la flecha, tenemos:

$$T_{AC} = +150 \text{ N} \cdot \text{m} \quad T_{CD} = -130 \text{ N} \cdot \text{m} \quad T_{DE} = -170 \text{ N} \cdot \text{m}$$

Esos resultados se muestran también sobre el diagrama de pares torsionantes en la figura 5-20c.

Ángulo de torsión. El momento polar de inercia de la flecha es:

$$J = \frac{\pi}{2} (0.007 \text{ m})^4 = 3.77(10^{-9}) \text{ m}^4$$

Aplicando la ecuación 5-16 a cada segmento y sumando los resultados algebraicamente, tenemos:

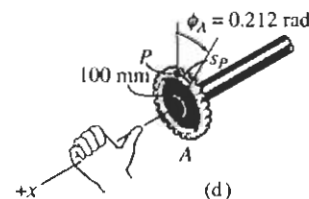
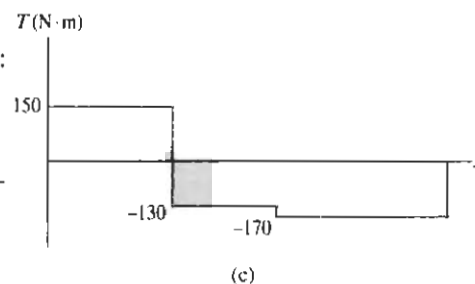
$$\begin{aligned} \phi_A = \sum \frac{TL}{JG} &= \frac{(+150 \text{ N} \cdot \text{m})(0.4 \text{ m})}{3.77(10^{-9}) \text{ m}^4 [80(10^9) \text{ N/m}^2]} \\ &+ \frac{(-130 \text{ N} \cdot \text{m})(0.3 \text{ m})}{3.77(10^{-9}) \text{ m}^4 [80(10^9) \text{ N/m}^2]} \\ &+ \frac{(-170 \text{ N} \cdot \text{m})(0.5 \text{ m})}{3.77(10^{-9}) \text{ m}^4 [80(10^9) \text{ N/m}^2]} = -0.212 \text{ rad} \end{aligned}$$

Como la respuesta es negativa, por la regla de la mano derecha el pulgar se dirige *hacia* el extremo E de la flecha y, por tanto, el engrane A gira como se muestra en la figura 5-20d.

El desplazamiento del diente P sobre el engrane A es:

$$s_P = \phi_A r = (0.212 \text{ rad})(100 \text{ mm}) = 21.2 \text{ mm} \quad \text{Resp.}$$

Recuerde que este análisis es válido sólo si el esfuerzo cortante no excede del límite proporcional del material.



EJEMPLO 5-8

Las dos flechas sólidas de acero mostradas en la figura 5-21a están acopladas a través de los engranes B y C . Determine el ángulo de torsión del extremo A de la flecha AB cuando se aplica el par de torsión $T = 45 \text{ N} \cdot \text{m}$. Considere $G = 80 \text{ GPa}$. La flecha AB gira libremente sobre los cojinetes E y F , mientras que la flecha DC está empotrada en D . Cada flecha tiene un diámetro de 20 mm .

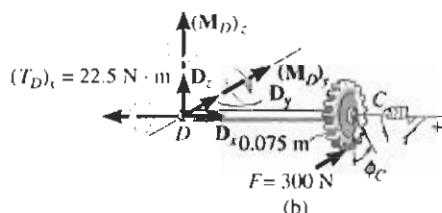
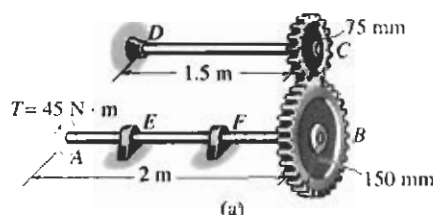


Figura 5-21



SOLUCIÓN

Par de torsión interno. En las figuras 5-21b y 5-21c se muestran diagramas de cuerpo libre de cada flecha. Sumando momentos a lo largo del eje x de la flecha AB se obtiene la reacción tangencial entre los engranes de $F = 45 \text{ N} \cdot \text{m} / 0.15 \text{ m} = 300 \text{ N}$. Sumando momentos respecto al eje x de la flecha DC , esta fuerza genera entonces un par de torsión de $(T_D)_x = 300 \text{ N}(0.075 \text{ m}) = 22.5 \text{ N} \cdot \text{m}$ sobre la flecha DC .

Ángulo de torsión. Para resolver el problema calculamos primero el giro del engrane C debido al par de $22.5 \text{ N} \cdot \text{m}$ en la flecha DC , figura 5-21b. Este ángulo de torsión es:

$$\phi_C = \frac{TL_{DC}}{JG} = \frac{(+22.5 \text{ N} \cdot \text{m})(1.5 \text{ m})}{(\pi/2)(0.010 \text{ m})^4[80(10^9) \text{ N/m}^2]} = +0.0269 \text{ rad}$$

Como los engranes en los extremos de las flechas están *conectados*, la rotación ϕ_C del engrane C ocasiona que el engrane B gire ϕ_B , figura 5-21c, donde

$$\phi_B(0.15 \text{ m}) = (0.0269 \text{ rad})(0.075 \text{ m})$$

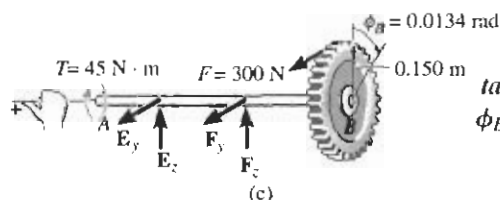
$$\phi_B = 0.0134 \text{ rad}$$

Determinaremos ahora el ángulo de torsión del extremo A con respecto al extremo B de la flecha AB generado por el par de $45 \text{ N} \cdot \text{m}$, figura 5-21c. Tenemos:

$$\phi_{A/B} = \frac{T_{AB}L_{AB}}{JG} = \frac{(+45 \text{ N} \cdot \text{m})(2 \text{ m})}{(\pi/2)(0.010 \text{ m})^4[80(10^9) \text{ N/m}^2]} = +0.0716 \text{ rad}$$

La rotación del extremo A se determina entonces sumando ϕ_B y $\phi_{A/B}$, ya que ambos ángulos tienen el *mismo sentido*, figura 5-21c. Tenemos:

$$\phi_A = \phi_B + \phi_{A/B} = 0.0134 \text{ rad} + 0.0716 \text{ rad} = +0.0850 \text{ rad} \quad \text{Resp.}$$



EJEMPLO 5-9

El poste sólido de hierro colado de 2 pulg de diámetro mostrado en la figura 5-22a está enterrado 24 pulg en el suelo. Si se le aplica un par de torsión por medio de una llave rígida a su parte superior, determine el esfuerzo cortante máximo en el poste y el ángulo de torsión en su parte superior. Suponga que el par está a punto de hacer girar el poste y que el suelo ejerce una resistencia torsional uniforme de t lb · pulg/pulg a lo largo de su longitud enterrada de 24 pulg. $G = 5.5(10^3)$ ksi.

SOLUCIÓN

Par de torsión interno. El par de torsión interno en el segmento AB del poste es constante. Del diagrama de cuerpo libre, figura 5-22b, tenemos:

$$\Sigma M_z = 0; \quad T_{AB} = 25 \text{ lb}(12 \text{ pulg}) = 300 \text{ lb} \cdot \text{pulg}$$

La magnitud del par de torsión distribuido uniformemente a lo largo del segmento BC enterrado puede determinarse a partir del equilibrio de todo el poste, figura 5-22c. En este caso,

$$\begin{aligned} \Sigma M_z = 0; \quad 25 \text{ lb}(12 \text{ pulg}) - t(24 \text{ pulg}) &= 0 \\ t &= 12.5 \text{ lb} \cdot \text{pulg/pulg} \end{aligned}$$

Por tanto, del diagrama de cuerpo libre de una sección de poste situada en la posición x dentro de la región BC , figura 5-22d, tenemos:

$$\begin{aligned} \Sigma M_z = 0; \quad T_{BC} - 12.5x &= 0 \\ T_{BC} &= 12.5x \end{aligned}$$

Esfuerzo cortante máximo. El esfuerzo cortante más grande ocurre en la región AB , puesto que el par es máximo ahí y J es constante para el poste. Aplicando la fórmula de torsión, tenemos:

$$\tau_{\text{máx}} = \frac{T_{AB} c}{J} = \frac{(300 \text{ lb} \cdot \text{pulg})(1 \text{ pulg})}{(\pi/2)(1 \text{ pulg})^4} = 191 \text{ psi} \quad \text{Resp.}$$

Ángulo de torsión. El ángulo de torsión en la parte superior puede determinarse respecto a la parte inferior del poste, ya que este extremo está fijo y a punto de girar. Ambos segmentos, AB y BC , giran, y en este caso tenemos:

$$\begin{aligned} \phi_A &= \frac{T_{AB} L_{AB}}{JG} + \int_0^{L_{BC}} \frac{T_{BC} dx}{JG} \\ &= \frac{(300 \text{ lb} \cdot \text{pulg})(36 \text{ pulg})}{JG} + \int_0^{24 \text{ pulg}} \frac{12.5x dx}{JG} \\ &= \frac{10\,800 \text{ lb} \cdot \text{pulg}^2}{JG} + \frac{12.5[(24)^2/2] \text{ lb} \cdot \text{pulg}^2}{JG} \\ &= \frac{14\,400 \text{ lb} \cdot \text{pulg}^2}{(\pi/2)(1 \text{ pulg})^4 5500(10^3) \text{ lb/pulg}^2} = 0.00167 \text{ rad} \quad \text{Resp.} \end{aligned}$$

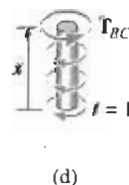
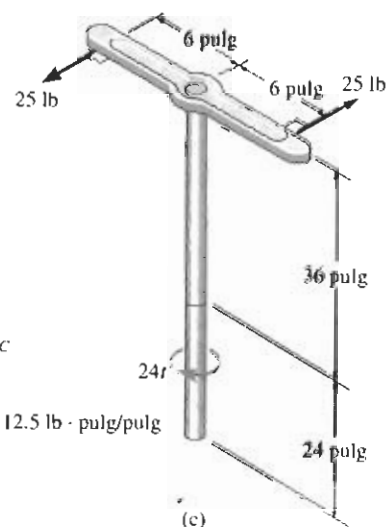
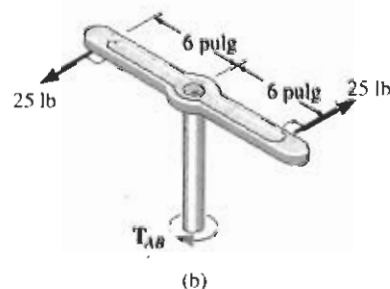
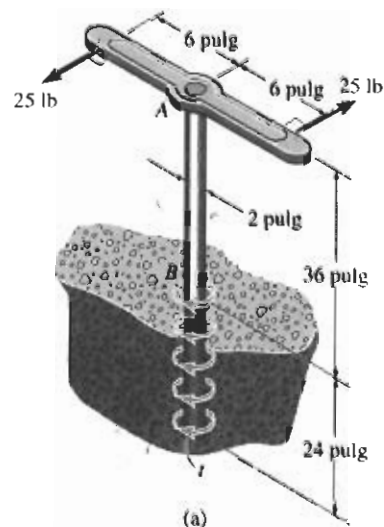


Figura 5-22

EJEMPLO 5-10

La flecha ahusada mostrada en la figura 5-23a está hecha de un material cuyo módulo cortante es G . Determine el ángulo de torsión de su extremo B cuando está sometida al momento.

SOLUCIÓN

Momento de torsión interno. Por inspección o por el diagrama de cuerpo libre de una sección localizada en la posición arbitraria x , figura 5-23b, el momento de torsión interno es T .

Ángulo de torsión. El momento polar de inercia varía aquí a lo largo del eje de la flecha, por lo que tenemos que expresarlo en términos de la coordenada x . El radio c de la flecha en x puede determinarse en términos de x por proporción de la pendiente de la línea AB en la figura 5-23c. Tenemos:

$$\frac{c_2 - c_1}{L} = \frac{c_2 - c}{x}$$

$$c = c_2 - x\left(\frac{c_2 - c_1}{L}\right)$$

Entonces, en x ,

$$J(x) = \frac{\pi}{2} \left[c_2 - x\left(\frac{c_2 - c_1}{L}\right) \right]^4$$

Aplicando la ecuación 5-14, tenemos:

$$\phi = \int_0^L \frac{T dx}{\left(\frac{\pi}{2}\right) \left[c_2 - x\left(\frac{c_2 - c_1}{L}\right) \right]^4 G} = \frac{2T}{\pi G} \int_0^L \frac{dx}{\left[c_2 - x\left(\frac{c_2 - c_1}{L}\right) \right]^4}$$

Efectuando la integración usando una tabla de integrales, se obtiene:

$$\phi = \left(\frac{2T}{\pi G} \right) \frac{1}{3 \left(\frac{c_2 - c_1}{L} \right) \left[c_2 - x\left(\frac{c_2 - c_1}{L}\right) \right]^3} \bigg|_0^L$$

$$= \frac{2T}{\pi G} \left(\frac{L}{3(c_2 - c_1)} \right) \left(\frac{1}{c_1^3} - \frac{1}{c_2^3} \right)$$

Reordenando términos resulta:

$$\phi = \frac{2TL}{3\pi G} \left(\frac{c_2^2 + c_1c_2 + c_1^2}{c_1^3c_2^3} \right) \quad \text{Resp.}$$

Para verificar parcialmente este resultado, note que cuando $c_1 = c_2 = c$, entonces

$$\phi = \frac{TL}{[(\pi/2)c^4]G} = \frac{TL}{JG}$$

que es la ecuación 5-15.

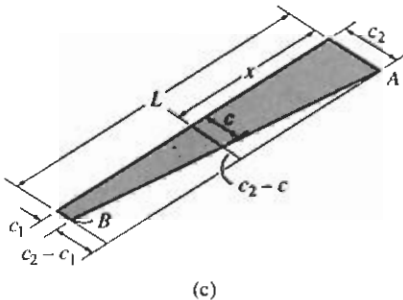
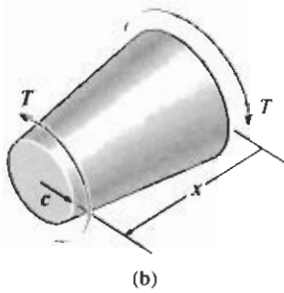
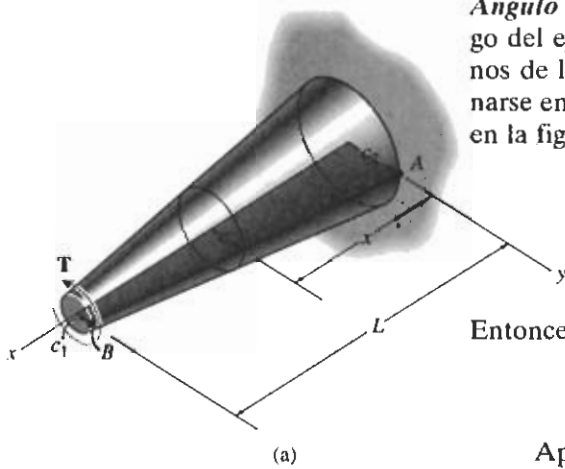


Figura 5-23

PROBLEMAS

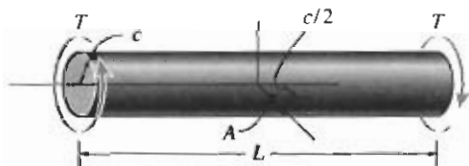
***5-44** Las hélices de un barco están conectadas a una flecha sólida de acero A-36 de 60 m de largo que tiene un diámetro exterior de 340 mm y un diámetro interior de 260 mm. Si la potencia generada es de 4.5 MW cuando la flecha gira a 20 rad/s, determine el esfuerzo torsional máximo en la flecha y su ángulo de torsión.

5-45 Una flecha está sometida a un par de torsión T . Compare la efectividad de usar el tubo mostrado en la figura contra la de una sección sólida de radio c . Para esto, calcule el porcentaje de aumento en el esfuerzo de torsión y en el ángulo de torsión por unidad de longitud del tubo respecto a la sección sólida.



Problemas 5-44/5-45

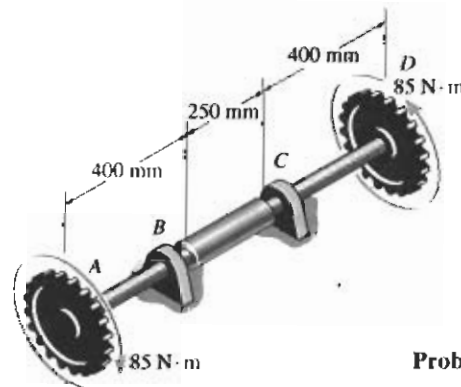
5-46 La flecha sólida de radio c está sometida a un par de torsión T en sus extremos. Demuestre que la deformación cortante máxima generada en la flecha es $\gamma_{\max} = Tc/JG$. ¿Cuál es la deformación cortante en un elemento localizado en el punto A, a $c/2$ del centro de la flecha? Esboce la distorsión cortante en este elemento.



Problema 5-46

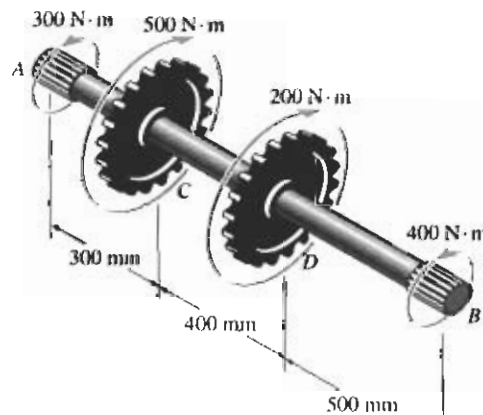
5-47 La flecha de acero A-36 está hecha con los tubos AB y CD más una sección sólida BC . Está soportada sobre cojinetes lisos que le permiten girar libremente. Si los engranes, fijos a sus extremos, están sometidos a pares de torsión de $85 \text{ N} \cdot \text{m}$, determine el ángulo de torsión del engrane A con respecto al engrane D. Los tubos tienen un diámetro exterior de 30 mm y un diámetro interior de 20 mm. La sección sólida tiene un diámetro de 40 mm.

***5-48** La flecha de acero A-36 está hecha con los tubos AB y CD más una sección sólida BC . Está soportada sobre cojinetes lisos que le permiten girar libremente. Si los engranes, fijos a sus extremos, están sometidos a pares de torsión de $85 \text{ N} \cdot \text{m}$, determine el ángulo de torsión del extremo B de la sección sólida respecto al extremo C. Los tubos tienen un diámetro externo de 30 mm y un diámetro interno de 20 mm. La sección sólida tiene un diámetro de 40 mm.



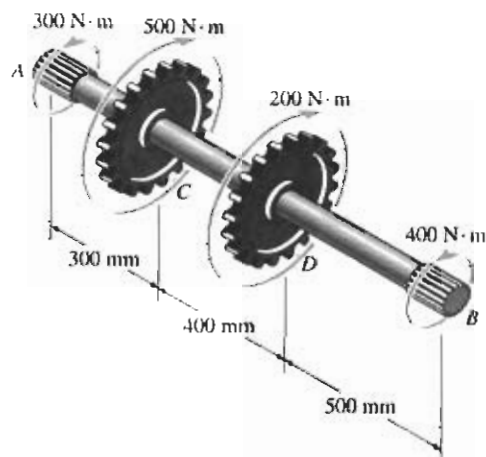
Problemas 5-47/5-48

5-49 Los extremos estriados y los engranes unidos a la flecha de acero A-36 están sometidos a los pares de torsión mostrados. Determine el ángulo de torsión del extremo B con respecto al extremo A. La flecha tiene un diámetro de 40 mm.



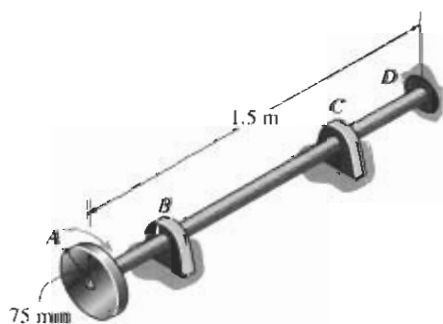
Problema 5-49

5-50 Los extremos estriados y los engranes unidos a la flecha de acero A-36 están sometidos a los pares de torsión mostrados. Determine el ángulo de torsión del engrane *C* con respecto al engrane *D*. La flecha tiene un diámetro de 40 mm.



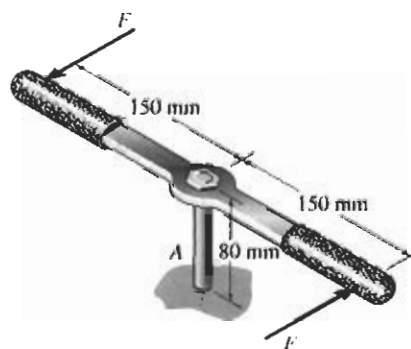
Problema 5-50

5-51 La flecha y volante giratorios, al ser llevados repentinamente al reposo en *D*, comienzan a oscilar en sentido horario y antihorario de manera que un punto *A* sobre el borde exterior del volante se desplaza a través de un arco de 6 mm. Determine el esfuerzo cortante máximo desarrollado en la flecha tubular de acero A-36 debido a esta oscilación. La flecha tiene un diámetro interior de 24 mm y un diámetro exterior de 32 mm. Los cojinetes en *B* y *C* permiten que la flecha gire libremente, mientras que el soporte en *D* mantiene fija la flecha.



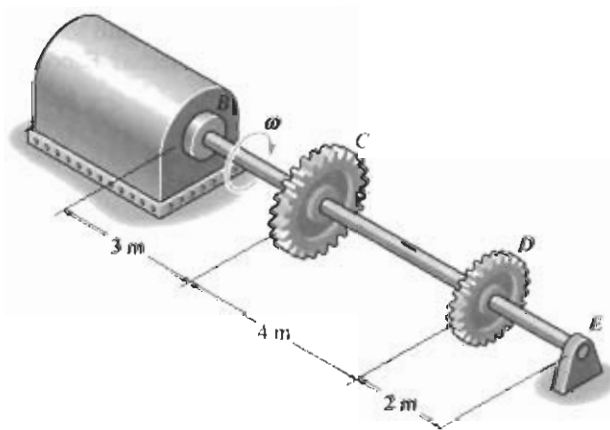
Problema 5-51

***5-52** El perno de acero A-36 de 8 mm de diámetro está empotrado en el bloque en *A*. Determine las fuerzas *F* del par que deben aplicarse a la llave para que el esfuerzo cortante máximo en el perno sea de 18 MPa. También calcule el desplazamiento correspondiente de cada fuerza *F* necesario para generar este esfuerzo. Suponga que la llave es rígida.



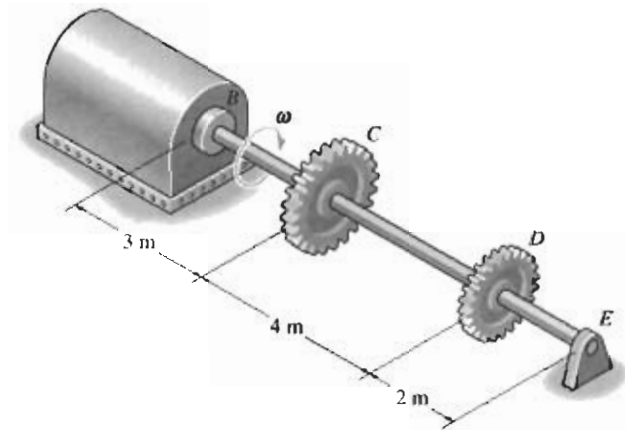
Problema 5-52

5-53 La turbina desarrolla 150 kW de potencia que se transmite a los engranes en forma tal que *C* recibe 70% y *D* 30%. Si la rotación de la flecha de acero A-36 de 100 mm de diámetro es $\omega = 800$ rev/min, determine el esfuerzo cortante máximo absoluto en la flecha y el ángulo de torsión del extremo *E* de la flecha respecto al extremo *B*. El cojinete en *E* permite que la flecha gire libremente respecto a su eje.



Problema 5-53

5-54 La turbina desarrolla 150 kW de potencia que se transmite a los engranes de manera que tanto *C* como *D* reciben la misma cantidad. Si la rotación de la flecha de acero A-36 de 100 mm de diámetro es $\omega = 500$ rev/min, determine el esfuerzo cortante máximo absoluto en la flecha y la rotación del extremo *B* de ésta respecto al extremo *E*. El cojinete en *E* permite que la flecha gire libremente alrededor de su eje.



Problema 5-54

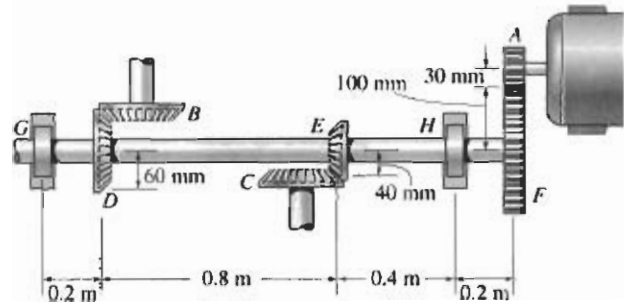
5-55 La flecha hueca de acero A-36 tiene 2 m de longitud y un diámetro exterior de 40 mm. Cuando está girando a 80 rad/s, transmite 32 kW de potencia del motor *E* al generador *G*. Determine el espesor mínimo de la flecha si el esfuerzo cortante permisible es $\tau_{perm} = 140$ MPa y la flecha está restringida a no torcerse más de 0.05 rad.

***5-56** La flecha sólida de acero A-36 tiene 3 m de longitud y un diámetro de 50 mm. Se requiere que transmita 35 kW de potencia del motor *E* al generador *G*. Determine la velocidad angular mínima que la flecha puede tener si está restringida a no torcerse más de 1°.



Problemas 5-55/5-56

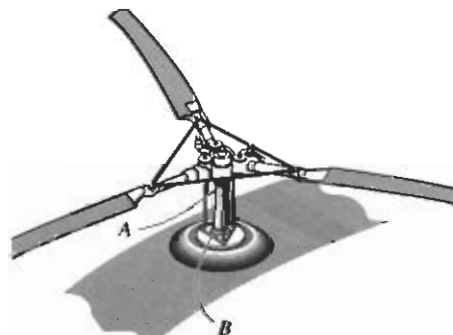
5-57 El motor produce un par de torsión $T = 20$ N · m sobre el engrane *A*. Si el engrane *C* se bloquea repentinamente de tal manera que no pueda girar, aunque *B* sí puede girar libremente, determine el ángulo de torsión de *F* con respecto a *E* y el de *F* con respecto a *D* de la flecha de acero L-2 que tiene un diámetro interior de 30 mm y un diámetro exterior de 50 mm. También, calcule el esfuerzo cortante máximo absoluto en la flecha. La flecha está soportada sobre cojinetes en *G* y *H*.



Problema 5-57

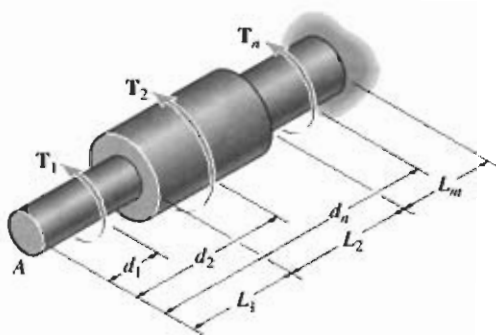
5-58 El motor de un helicóptero suministra 600 hp a la flecha del rotor *AB* cuando las aspas están girando a 1200 rev/min. Determine al $\frac{1}{8}$ pulg más cercano al diámetro de la flecha *AB* si el esfuerzo cortante permisible es $\tau_{perm} = 8$ ksi y las vibraciones limitan el ángulo de torsión de la flecha a 0.05 rad. La flecha tiene 2 pies de longitud y está hecha de acero L2.

5-59 El motor de un helicóptero está entregando 600 hp a la flecha del rotor *AB* cuando las aspas giran a 1200 rev/min. Determine al $\frac{1}{8}$ pulg más cercano al diámetro de la flecha *AB* si el esfuerzo cortante permisible es $\tau_{perm} = 10.5$ ksi y las vibraciones limitan el ángulo de torsión de la flecha a 0.05 rad. La flecha tiene 2 pies de longitud y está hecha de acero L2.



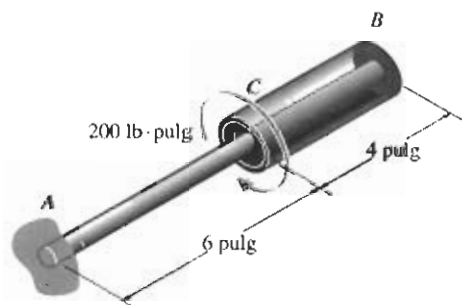
Problemas 5-58/5-59

■*5-60 Considere el problema general de una flecha circular hecha de m segmentos, cada uno de radio c_m y módulo cortante G_m . Si actúan n pares de torsión sobre la flecha como se muestra, escriba un programa de computadora que sirva para determinar el ángulo de torsión en su extremo A . Aplique el programa con los siguientes datos: $L_1 = 0.5$ m, $c_1 = 0.02$ m, $G_1 = 30$ GPa, $L_2 = 1.5$ m, $c_2 = 0.05$ m, $G_2 = 15$ GPa, $T_1 = -450$ N · m, $d_1 = 0.25$ m, $T_2 = 600$ N · m, $d_2 = 0.8$ m.



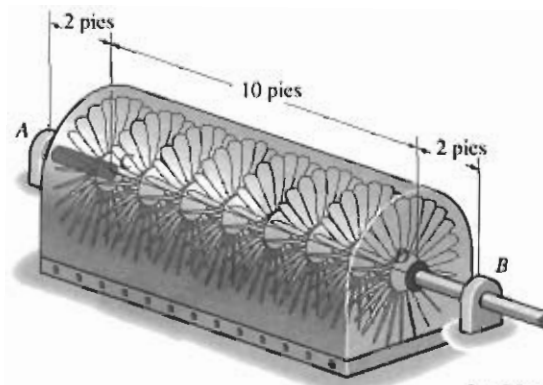
Problema 5-60

5-61 La pieza de acero A-36 consta de un tubo con radio exterior de 1 pulg y un espesor de pared de 0.125 pulg. Por medio de una placa rígida en B se conecta a la flecha sólida AB de 1 pulg de diámetro. Determine la rotación del extremo C del tubo si se aplica un par de torsión de 200 lb · pulg al tubo en este extremo. El extremo A de la flecha está empotrado.



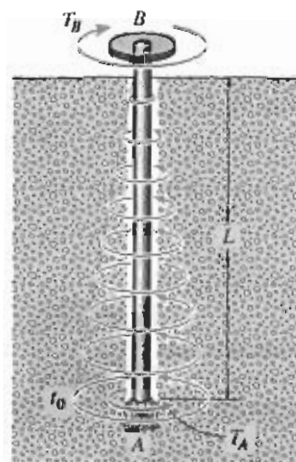
Problema 5-61

5-62 La flecha de acero L2 de 6 pulg de diámetro en la turbina está soportada sobre cojinetes en A y B . Si C se mantiene fijo y las paletas de la turbina generan un par de torsión en la flecha que crece linealmente de cero en C a 2000 lb · pie en D , determine el ángulo de torsión del extremo D de la flecha respecto al extremo C . También, calcule el esfuerzo cortante máximo absoluto en la flecha. Desprecie el tamaño de las paletas.



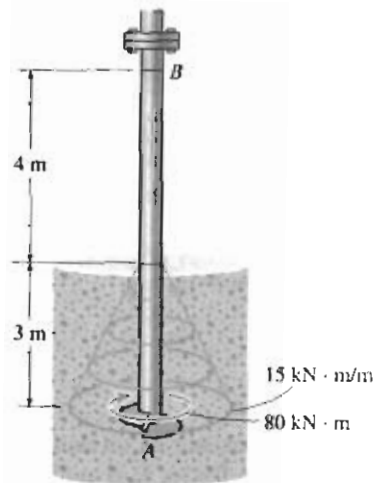
Problema 5-62

5-63 Cuando se perfora un pozo, se supone que el extremo profundo del tubo perforador encuentra una resistencia a la torsión T_A . Además, la fricción del suelo a lo largo de los lados del tubo crea una distribución lineal del par de torsión por unidad de longitud que varía desde cero en la superficie B hasta t_0 en A . Determine el par de torsión necesario T_B que debe aplicar la unidad impulsora para hacer girar al tubo. También, ¿cuál es el ángulo de torsión relativo de un extremo del tubo con respecto al otro extremo en el instante en que el tubo va a comenzar a girar? El tubo tiene un radio exterior r_o y un radio interior r_i . El módulo de cortante es G .



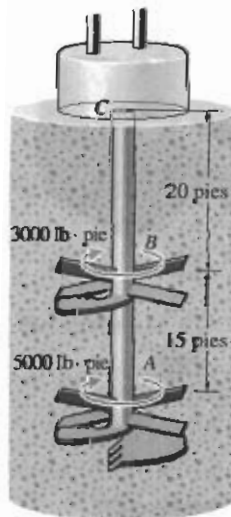
Problema 5-63

***5-64** Con el poste de acero A-36 se "taladra" a velocidad angular constante el suelo usando la instalación rotatoria. Si el poste tiene un diámetro interior de 200 mm y un diámetro exterior de 225 mm, determine el ángulo relativo de torsión del extremo A del poste con respecto al extremo B , cuando el poste alcanza la profundidad indicada. Debido a la fricción del suelo, suponga que el par que actúa a lo largo del poste varía linealmente como se muestra y que un par de torsión concentrado de $80 \text{ kN} \cdot \text{m}$ actúa en la punta del poste.



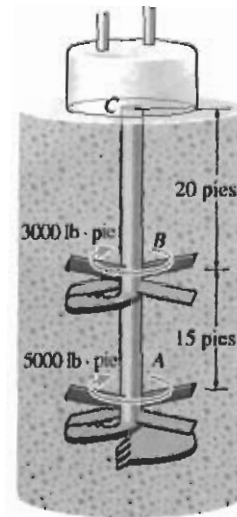
Problema 5-64

5-65 El dispositivo mostrado se usa para mezclar suelos con el fin de proporcionar estabilización *in situ*. Si el mezclador está conectado a una flecha tubular de acero A-36 que tiene un diámetro interior de 3 pulg y un diámetro exterior de 4.5 pulg, determine el ángulo de torsión de la flecha en la sección A con respecto a la sección B , así como el esfuerzo cortante máximo absoluto en la flecha, si cada hoja mezcladora está sometida a los pares de torsión mostrados.



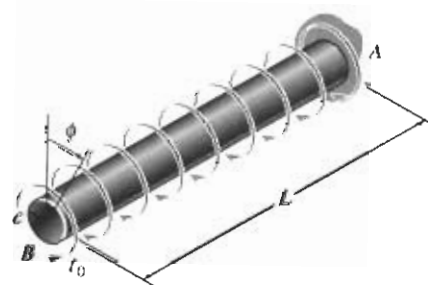
Problema 5-65

5-66 El dispositivo mostrado se usa para mezclar suelos con el fin de proporcionar estabilización *in situ*. Si el mezclador está conectado a una flecha tubular de acero A-36 que tiene un diámetro interior de 3 pulg y un diámetro exterior de 4.5 pulg, determine el ángulo de torsión de la flecha en la sección A con respecto a la sección C , considerando que cada hoja mezcladora está sometida a los pares de torsión mostrados.



Problema 5-66

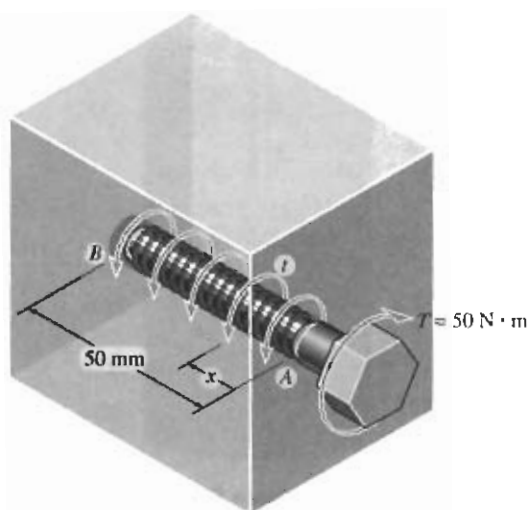
5-67 La flecha tiene un radio c y está sometida a un par de torsión por unidad de longitud de t_0 , distribuido uniformemente sobre toda la longitud L de la flecha. Determine el ángulo de torsión ϕ en el extremo B , considerando que el extremo alejado A está empotrado. El módulo cortante es G .



Problema 5-67

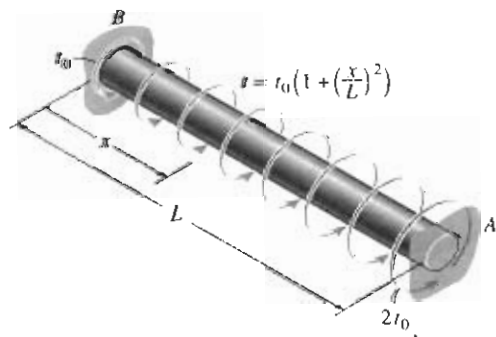
***5-68** El perno de acero A-36 se aprieta dentro de un agujero de manera que el par de torsión reactivo sobre el vástago AB puede expresarse por la ecuación $t = (kx^2) \text{ N} \cdot \text{m/m}$, donde x está en metros. Si se aplica un par de torsión $T = 50 \text{ N} \cdot \text{m}$ a la cabeza del perno, determine la constante k y la magnitud del giro en los 50 mm de longitud del vástago. Suponga que el vástago tiene un radio constante de 4 mm.

5-69 Resuelva el problema 5-68 considerando que el par distribuido es $t = (kx^{2/3}) \text{ N} \cdot \text{m/m}$.



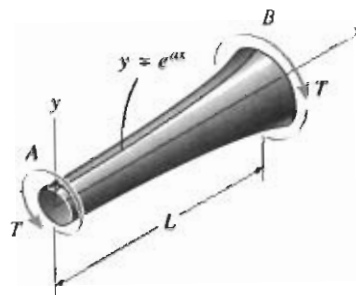
Problemas 5-68/5-69

5-70 La flecha de radio c está sometida a un par distribuido t , medido como par/longitud de flecha. Determine el ángulo de torsión en el extremo A . El módulo de cortante es G .



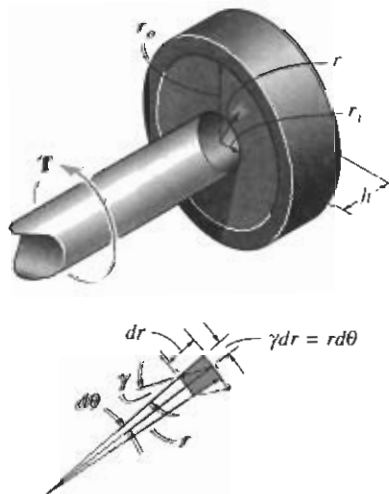
Problema 5-70

5-71 El contorno de la superficie de la flecha está definido por la ecuación $y = e^{ax}$, donde a es una constante. Si la flecha está sometida a un par de torsión T en sus extremos, determine el ángulo de torsión del extremo A con respecto al extremo B . El módulo de cortante es G .



Problema 5-71

***5-72** Un resorte cilíndrico consiste en un anillo de hule unido a un anillo rígido y a una flecha. Si el anillo rígido se mantiene fijo y se aplica un par de torsión T a la flecha rígida, determine el ángulo de torsión de ésta. El módulo cortante del hule es G . *Sugerencia:* Como se muestra en la figura, la deformación del elemento con radio r puede determinarse con $r d\theta = dr \gamma$. Use esta expresión junto con $\tau = T/(2\pi r^2 h)$, del problema 5-28, para obtener el resultado.



Problema 5-72

EJEMPLO 5-11

La flecha sólida mostrada en la figura 5-25a tiene un diámetro de 20 mm. Determine las reacciones en los empotramientos A y B cuando está sometida a los dos pares de torsión mostrados.

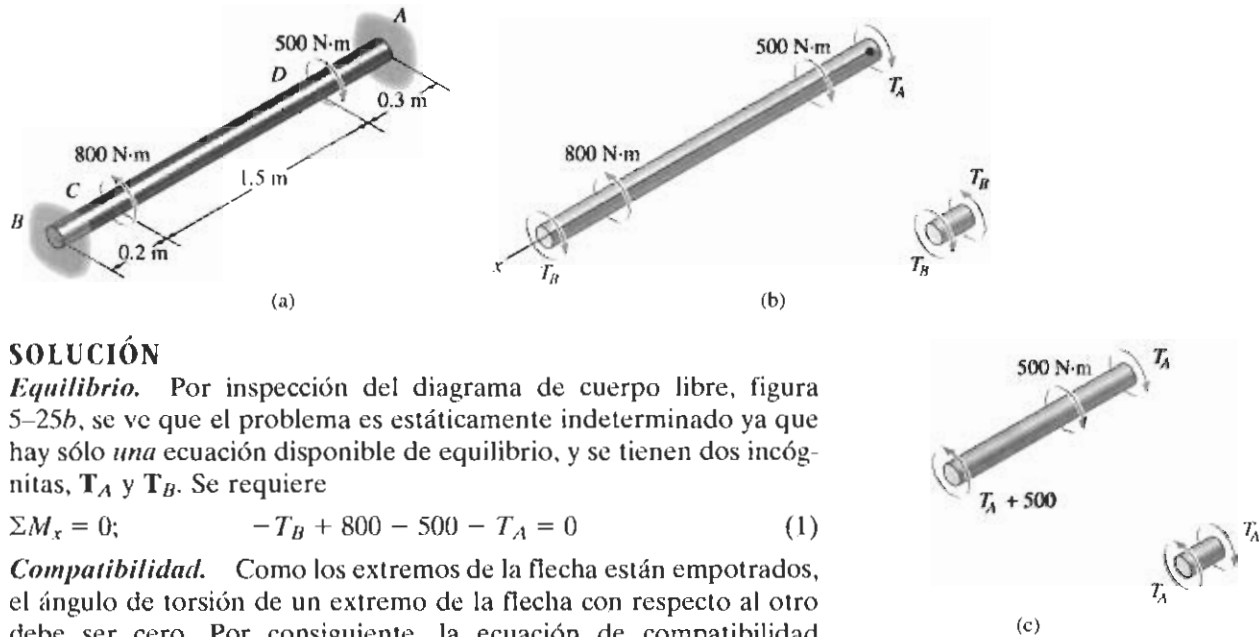


Figura 5-25

SOLUCIÓN

Equilibrio. Por inspección del diagrama de cuerpo libre, figura 5-25b, se ve que el problema es estáticamente indeterminado ya que hay sólo una ecuación disponible de equilibrio, y se tienen dos incógnitas, T_A y T_B . Se requiere

$$\Sigma M_x = 0; \quad -T_B + 800 - 500 - T_A = 0 \quad (1)$$

Compatibilidad. Como los extremos de la flecha están empotrados, el ángulo de torsión de un extremo de la flecha con respecto al otro debe ser cero. Por consiguiente, la ecuación de compatibilidad puede escribirse como:

$$\phi_{A/B} = 0$$

Esta condición puede expresarse en términos de los pares de torsión desconocidos usando la relación carga-desplazamiento $\phi = TL/JG$. Tenemos aquí tres regiones de la flecha donde el par interno es constante. En los diagramas de cuerpo libre mostrados en la figura 5-25c se indican esos pares internos actuando sobre segmentos de la flecha.* De acuerdo con la convención de signos establecida en la sección 5.4, tenemos

$$\frac{-T_B(0.2 \text{ m})}{JG} + \frac{(T_A + 500 \text{ N} \cdot \text{m})(1.5 \text{ m})}{JG} + \frac{T_A(0.3 \text{ m})}{JG} = 0$$

o

$$1.8T_A - 0.2T_B = -750 \quad (2)$$

Al resolver las ecuaciones 1 y 2 obtenemos:

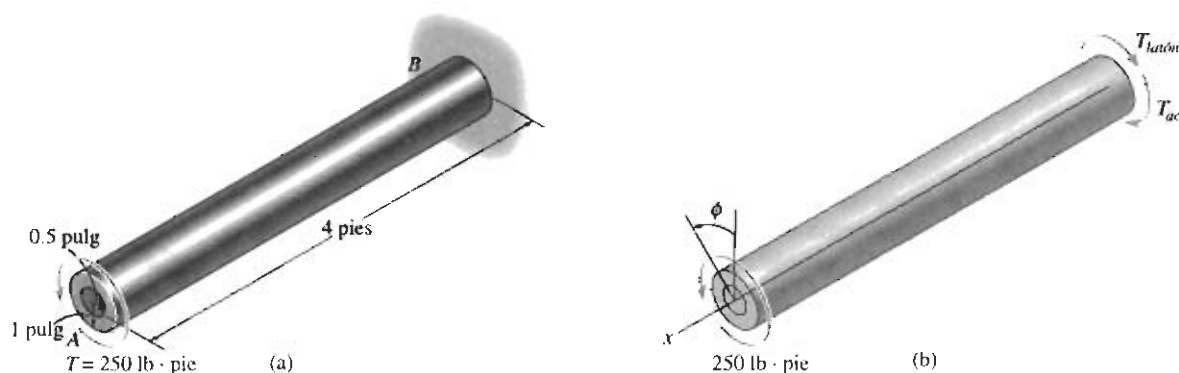
$$T_A = -345 \text{ N} \cdot \text{m} \quad T_B = 645 \text{ N} \cdot \text{m} \quad \text{Resp.}$$

El signo negativo indica que T_A actúa con sentido opuesto al mostrado en la figura 5-25b.

*Alternativamente, procediendo con los otros segmentos de la flecha, podemos usar cargas internas de $(T_A - 300)$, $(800 - T_B)$ y $(-T_B + 300)$.

EJEMPLO 5-12

La flecha mostrada en la figura 5-26a está hecha de un tubo de acero unido a un núcleo de latón. Si se aplica un par de torsión $T = 250 \text{ lb} \cdot \text{pie}$ en su extremo, indique la distribución del esfuerzo cortante a lo largo de una línea radial de su sección transversal. Considere $G_{ac} = 11.4(10^3) \text{ ksi}$, $G_{latón} = 5.20(10^3) \text{ ksi}$.

**Figura 5-26****SOLUCIÓN**

Equilibrio. En la figura 5-26b se muestra un diagrama de cuerpo libre de la flecha. La reacción en el empotramiento se ha representado por la magnitud desconocida de par resistido por el acero, T_{ac} , y por el latón, $T_{latón}$. Trabajando en unidades de libras y pulgadas, por equilibrio se requiere:

$$-T_{ac} - T_{latón} + 250 \text{ lb} \cdot \text{pie}(12 \text{ pulg/pie}) = 0 \quad (1)$$

Compatibilidad. Se requiere que el ángulo de torsión del extremo A sea el mismo tanto para el acero como para el latón. Así,

$$\phi = \phi_{ac} = \phi_{latón}$$

Aplicando la relación carga-desplazamiento, $\phi = TL/JG$, tenemos:

$$\frac{T_{ac}L}{(\pi/2)[(1 \text{ pulg})^4 - (0.5 \text{ pulg})^4]11.4(10^3) \text{ kip/pulg}^2} = \frac{T_{latón}L}{(\pi/2)(0.5 \text{ pulg})^4 5.20(10^3) \text{ kip/pulg}^2}$$

$$T_{ac} = 32.88 T_{latón} \quad (2)$$

Resolviendo las ecuaciones 1 y 2, obtenemos:

$$T_{ac} = 2911.0 \text{ lb} \cdot \text{pulg} = 242.6 \text{ lb} \cdot \text{pie}$$

$$T_{latón} = 88.5 \text{ lb} \cdot \text{pulg} = 7.38 \text{ lb} \cdot \text{pie}$$

Estos pares actúan a lo largo de toda la longitud de la flecha, ya que ningún par externo actúa en puntos intermedios a lo largo del eje de la flecha. El esfuerzo cortante en el núcleo de latón varía de cero en su centro a un máximo en la interfaz en que entra en contacto con el tubo de acero. Con la fórmula de torsión,

$$(\tau_{latón})_{máx} = \frac{(88.5 \text{ lb} \cdot \text{pulg})(0.5 \text{ pulg})}{(\pi/2)(0.5 \text{ pulg})^4} = 451 \text{ psi}$$

Para el acero, el esfuerzo cortante mínimo se tiene en esta interfaz, con un valor de:

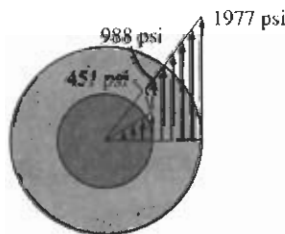
$$(\tau_{ac})_{mín} = \frac{(2911.0 \text{ lb} \cdot \text{pulg})(0.5 \text{ pulg})}{(\pi/2)[(1 \text{ pulg})^4 - (0.5 \text{ pulg})^4]} = 988 \text{ psi}$$

y el esfuerzo cortante máximo está en la superficie externa, con valor de:

$$(\tau_{ac})_{máx} = \frac{(2911.0 \text{ lb} \cdot \text{pulg})(1 \text{ pulg})}{(\pi/2)[(1 \text{ pulg})^4 - (0.5 \text{ pulg})^4]} = 1977 \text{ psi}$$

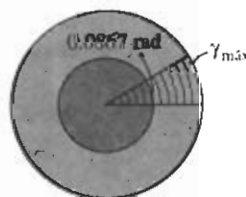
Los resultados se muestran en la figura 5-26c. Note la discontinuidad del *esfuerzo cortante* en la interfaz del latón y del acero. Esto era de esperarse, ya que los materiales tienen módulos de rigidez diferente; es decir, que el acero es más rígido que el latón ($G_{ac} > G_{latón}$), por lo que toma más esfuerzo cortante en la interfaz. Si bien el esfuerzo cortante es aquí discontinuo, la *deformación cortante* no lo es; es decir, la deformación cortante unitaria es la *misma* en el latón y en el acero. Esto puede evidenciarse usando la ley de Hooke, $\gamma = \tau/G$. En la interfaz, figura 5-26d, la deformación cortante unitaria es:

$$\gamma = \frac{\tau}{G} = \frac{451 \text{ psi}}{5200 \text{ psi}} = \frac{988 \text{ psi}}{11\,400 \text{ psi}} = 0.0867 \text{ rad}$$



Distribución del esfuerzo cortante

(c)

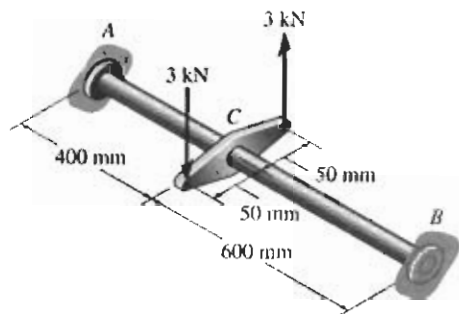


Distribución de la deformación unitaria cortante

(d)

PROBLEMAS

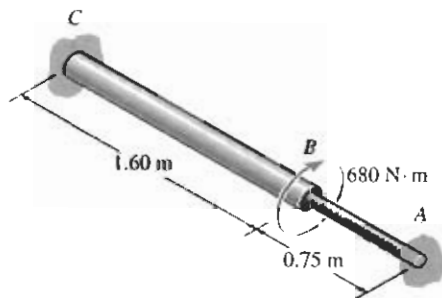
5-73 La flecha de acero tiene un diámetro de 40 mm y está empotrada en sus extremos *A* y *B*. Determine el esfuerzo cortante máximo en las regiones *AC* y *CB* de la flecha cuando se aplica el par mostrado. $G_{ac} = 10.8(10^3)$ ksi.



Problema 5-73

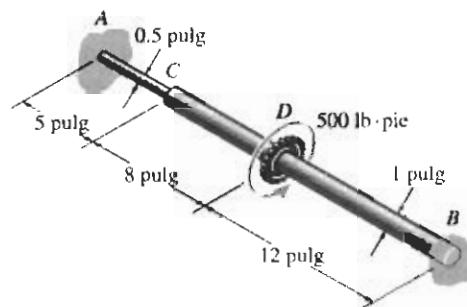
5-74 Una barra está hecha de dos segmentos: *AB* de acero y *BC* de latón. Está empotrada en sus extremos y sometida a un par de torsión $T = 680 \text{ N} \cdot \text{m}$. Si la porción de acero tiene un diámetro de 30 mm, determine el diámetro requerido en la porción de latón de manera que las reacciones en los empotramientos sean las mismas. $G_{ac} = 75 \text{ GPa}$, $G_{latón} = 39 \text{ GPa}$.

5-75 Determine el esfuerzo cortante máximo absoluto en la flecha del problema 5-74.



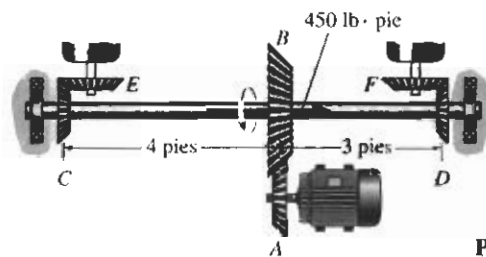
Problemas 5-74/5-75

***5-76** La flecha de acero está hecha de dos segmentos: *AC* tiene un diámetro de 0.5 pulg y *CB* un diámetro de 1 pulg. Si está empotrada en sus extremos *A* y *B* y sometida a un par de torsión de $500 \text{ lb} \cdot \text{pie}$, determine el esfuerzo cortante máximo en la flecha. $G_{ac} = 10.8(10^3)$ ksi.



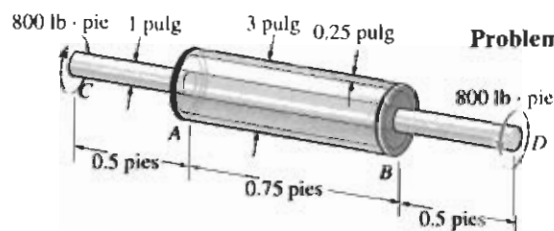
Problema 5-76

5-77 El motor *A* genera un par de torsión en el engrane *B* de $450 \text{ lb} \cdot \text{pie}$ que se aplica a lo largo del eje de la flecha *CD* de acero de 2 pulg de diámetro. Este par de torsión debe transmitirse a los engranes piñones en *E* y *F*. Si estos engranes están temporalmente fijos, determine el esfuerzo cortante máximo en los segmentos *CB* y *BD* de la flecha. ¿Cuál es el ángulo de torsión de cada uno de esos segmentos? Los cojinetes en *C* y *D* sólo ejercen fuerzas reactivas sobre la flecha y no resisten ningún par de torsión. $G_{ac} = 12(10^3)$ ksi.



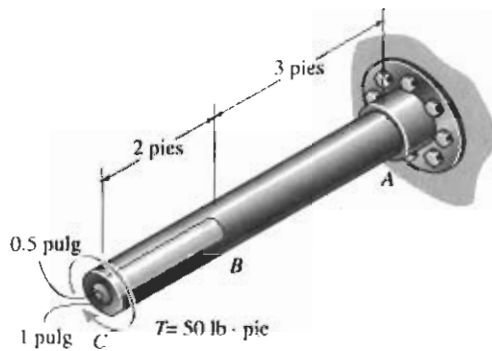
Problema 5-77

5-78 La flecha compuesta consiste en un segmento medio que incluye la flecha sólida de 1 pulg de diámetro y un tubo que está soldado a las bridas rígidas *A* y *B*. Desprecie el espesor de las bridas y determine el ángulo de torsión del extremo *C* de la flecha respecto al extremo *D*. La flecha está sometida a un par de torsión de $800 \text{ lb} \cdot \text{pie}$. El material es acero A-36.



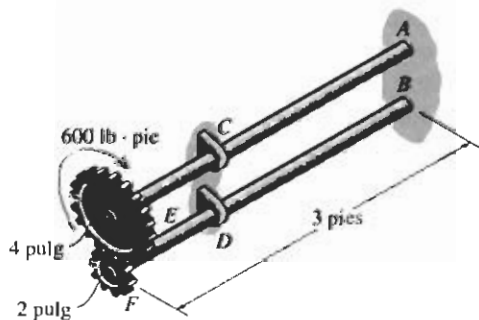
Problema 5-78

5-79 La flecha está hecha de una sección sólida AB de acero y una porción tubular de acero con un núcleo de latón. Si está empotrada en A y se aplica en C un par de torsión $T = 50 \text{ lb} \cdot \text{pie}$, determine el ángulo de torsión que se presenta en C y calcule el esfuerzo cortante y la deformación cortante máximos en el latón y en el acero. Considere $G_{ac} = 11.5(10^3) \text{ ksi}$ y $G_{latón} = 5.6(10^3) \text{ ksi}$.



Problema 5-79

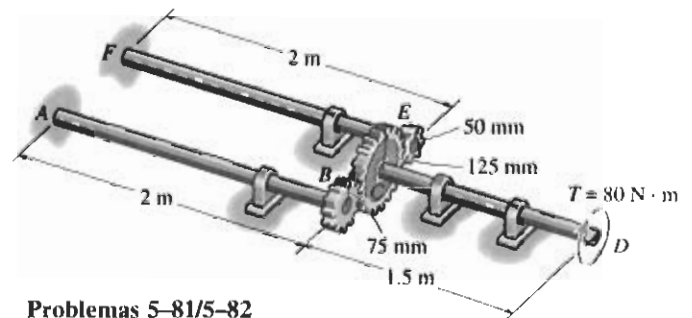
***5-80** Las dos flechas de 3 pies de longitud están hechas de aluminio 2014-T6. Cada una tiene un diámetro de 1.5 pulg y están conectadas entre sí por medio de engranes fijos a sus extremos. Sus otros extremos están empotrados en A y B . También están soportadas por cojinetes en C y D , que permiten la libre rotación de las flechas respecto a sus ejes. Si se aplica un par de torsión de $600 \text{ lb} \cdot \text{pie}$ al engrane superior como se muestra, determine el esfuerzo cortante máximo absoluto en cada flecha.



Problema 5-80

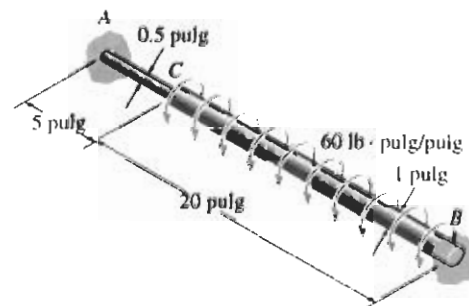
5-81 Las dos flechas, AB y EF , están empotradas en sus extremos y conectadas a engranes conectados a su vez al engrane común en C que está conectado a la flecha CD . Si se aplica un par de torsión $T = 80 \text{ N} \cdot \text{m}$ al extremo D , determine el ángulo de torsión en este extremo. Cada flecha tiene un diámetro de 20 mm y están hechas de acero A-36.

5-82 Las dos flechas, AB y EF , están empotradas en sus extremos y conectadas a engranes conectados a su vez al engrane común en C que está conectado a la flecha CD . Si se aplica un par de torsión $T = 80 \text{ N} \cdot \text{m}$ al extremo D , determine el par de torsión en A y F . Cada flecha tiene un diámetro de 20 mm y están hechas de acero A-36.



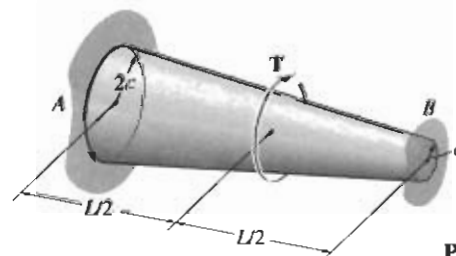
Problemas 5-81/5-82

5-83 La flecha de acero A-36 está hecha de dos segmentos: AC tiene un diámetro de 0.5 pulg y CB tiene un diámetro de 1 pulg. Si la flecha está empotrada en sus extremos A y B y está sometida a un par de torsión uniformemente distribuido de $60 \text{ lb} \cdot \text{pulg/pulg}$ a lo largo del segmento CB , determine el esfuerzo cortante máximo absoluto en la flecha.



Problema 5-83

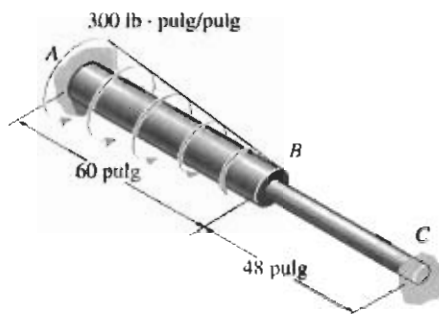
***5-84** La flecha ahusada está doblemente empotrada en A y B . Si se aplica un par de torsión T en su punto medio, determine las reacciones en los empotramientos.



Problema 5-84

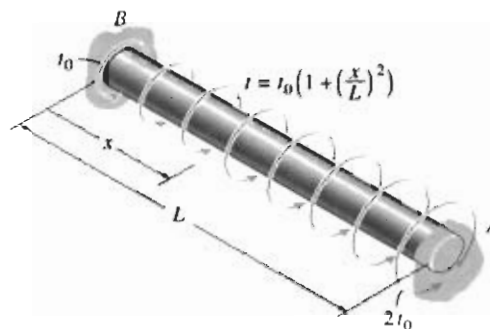
5-85 Una porción de la flecha de acero A-36 está sometida a un par de torsión linealmente distribuido. Si la flecha tiene las dimensiones mostradas, determine las reacciones en los empotramientos A y C . El segmento AB tiene un diámetro de 1.5 pulg y el segmento BC un diámetro de 0.75 pulg.

5-86 Determine la rotación en la junta B y el esfuerzo cortante máximo absoluto en la flecha del problema 5-85.



Problemas 5-85/5-86

5-87 La flecha de radio c está sometida a un par de torsión distribuido t , medido como par/longitud de flecha. Determine las reacciones en los empotramientos A y B .



Problema 5-87

*5.6 FLECHAS SÓLIDAS NO CIRCULARES

En la sección 5.1 se demostró que cuando un par de torsión se aplica a una flecha que tenga una sección transversal circular, es decir, que sea simétrica con respecto a su eje, las deformaciones unitarias cortantes varían linealmente desde cero en el centro hasta un máximo en su periferia. Además, debido a la uniformidad de la deformación cortante en todos los puntos sobre el mismo radio, la sección transversal no se deforma, sino que permanece plana después de que la flecha se ha torcido. Sin embargo, las flechas que no tienen una sección transversal circular *no* son simétricas con respecto a su eje, y a causa de que el esfuerzo cortante en su sección transversal está distribuido de manera compleja, sus secciones transversales pueden *alabearse* cuando la flecha se tuerce. En la figura 5-27 puede observarse cómo se deforman las líneas de retícula de una flecha que tiene una sección transversal cuadrada cuando la flecha está sometida a torsión. Como consecuencia de esta deformación, el análisis de la torsión en flechas *no circulares* resulta considerablemente complicado y no se examinará en este texto.

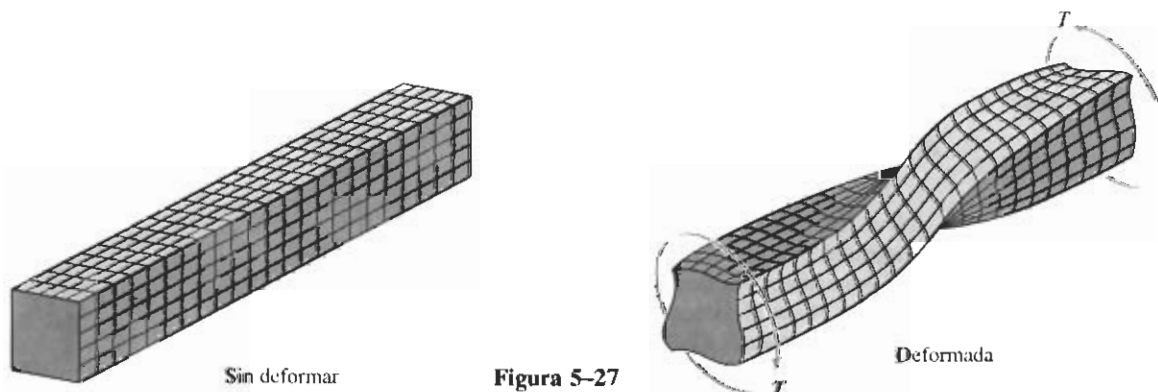


Figura 5-27

$$4-58. F_1 = \frac{PA_1E_1}{(2A_2E_2 + A_1E_1)}, F_2 = \frac{PA_2E_2}{(2A_2E_2 + A_1E_1)}$$

$$4-59. A'_2 = \left(\frac{E_1}{E_2}\right)A_1$$

$$4-61. 4.90 \text{ m}$$

$$4-62. \sigma_{AB} = \sigma_{CD} = \frac{3E_1M_0}{Ad[9E_1 + E_2]},$$

$$\sigma_{GH} = \sigma_{EF} = \frac{M_0E_2}{Ad[9E_1 + E_2]}$$

$$4-63. F_A = 4.09 \text{ kip}, F_B = 2.91 \text{ kip}$$

$$4-65. 14.0 \text{ kN}$$

$$4-66. 16.9 \text{ kN}$$

$$4-67. 0.0390(10^{-3}) \text{ mm}$$

$$4-69. \Delta\theta = 0.838^\circ$$

$$4-70. 4.20 \text{ kN}$$

$$4-71. 463.41 \text{ pies}$$

$$4-73. 107^\circ\text{F}, 80.5 \text{ psi}$$

$$4-74. 87.5^\circ\text{C}, 3.10 \text{ kN}$$

$$4-75. 85.5^\circ\text{C}, 3.06 \text{ kN}$$

$$4-77. 904 \text{ N}$$

$$4-78. 244^\circ$$

$$4-79. 598 \text{ kN}$$

$$4-81. 1.85 \text{ kN}$$

$$4-82. F_{AD} = 6.54 \text{ kip}, F_{AC} = F_{AB} = 4.09 \text{ kip}$$

$$4-83. 0.0407 \text{ pulg}$$

$$4-85. F = \frac{\alpha AE}{2}(T_B - T_A)$$

$$4-86. d = \left(\frac{2E_2 + E_1}{3(E_2 + E_1)}\right)w$$

$$4-87. 190 \text{ MPa}$$

$$4-89. 2.49 \text{ pulg}$$

$$4-90. 1.21 \text{ kip}$$

$$4-91. 34.8 \text{ ksi}$$

$$4-93. 19 \text{ kN}, 1.26$$

$$4-94. 15 \text{ kip}, 1.6$$

$$4-95. 16.8 \text{ kip}, 1.29$$

$$4-97. 126 \text{ kN}$$

$$4-98. \text{a) } F_{ac} = 444 \text{ N}, F_{af} = 156 \text{ N}, \text{b) } F_{ac} = 480 \text{ N}, F_{af} = 240 \text{ N}$$

$$4-99. (\sigma_{AB})_r = 3.75 \text{ ksi (T)}, (\sigma_{BC})_r = 3.75 \text{ ksi (T)}$$

$$4-101. 53.33 \text{ ksi}, 8.69 \text{ pulg}$$

$$4-102. 10.9 \text{ kip/pie}$$

$$4-103. \text{a) } 92.8 \text{ kN}, \text{b) } 181 \text{ kN}$$

$$4-105. P = \sigma_Y A(2 \cos \theta + 1), \delta_A = \frac{\sigma_Y L}{E \cos \theta}$$

$$4-106. \delta = \frac{\gamma^2 L^3}{3c^2}$$

$$4-107. \delta = \frac{3}{5} \left(\frac{\gamma}{c}\right)^{2/3} L^{5/3}$$

$$4-109. 0.0120 \text{ pulg}$$

$$4-110. 16.5 \text{ kip}$$

$$4-111. 5.47 \text{ kip}$$

$$4-114. F_B = 2.13 \text{ kip}, F_A = 2.14 \text{ kip}$$

$$4-115. 4.85 \text{ kip}$$

$$4-117. 0.508 \text{ de una vuelta}$$

$$4-118. 10 \text{ pulg}$$

$$4-119. 0.491 \text{ mm}$$

Capítulo 5

$$5-1. 510 \text{ N} \cdot \text{m}$$

$$5-2. 0.841r$$

$$5-3. 0.707r$$

$$5-5. \tau_A = 3.45 \text{ ksi}, \tau_B = 2.76 \text{ ksi}$$

$$5-6. \tau_C = 3.91 \text{ ksi}, \tau_D = 1.56 \text{ ksi}$$

$$5-7. 6.62 \text{ ksi}$$

$$5-9. \tau_{AB} = 7.82 \text{ ksi}, \tau_{BC} = 2.36 \text{ ksi}$$

$$5-10. \tau_{\max} = 14.5 \text{ kPa}, \tau_i = 10.3 \text{ kPa}$$

$$5-11. 11.9 \text{ MPa}$$

$$5-13. 2\frac{1}{2} \text{ pulg}$$

$$5-14. (\tau_{BC})_{\max} = 5.07 \text{ ksi}, (\tau_{\max})_{DE} = 3.62 \text{ ksi}$$

$$5-15. (\tau_{EF})_{\max} = 0, (\tau_{CD})_{\max} = 2.17 \text{ ksi}$$

$$5-17. 2.44 \text{ ksi}$$

$$5-18. \tau_A = 6.88 \text{ MPa}, \tau_B = 10.3 \text{ MPa}$$

$$5-19. 49.7 \text{ MPa}$$

$$5-21. 157 \text{ N} \cdot \text{m}, 13.3 \text{ MPa}$$

$$5-22. n = \frac{2r^3}{Rd^2}$$

$$5-23. 1.17 \text{ MPa}$$

$$5-25. 18.3 \text{ ksi}$$

$$5-27. c = (2.98x) \text{ mm}$$

$$5-29. 670 \text{ N} \cdot \text{m}, 6.66 \text{ MPa}$$

$$5-30. \tau_{\max} = \frac{2TL^3}{\pi[r_A(L-x) + r_Bx]^3}$$

$$5-31. T_B = \frac{2T_A + t_AL}{2}, \tau_{\max} = \frac{(2T_A + t_AL)r_o}{\pi(r_o^4 - r_i^4)}$$

$$5-33. 0.104 \text{ pulg}$$

- 5-34. 0.120 pulg
 5-35. 1.75 pulg
 5-37. 296 rad/s
 5-38. 1.51 lb · pie, 219 psi
 5-39. $(\tau_{AB})_{\max} = 1.04 \text{ MPa}$, $(\tau_{BC})_{\max} = 3.11 \text{ MPa}$
 5-41. 12.5 MPa
 5-42. 296 rad/s
 5-43. $1\frac{1}{8}$ pulg
 5-45. 6.67% de incremento en esfuerzo cortante y ángulo de torsión
 5-46. $\gamma = \frac{T_C}{2JG}$
 5-47. $\phi_{AD} = 0.879^\circ$
 5-49. $\phi_{BA} = 0.578^\circ$
 5-50. $\phi_{CD} = 0.243^\circ$
 5-51. 64.0 MPa
 5-53. 9.12 MPa, 0.585°
 5-54. 14.6 MPa, 1.11°
 5-55. 7.53 mm
 5-57. $\phi_{FE} = 0.960(10^{-3}) \text{ rad}$, $\phi_{FD} = 0.960(10^{-3}) \text{ rad}$, $\tau_{\max} = 3.12 \text{ MPa}$
 5-58. 2.75 pulg
 5-59. 2.50 pulg
 5-61. 0.113°
 5-62. 0.0823 rad , 34.0 ksi
 5-63. $T_H = \frac{t_0 L + 2T_A}{2}$, $\phi = \frac{2L(t_0 L + 3T_A)}{3\pi(r_o^4 - r_i^4)G}$
 5-65. 1.74° , 6.69 ksi
 5-66. $\phi_{AC} = 5.45^\circ$
 5-67. $\phi = \frac{t_0 L^2}{\pi C^4 G}$
 5-69. $k = 12.28(10^3)$, 2.97°
 5-70. $\phi = \frac{7t_0 L^2}{6\pi C^4 G}$
 5-71. $\phi = \frac{T}{2\pi nG} [1 - e^{-4\pi nL}]$
 5-73. $(\tau_{CD})_{\max} = 9.55 \text{ MPa}$, $(\tau_{AC})_{\max} = 14.3 \text{ MPa}$
 5-74. 42.7 mm
 5-75. 64.1 MPa
 5-77. $(\tau_{BC})_{\max} = 1.47 \text{ ksi}$, $(\tau_{BD})_{\max} = 1.96 \text{ ksi}$, 0.338°
 5-78. 6.22°
 5-79. 0.116° , $(\tau_{ac})_{\max BC} = 395 \text{ psi}$, $(\gamma_{ac})_{\max} = 34.3(10^{-6}) \text{ rad}$, $(\tau_{ac})_{\max} = 96.1 \text{ psi}$, $(\gamma_{ac})_{\max} = 17.2(10^{-6}) \text{ rad}$
 5-81. 6.70°
 5-82. $T_F = 22.1 \text{ N} \cdot \text{m}$, $T_A = 14.8 \text{ N} \cdot \text{m}$
 5-83. 5.50 ksi
 5-85. $T_C = 18.1 \text{ lb} \cdot \text{pie}$, $T_A = 732 \text{ lb} \cdot \text{pie}$
 5-86. 1.75° , 13.3 ksi
 5-87. $T_B = \frac{7t_0 L}{12}$, $T_A = \frac{3t_0 L}{4}$
 5-89. $\frac{(\tau_{\max})_e}{(\tau_{\max})_c} = \left(\frac{a}{b}\right)^2$
 5-90. $(\tau_{\max})_c = 3.26 \text{ MPa}$, $(\tau_{\max})_e = 9.05 \text{ MPa}$, 178%
 5-91. 104 lb
 5-93. 2.86 MPa, 0.899°
 5-94. 308 MPa
 5-95. $T_B = 32 \text{ lb} \cdot \text{pie}$, $T_A = 48 \text{ lb} \cdot \text{pie}$, 0.0925°
 5-97. $q_{ac} = \frac{\pi}{4} q_{ci}$
 5-98. 28.9 mm
 5-99. 1.25 MPa
 5-101. 2 kip · pie
 5-102. 3.35 ksi
 5-103. 50 kPa
 5-105. 9.62 MPa
 5-106. 381 kN · m, $0.542(10^{-3}) \text{ rad}$
 5-107. 357 kPa
 5-109. 25%
 5-110. 1.66
 5-111. 50.6 MPa
 5-113. 0.075 pulg
 5-114. No, eso no es posible.
 5-115. 101 kW
 5-118. $T = 2.71 \text{ kip} \cdot \text{pie}$, $T_p = 2.79 \text{ kip} \cdot \text{pie}$
 5-119. 0.565 N · m
 5-121. 0.105 N · m
 5-122. 1.16 pulg
 5-123. 17.2°
 5-125. 110 lb · pie
 5-126. 331 lb · pie
 5-127. 702 lb · pie
 5-129. 6.98 kN · m, 9.11°
 5-130. 19.2 kN · m, $\phi = 24.9^\circ$, $\phi_r = 6.72^\circ$
 5-131. 0.542 pulg, 6.34°
 5-133. $\tau_{\max} = \frac{19T}{12\pi r^3}$
 5-135. 7.82 ksi