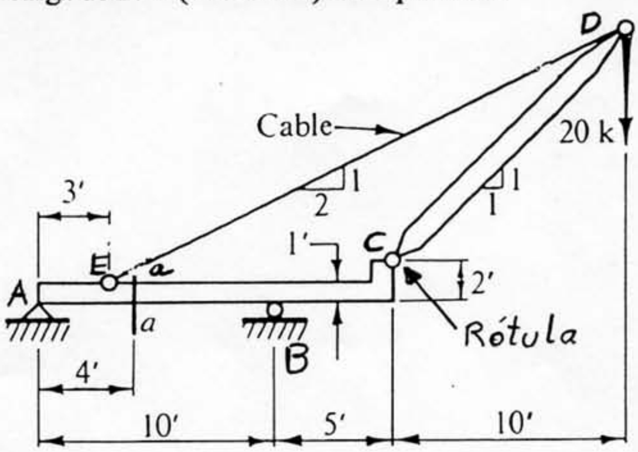
Universidad de Chile
Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas
Depto. Ingeniería Mecánica
Me46a – Resistencia de Materiales

CONTROL 1 – 2 de Abril de 2004

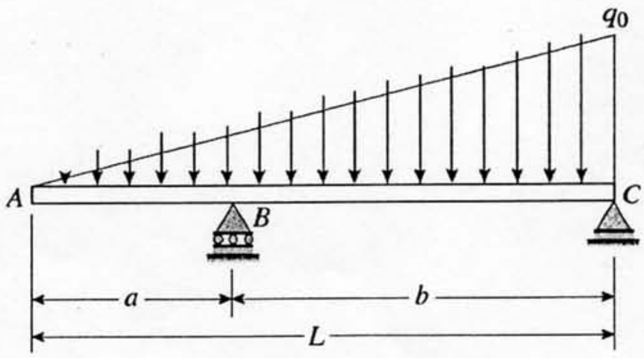
Problema 1

Para el sistema de la figura encuentre el valor de las reacciones en los soportes y la tensión en el cable. Además encuentre los valores de la fuerza normal, fuerza de corte y momento flector en la sección a-a. El sistema está compuesto por dos vigas AB y CD unidas por una rótula en C y un cable entre los puntos E y D. La única fuerza externa aplicada es una carga de 20 k (kilo-libras) en el punto D.



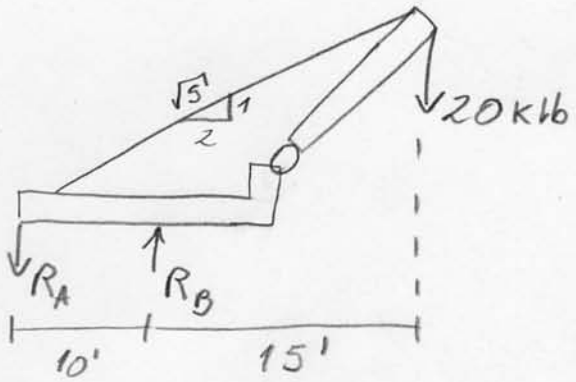
Problema 2

Una viga ABC de longitud L soporta una carga triangular de intensidad máxima q0 como se muestra en la figura. La viga está simplemente apoyada en los puntos B y C, con C en el extremo derecho y B a cualquier distancia deseada a desde el extremo izquierdo, a) Determine la razón a/L de manera que el momento flexionante en la viga numéricamente mayor sea un mínimo, b) ¿Cuál es el momento flexionante máximo en la viga en esta condición?



Nota: Se dispone de 2 horas cronológicas para responder. Preguntas en hojas separadas.

P1



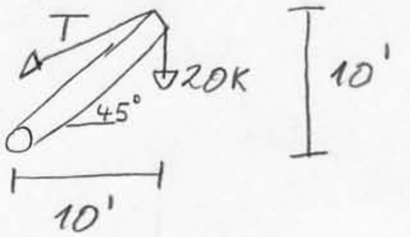
a)

R_A: $\sum M_B = 0 \Rightarrow R_A \cdot 10' = 20 \cdot 15' \Rightarrow \boxed{R_A = 30 \text{ klb}}$

R_B: $\sum M_A = 0 \Rightarrow R_B \cdot 10' = 20 \cdot 25' \Rightarrow \boxed{R_B = 50 \text{ klb}}$

(1,5 Puntos)

b) tensión en el cable:



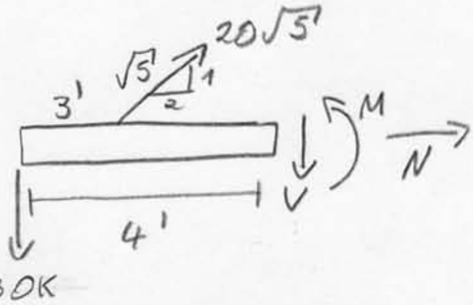
$\sum M_C = 0$

$\Rightarrow T \cdot \frac{2}{\sqrt{5}} \cdot 10 = T \frac{1}{\sqrt{5}} \cdot 10 + 20 \cdot 10$

$T \cdot \frac{1}{\sqrt{5}} = 20 \Rightarrow \boxed{T = 20\sqrt{5}\ k}$

(2 Puntos)

c) corte a-a:



$N + 20\sqrt{5} \cdot \frac{2}{\sqrt{5}} = 0 \quad \boxed{N = -40\ k}$ (0,7 Puntos)

$V + 30 - 20\sqrt{5} \cdot \frac{1}{\sqrt{5}} = 0 \Rightarrow \boxed{V = -10\ k}$ (0,8 Puntos)

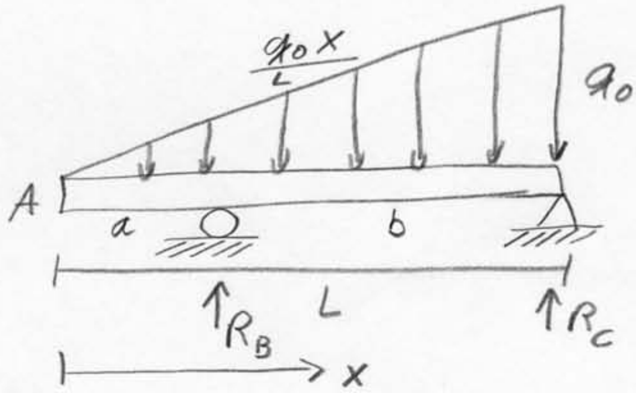
$$M + 30\cdot 4 - 20\sqrt{5}\cdot\frac{1}{\sqrt{5}}\cdot 1 + 20\sqrt{5}\cdot\frac{2}{\sqrt{5}}\cdot\frac{1}{2} = 0$$

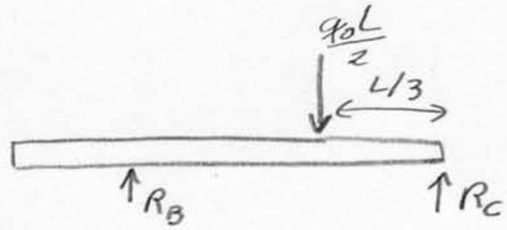
$$M = 20 - 20 - 120$$

$$\boxed{M = -120\ k\ pie}$$

(1,0 Punto)

P2





$\sum M_B = 0 \Rightarrow R_c \cdot b = \frac{q_0 L}{2}\left(L - \frac{L}{3} - a\right)$

$$R_c \cdot b = q_0 \frac{L}{2}\left(\frac{2L}{3} - a\right)$$

$$R_c = \left(q_0 \frac{L^2}{3} - q_0 \frac{L a}{2}\right) / b$$

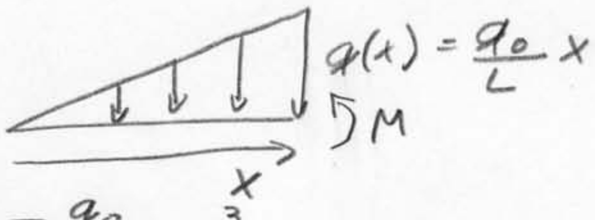
$$R_c = q_0 L \left(\frac{L}{3} - \frac{a}{2}\right) / b$$

$\sum M_c = 0 \Rightarrow R_B \cdot b = \frac{q_0 L}{2} \cdot \frac{L}{3}$

$$\boxed{R_B = \frac{q_0 L^2}{6 b}}$$ (1,0 Punto)

Momento:

Tramo AB:

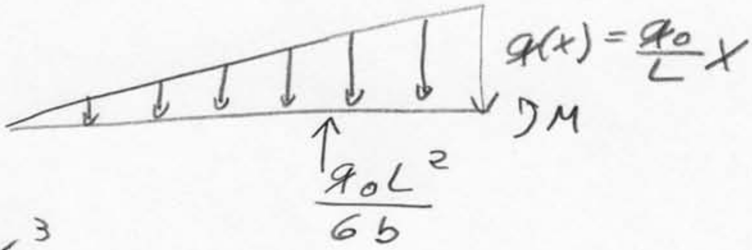


$$M(x) = -\frac{1}{2} x \frac{q_0}{L} x \frac{x}{3} = -\frac{q_0}{6L} x^3$$

$$M(x) = -\frac{q_0 x^3}{6L} \longrightarrow \boxed{M_{máx} = -\frac{q_0 a^3}{6L}}$$

(1,0 Punto)

Tramo BC



$$M = \frac{q_0 L^2}{6b}(x-a) - \frac{q_0 x^3}{6L}$$

(1 Punto)

Dado "a", el momento extremo se produce en:

$$\frac{dM}{dx} = 0 = \frac{q_0 L^2}{6b} - \frac{q_0 x_m^2}{2L} \quad \text{con } x_m \geq a$$

$$x_m = \sqrt{\frac{q_0 L^2}{6b} \cdot \frac{2L}{q_0}} \qquad \boxed{x_m = \sqrt{\frac{L^3}{3b}}}$$

(1 Punto)

$$M_{max} = \frac{q_0 L^2}{6b}\left(\sqrt{\frac{L^3}{3b}} - a\right) - \frac{q_0}{6L}\left(\frac{L^3}{3b}\right)^{3/2}$$

$$= \frac{q_0}{6}\left[\frac{L^2}{b}\left(\frac{L^3}{3b}\right)^{1/2} - \frac{L^2 a}{b} - \frac{1}{L}\left(\frac{L^3}{3b}\right)^{3/2}\right]$$

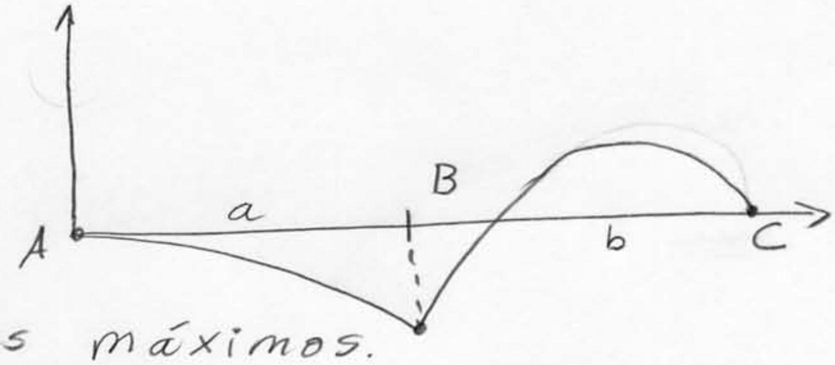
$$= \frac{q_0}{6}\left[\frac{1}{\sqrt{3}} \frac{L^{7/2}}{b^{3/2}} - \frac{L^2 \cdot a}{b} - \frac{L^{7/2}}{3\sqrt{3}\, b^{3/2}}\right]$$

$$= \frac{q_0}{6}\left[\frac{L^{7/2}}{b^{3/2}}\left(\frac{1}{\sqrt{3}} - \frac{1}{3\sqrt{3}}\right) - \frac{L^2 a}{b}\right]$$

$$= \frac{q_0}{6}\left[\frac{2}{3\sqrt{3}} \frac{L^{7/2}}{(L-a)^{3/2}} - \frac{L^2 a}{L-a}\right]$$

(1 Punto)

Diagrama



Hay dos posibles máximos.
La única forma de tener el valor máximo más pequeño (en valor absoluto) es que sean iguales.

$$\therefore \frac{q_0}{6}\left[\frac{2}{3\sqrt{3}}\,\frac{L^{7/2}}{(L-a)^{3/2}} - \frac{L^2 a}{L-a}\right] = \frac{q_0}{6}\,\frac{a^3}{L}$$

(1 Punto)

Colocando $L = 1$ se encuentra $a = 0,4749$

o sea $\boxed{\frac{a}{L} = 0,4749}$

Reemplazando en el valor del M_{max}

se obtiene $\boxed{M_{max} = 0,01785\; q_0 L^2}$

(sin puntuación)