Problema 1

En la viga mostrada en la figura 1, calcule el momento flector y la fuerza de corte y dibuje los diagramas correspondientes.

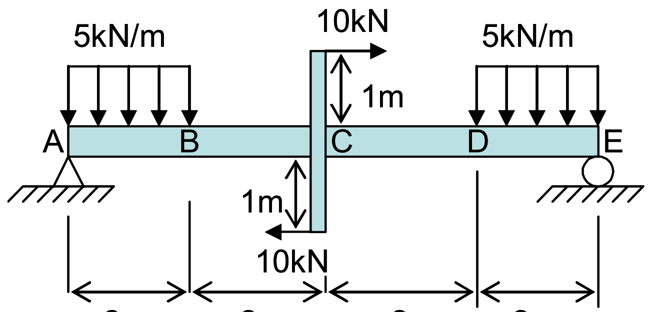


figura 1: problema 1

Solución

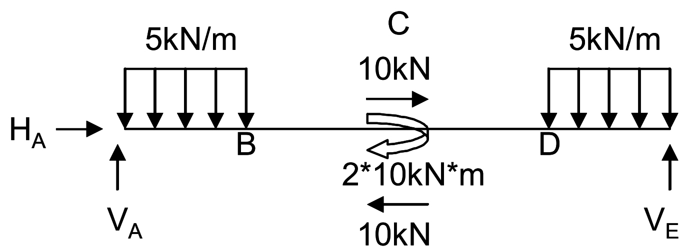


figura 2: DCL

Sumatoria de fuerzas y momento sobre la viga:

$$kN := 1000N$$

$$\sum F_x = 0 \qquad H_A + 10\cdot kN - 10\cdot kN = 0 \qquad (1)$$

$$\sum F_y = 0 \qquad V_A + V_E - \left(5000\cdot\frac{N}{m}\cdot 2\cdot m\right) - \left(5000\cdot\frac{N}{m}\cdot 2\cdot m\right) = 0 \qquad (2)$$

$$\sum M_A = 0 \qquad -1\cdot m\cdot 5\frac{kN}{m}\cdot 2\cdot m - 10kN\cdot m - 10kN\cdot m - 7m\cdot 5\frac{kN}{m}\cdot 2m + V_E\cdot 8m = 0 \quad (3)$$

Resolviendo:

$H_A := 0\cdot kN$ $\qquad V_E := 12.5\cdot kN$ $\qquad V_A := 7.5kN$

Análisis por tramo:

Tramo AB:

$\sum F_x = 0 \qquad H_A + N(x) = 0 \qquad N_{ab}(x) := 0\cdot kN$ 5)

$\sum F_y = 0 \qquad V_A - V(x) - 5\frac{kN}{m}\cdot x\cdot m = 0$

$V_{ab}(x) := \left(V_A - 5\cdot kN\cdot x\right) \quad (6)$

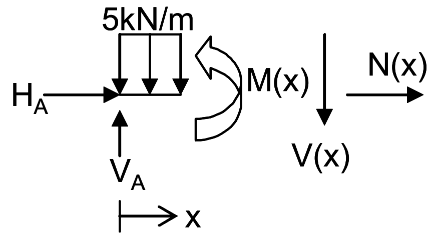


figura 3: análisis tramo AB

$\sum M = 0 \qquad M + \left(\frac{x}{2}\cdot m\cdot 5\cdot\frac{kN}{m}\cdot x\cdot m\right) - V_A\cdot x\cdot m = 0$

$M_{ab}(x) := \frac{-5}{2}\cdot kN\cdot x^2\cdot m + V_A\cdot x\cdot m \ (7)$

Tramo BC:

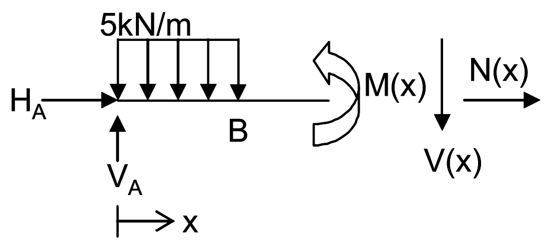


figura 4: análisis tramo BC

$\sum F_x = 0 \qquad H_A + N(x) = 0 \qquad N_{bc}(x) := 0\cdot kN \ (8)$

$\sum F_y = 0 \qquad V_A - V(x) - 5\frac{kN}{m}\cdot 2m = 0 \qquad V_{bc}(x) := V_A - 10\cdot kN \quad (9)$

$\sum M = 0 \qquad M + \left[(x\cdot m - 1\cdot m)\cdot 2\cdot m\cdot 5\cdot\frac{kN}{m}\right] - x\cdot m\cdot V_A = 0$

$M_{bc}(x) := \left(-10\cdot kN\cdot x\cdot m + 10\cdot m\cdot kN + V_A\cdot x\cdot m\right) \ (10)$

Tramo CD:

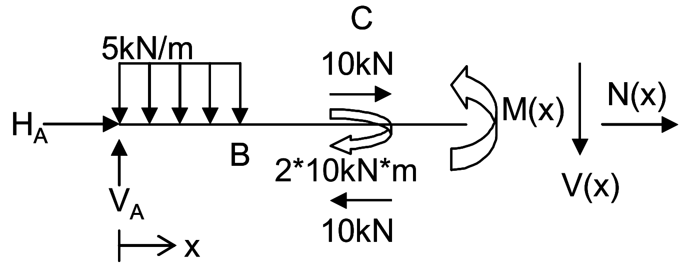


figura 5: análisis tramo CD

$$\sum F_x = 0 \qquad H_A + 10kN - 10kN + N(x) = 0 \qquad N_{cd}(x) := 0\cdot kN \qquad (11)$$

$$\sum F_y = 0 \qquad V_A - V(x) - 5\cdot\frac{kN}{m}\cdot 2m = 0 \qquad V_{cd}(x) := V_A - 10\cdot kN \qquad (12)$$

$$\sum M = 0 \qquad M(x) - V_A\cdot x\cdot m + \left[5\cdot\frac{kN}{m}\cdot 2\cdot m\cdot(x\cdot m - 1\cdot m)\right] - 2\cdot 10kN\cdot m = 0$$

$$M_{cd}(x) := \left(V_A\cdot x\cdot m - 10\cdot kN\cdot x\cdot m + 30\cdot m\cdot kN\right) \quad (13)$$

Tramo DE:

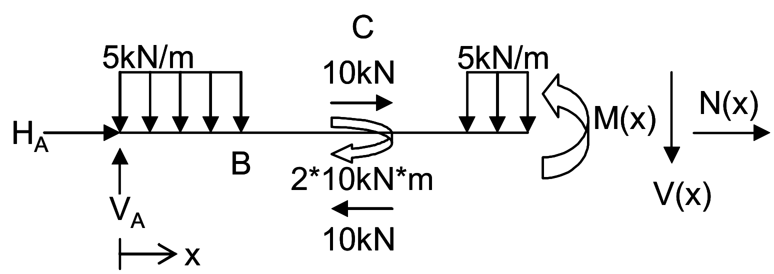


figura 6: análisis tramo DE

$$\sum F_x = 0 \qquad H_A + 10kN - 10kN + N(x) = 0 \qquad N_{de}(x) := 0kN \qquad (14)$$

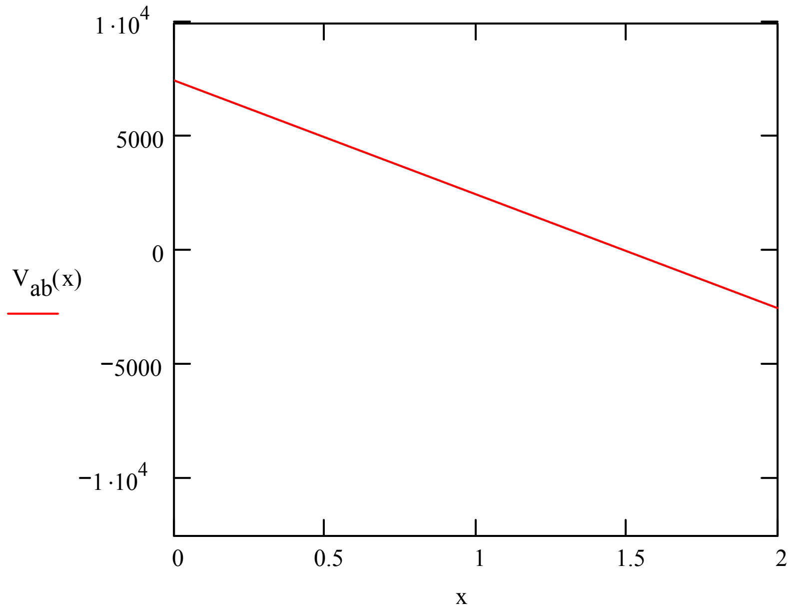
$$\sum F_y = 0 \qquad V_A - V(x) - 5\cdot\frac{kN}{m}\cdot 2m - 5\,\frac{kN}{m}\cdot(x\cdot m - 6\cdot m) = 0$$

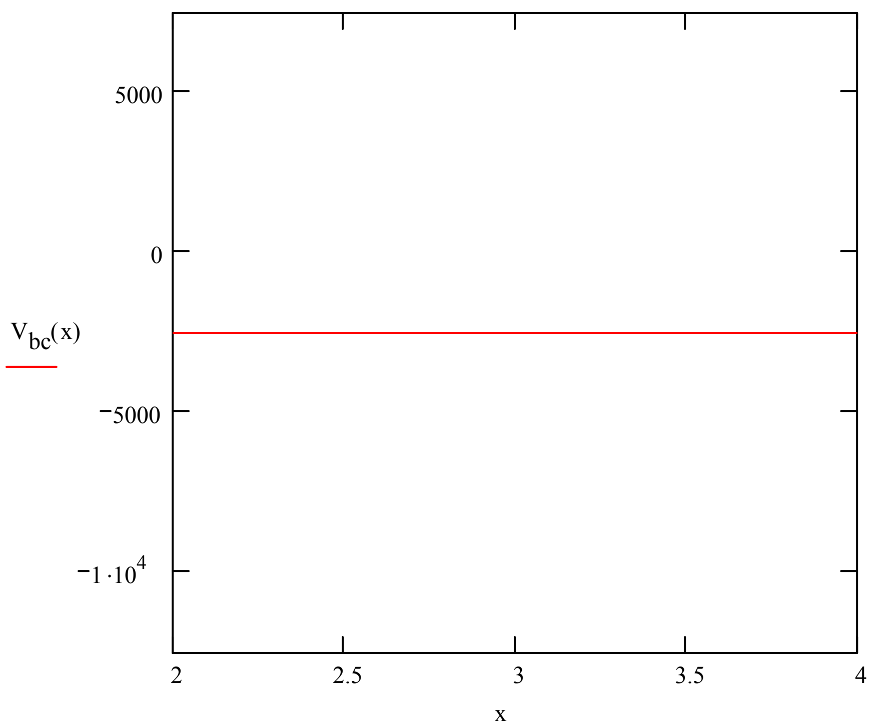
$$V_{de}(x) := \left(V_A + 20\cdot kN - 5\cdot kN\cdot x\right) \qquad (15)$$

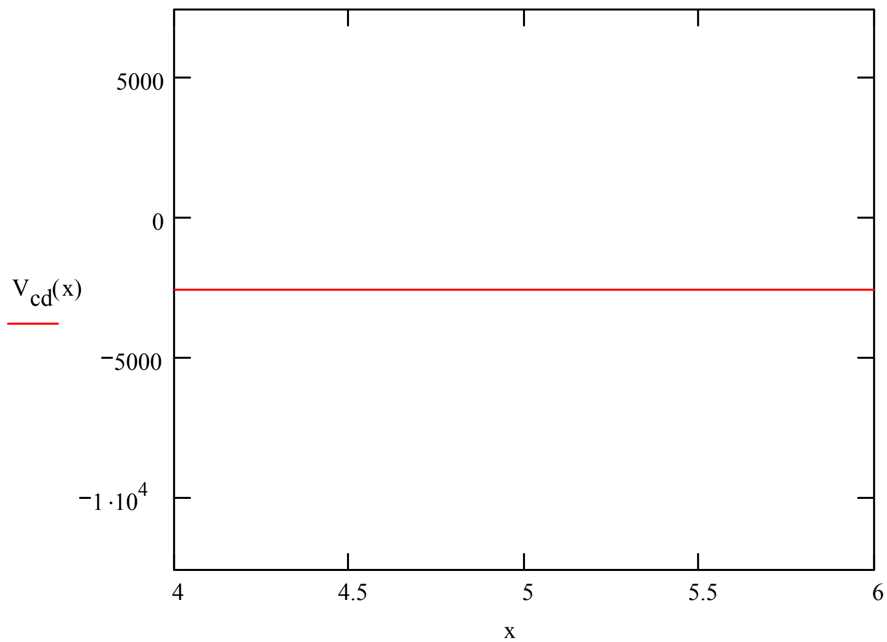
$$\sum M = 0 \quad M + \left[5\cdot\frac{kN}{m}\cdot 2\cdot m\cdot(x\cdot m - 1\cdot m)\right] - V_A\cdot x\cdot m - 2\cdot 10kN\cdot m + 5\cdot\frac{kN}{m}\cdot(x\cdot m - 6\cdot m)\cdot\left(\frac{x\cdot m - 6\cdot m}{2}\right) = 0$$

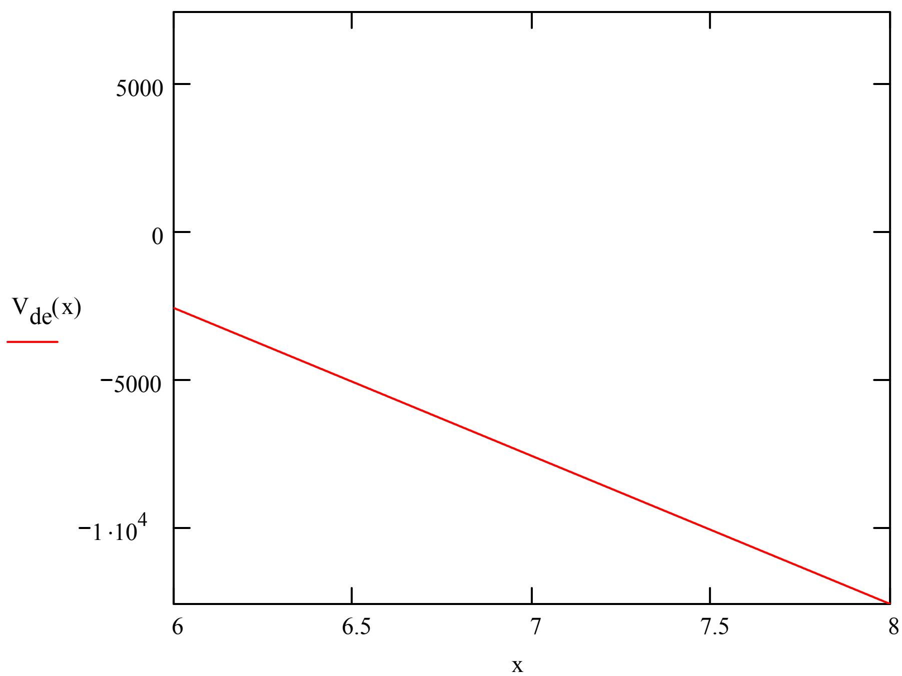
$$M_{de}(x) := \frac{-1}{2}\cdot m\cdot\left(5\cdot kN\cdot x^2 - 40\cdot kN\cdot x + 120\cdot kN - 2\cdot V_A\cdot x\right) \quad (16)$$

Diagramas de corte:

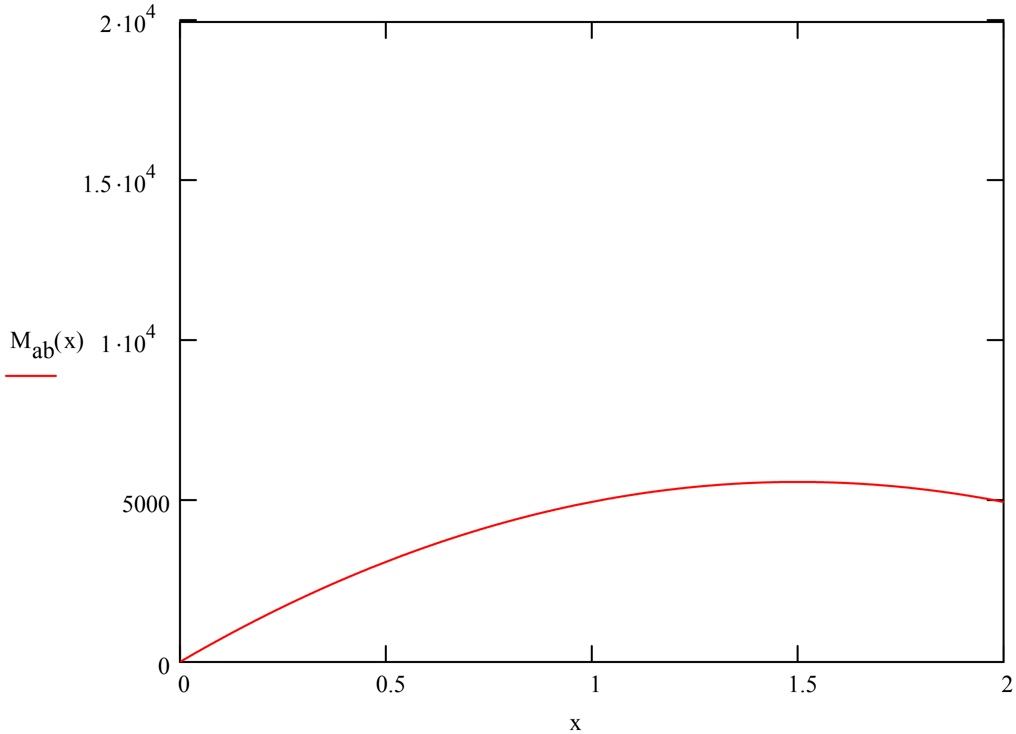


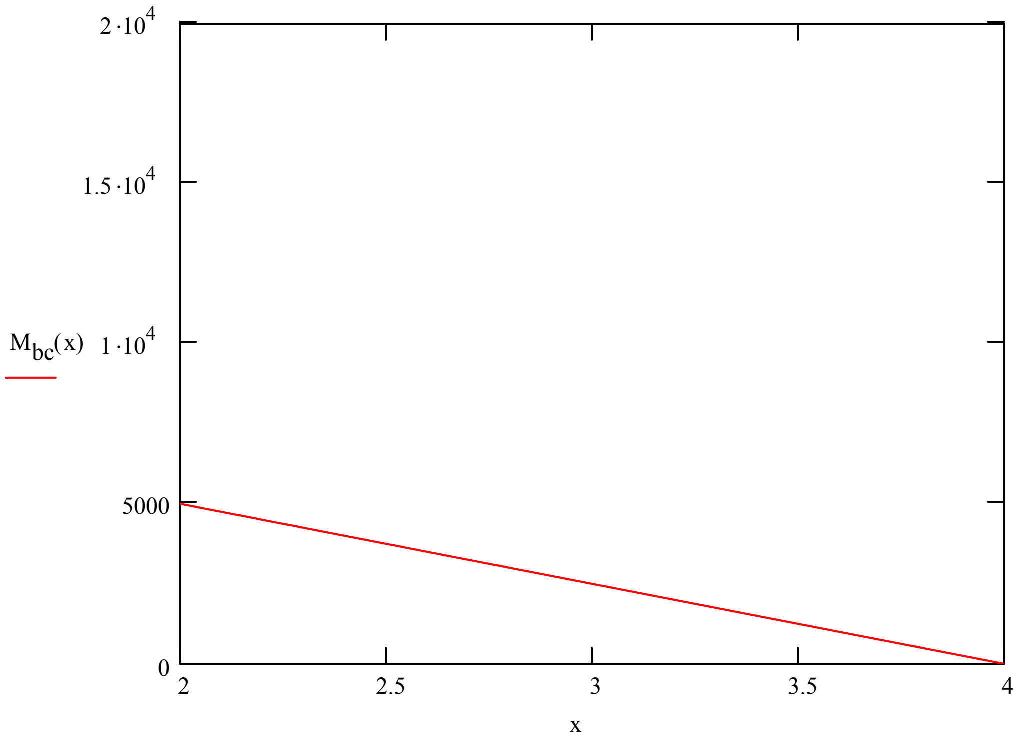


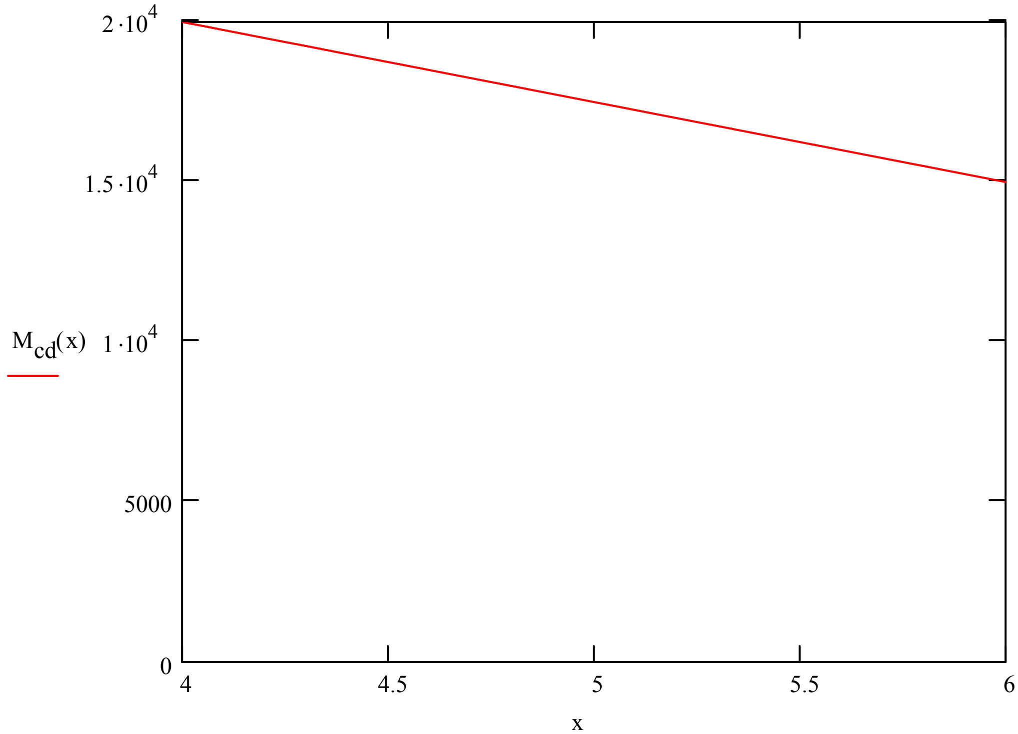

5000
0
$V_{cd}(x)$
−5000
$-1 \cdot 10^4$
4
4.5
5
5.5
6
x

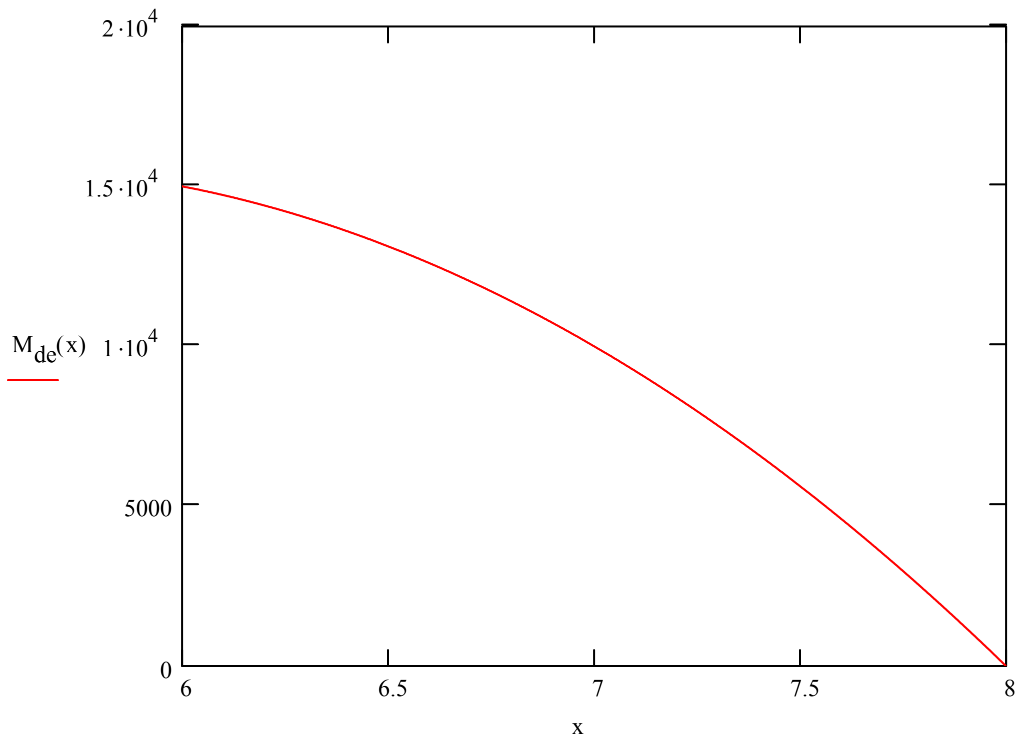

5000
0
$V_{de}(x)$
−5000
$-1 \cdot 10^4$
6
6.5
7
7.5
8
x

Diagramas de Momento flector:






2·10^4
1.5·10^4
M_cd(x)
1·10^4
5000
0
4
4.5
5
5.5
6
x


2·10^4
1.5·10^4
M_de(x)
1·10^4
5000
0
6
6.5
7
7.5
8
x

Puntuación:

- DCL y Cálculo de reacciones: 0.8 punto
- Ecuaciones de cada corte: 0.8 punto cada uno = 3.2 puntos
- Diagramas de corte: 1 punto
- Diagramas de momento flector: 1 punto

Total 6 puntos

Notas:
1. Es más importante un buen procedimiento que un buen número en el resultado.
2. Los errores de arrastre deben castigarse donde se cometieron, lo que no significa que se entregue todo el puntaje en las otras partes del problema.
3. Los resultados deben incluir unidades.
4. Los diagramas pueden estar en un sólo gráfico o separados por tramo.

Problema 2

La carga distribuida está soportada por tres barras de suspensión, como se indica en la figura 1. AB y EF están hechas de aluminio y CD está hecha de acero. Si cada barra tiene un área transversal de 450 mm2, determine la intensidad máxima w de la carga distribuida de modo que no se exceda el esfuerzo permisible de σal = 94 MPa en el aluminio. Datos:

$E_{al} := 70 \cdot GPa \qquad E_{ac} := 200 \cdot GPa$

$Ar := 450 \cdot mm^2 \qquad L := 2m$

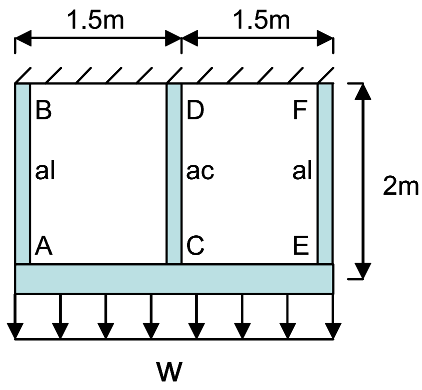


figura 1: problema 2

Solución

En este problema es equivalente buscar la carga distribuida máxima w [N/m], que la carga total W [N]. Además el problema es totalmente simétrico, por lo que por simple inspección se deduce que la barra rígida AE se desplaza horizontalemente (no rota).

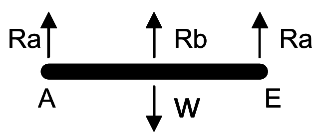


figura 3a: DCL barra rígida AE

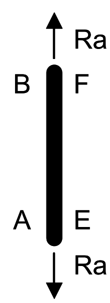


figura 3b: DCL barra AB y EF

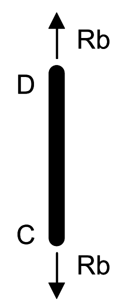


figura 3c: DCL barra CD

Las reacciones en las barras de aluminio AB y CD, serán de igual magnitud y sentido, por lo que su deformación también será igual.

El esfuerzo máximo del aluminio es: $\sigma_{al} := 94MPa$

Por lo tanto: $R_a := Ar \cdot \sigma_{al}$ $\quad R_a = 4.23 \times 10^4 N$ (1) es la fuerza máxima que resiste cada una de las barras de aluminio.

Por otra parte, de la figura 3a se tiene que:

$$R_a + R_b + R_a = W \qquad (2) \qquad W = 3m \cdot w$$

Además se sabe que la barra AE es rígida y como las barras de los extremos se deforman lo mismo, necesariamente las tres barras verticales deberán deformarse lo mismo:

$$e_{al} := \frac{R_a \cdot L}{E_{al} \cdot Ar} \qquad e_{ac} = \frac{R_b \cdot L}{E_{ac} \cdot Ar} \qquad e_{ac} = e_{al} \qquad (3)$$

Entonces de (3) se tiene que:

$$\frac{R_b \cdot L}{E_{ac} \cdot Ar} = \frac{R_a \cdot L}{E_{al} \cdot Ar} \qquad R_b := \frac{R_a}{E_{al}} \cdot E_{ac} \qquad (4)$$

Reemplazando (4) y (1) en (2):

$$W := R_a + \frac{R_a}{E_{al}} \cdot E_{ac} + R_a \qquad W = 2.055 \times 10^5\ \mathrm{N}$$ como fuerza total.

$$w := \frac{W}{3 \cdot m} \qquad w = 6.849 \times 10^4\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}}$$ como carga distribuida.

Puntuación:

- Diagramas de cuerpo libres: 1 punto
- Sumatoria de fuerzas en la barra AE rígida (ecuación 2): 1.5 puntos
- Igualdad de desplazamientos de las tres barras (ecuación 3): 2 puntos
- Encontar la carga máxima: 1.5 puntos

Total 6 puntos

Notas:
1. Es más importante un buen procedimiento que un buen número en el resultado.
2. Los errores de arrastre deben castigarse donde se cometieron, lo que no significa que se entregue todo el puntaje en las otras partes del problema.
3. Los resultados deben incluir unidades.
4. Los diagramas deben ser muy claros.

Problema 3

La barra de aluminio 2014-T6 tiene un diámetro de 0,5 pulg y está ligeramente unida a los soportes tígidos en A y B cuando T1 = 70°F (no hay fuerza inducida en estas condiciones). Determine la fuerza P que debe aplicarse al collarín (que está perfectamente unido a la barra de aluminio) para que cuando T = 0°F, la reacción en B sea cero. Datos:

$E_{al} := 10.6 \cdot 10^{6} psi \quad \alpha_{al} := 12.8 \cdot 10^{-6} \cdot \frac{1}{°F} \quad d := 0.5 \cdot in \quad T_1 := 70°F \quad T_2 := 0°F$

$l_1 := 5 \cdot in$

$l_2 := 8 \cdot in$

$L := l_1 + l_2$

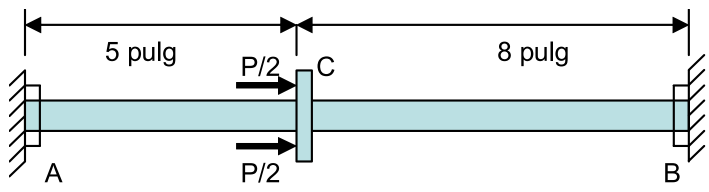


figura 1: problema 3

Solución

El problema puede verse como un problema en el cual el soporte B no existe, ya que en las condiciones a 0°F y a 70°F no existe nunca una reacción en B. Si no hay reacción, el soporte no lo siente la barra, por lo tanto es despreciable.

Entonces, el problema lo podemos dividir en dos partes, primero el enfriamiento y luego la aplicación de la fuerza externa.

Debido al enfriamiento, como se observa en la figura 2, la barra de acorta en total:

$e_t := \alpha_{al} \cdot (T_2 - T_1) \cdot L \qquad e_t = -0.012 \text{ in}$

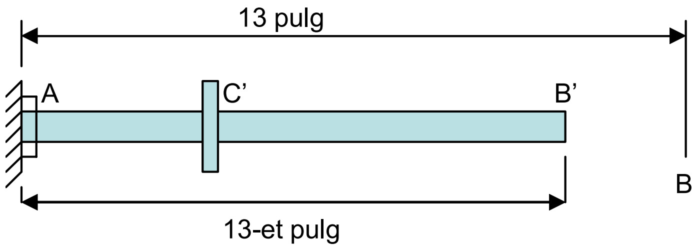


figura 2: acortamiento de toda la barra debido al enfriamiento

Ahora el siguiente paso es aplicar la fuerza externa para llegar al largo original de la barra, como se muestra en la figura 3.

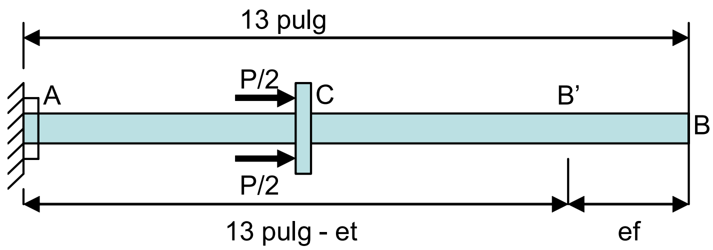


figura 3: aplicación de la fuerza externa luego del acortamientomiento de la barra debido al enfriamiento

Como es posible ver, la única sección que se deforma ahora es la AC, por lo que la deformación será:

$$e_f = \frac{P \cdot l_1}{E_{al} \cdot \left[\pi \cdot \left(\frac{d}{2} \right)^2 \right]} \qquad (1)$$

Lo que se quiere es que en total la barra no se deforme, entonces:

$$e_t + e_f = 0 \qquad e_f := -e_t \qquad e_f = 0.012\ \text{in}$$

En (1):

$$P := \frac{1}{4} \cdot e_f \cdot E_{al} \cdot \pi \cdot \frac{d^2}{l_1} \qquad P = 4.849 \times 10^3\ \text{lbf}$$

Puntuación:

- Diagramas de cuerpo libres: 1 punto
- Condiciones geométricas: 3 puntos
- Claridad de lo realizado (ojalá comentado en palabras): 1 punto
- Resultado: 1 puntos

Total 6 puntos

Notas:
1. Es más importante un buen procedimiento que un buen número en el resultado.
2. Los errores de arrastre deben castigarse donde se cometieron, lo que no significa que se entregue todo el puntaje en las otras partes del problema.
3. Los resultados deben incluir unidades.
4. Los diagramas deben ser muy claros.