

Auxiliar 13 MA34B-03

Problema 1

Un entrenador de gimnasia desea evaluar la resistencia de trote (en minutos) de sus alumnos, pues cree que el factor, que influye en esta no es la edad. Para ello selecciona al azar 15 alumnos formando tres grupos del mismo tamaño y misma edad. Cada grupo está formado por alumnos de 10, 20 y 30 años respectivamente. Los resultados obtenidos se muestran en la siguiente tabla:

10 años	17	15	16	18	20
20 años	13	18	16	12	9
30 años	12	19	15	2	1

- 1.1 ¿Existe relación entre la edad del alumno y su resistencia? Plantee el test correspondiente, construya la tabla ANOVA y concluya.
- 1.2 Cuantifique el grado de relación que existe entre la edad y la resistencia de trote. Concluya.
- 1.3 Realice el test siguiente y concluya $H_o : \mu_2 = \mu_3$
 $H_1 : \mu_2 > \mu_3$.

Considere que μ_2 representa la media teórica del grupo de 20 años y μ_3 representa la media teórica del grupo de 30 años. Suponga que las varianzas de los dos grupos σ_2^2 y

σ_3^2 no son iguales pero cumplen la relación $\frac{\sigma_3^2}{\sigma_2^2} = 5$.

1.4

¿Es admisible considerar $\frac{\sigma_3^2}{\sigma_2^2} = 5$?

Sol.:

Tenemos una la variable V1 resistencia de trote con tres niveles asignados a un efecto Edad (pre-fijados por el investigador)
Otra manera Resistencia:variable cuantitativa y Edad: variable cualitativa.

1.1

$$F = \frac{\hat{S}_E}{\hat{S}_D} \sim F_{p-1, n-p}$$

						Promedio grupo	Varianza grupo
10 mg	17	15	16	18	20	17,2	2,96
20 mg	13	18	16	12	9	13,6	9,84
30 mg	12	19	15	2	1	9,8	50,96

Cálculo de sumas de cuadrados:

$$n = 15$$

$$p = 3$$

$$SCT = \frac{1}{n} \sum_i \sum_j x_{ji}^2 - \left(\frac{\sum_i \sum_j x_{ji}}{n} \right)^2 = 30.38 \sim 30$$

$$SCD = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^3 n_i S_i^2 = 21.25 \sim 21 \quad SCE = SCT - SCD = 30 - 21 = 9$$

Cálculo de Medias cuadráticas:

$$\hat{S}_E^2 = \frac{SCE}{p - 1} = \frac{9}{2} = 4.5 \quad \hat{S}_D^2 = \frac{SCD}{N - p} = \frac{21}{15 - 3} = 1.78$$

$$\text{Estadístico de contraste:} \quad F = \frac{\hat{S}_E^2}{\hat{S}_D^2} = \frac{4.5}{1.78} = 2.56$$

Tabla-resumen del ANOVA A-EF-CA

FV	SC	g.l.	MC	Estadístico F
INTERGRUPOS (E)	SCE=9	$P - I = 2$	$\hat{s}_E = 4.5$	F = 2.56
ERROR (D) O INTRAGRUPOS	SCD=21	$n - p = 12$	$\hat{s}_D = 1.78$	
TOTAL (T)	SCT=30	$n - 1 = 14$		

La región de rechazo viene dada por $R = \{F_{2,12} > C\}$ Luego $C=3.385$ por tanto aceptamos la igualdad de medias. No existe diferencia de resistencia entre las edades.

También podemos calcular el Pvalor cómo $P(F_{2,12} > 2.56) = 0.119$

1.2 El tamaño de la relación puede medirse mediante:

$$\eta^2 = \frac{SCE}{SCT} = 0.3$$

Se observa que el tamaño de la relación no es cercano a 1 pero mayor a 0 por lo que podemos decir que existe una pequeña tendencia a relación funcional.

1.3

$$\begin{aligned} H_o : \mu_2 &= \mu_3 \\ H_1 : \mu_2 &> \mu_3 \end{aligned} \Rightarrow \{\bar{X}_2 - \bar{X}_3 > C\}$$

Sabemos que $\bar{X}_2 - \bar{X}_3 \rightarrow N\left(\mu_2 - \mu_3, \frac{\sigma_2^2}{n_2} + \frac{\sigma_3^2}{n_3}\right)$ y que $\frac{n_2 S_2^2}{\sigma_2^2} + \frac{n_3 S_3^2}{\sigma_3^2} \rightarrow \chi_{n_1+n_2-2=8}^2$

Luego desarrollando obtenemos

$$t_8 = \frac{[(\bar{X}_2 - \bar{X}_3) - (\mu_2 - \mu_3)]\sqrt{n_2 + n_3 - 2}}{\sqrt{\left(\frac{1}{n_2} + \frac{1}{n_3}\right)\left(n_2 S_2^2 + \frac{n_3 S_3^2}{5}\right)}} \quad \text{Recordando que } n_1 = n_2 = 5$$

$$t_8 = \frac{[(\bar{X}_2 - \bar{X}_3) - (\mu_2 - \mu_3)]\sqrt{8}}{\sqrt{\left(\frac{6}{5}\right)\left(5S_2^2 + \frac{5S_3^2}{5}\right)}} \Rightarrow t_8 = \frac{[(\bar{X}_2 - \bar{X}_3) - (\mu_2 - \mu_3)]\sqrt{8}}{\sqrt{\left(30S_2^2 + \frac{6S_3^2}{5}\right)}}$$

Luego el error tipo I viene dado por

$$P\left(t_8 > C \frac{\sqrt{8}}{\sqrt{120.192}}\right) = P(t_8 > 0.258C) = 0.05 \Rightarrow 0.258C = 1.860 \Rightarrow C = 7.21$$

\Rightarrow No rechazamos H_0

1.4

¿Es admisible considerar $\frac{\sigma_3^2}{\sigma_2^2} = 5$?

Hacer test F (desarrollado en clase aux).