MA34B/03 **PAUTA CONTROL 2** **21.10.2002**
Duración: 2:30 **N. Lacourly**

PREGUNTA 1

Sea la hipótesis nula de $H_o : \theta \in \Omega_o$ contra $H_1 : \theta \in \Omega_1$

1.1 La condición es: $\Omega_o \cap \Omega_1 = \Phi$.

1.2 La región crítica de un test es la regla de decisión que determina las muestras que llevan a elegir la hipótesis alternativa. (OJO! hay distintas manera de decir lo mismo).

1.3 La función de potencia es una función $\pi : \Omega \rightarrow [0,1]$, con Ω el espacio del parámetro, suponemos llamado θ. La función de potencia es una fución θ y es $\pi(\theta) = P(\textit{rechazar } H_o \textit{ con la regla de decisión con el valor } \theta \textit{ del parámetro})$.

1.4 Es un test que proporciona una regla de decisión óptima (Máxima potencia) sobre todos los valores de la hipótesis alternativa. Generalmente con una hipótesis alternativa bilateral no existe un test UMP.

1.5 H_o: el acusado es inocente, H_1: el acusado es culpable.

PREGUNTA 2

2.1 Se hace un estudio con un experimento haciendo llamadas que tendrán o no éxito. La proporción de llamadas exitosas permitirá decidir si o no hay que multar.

2.2 Un test de hipótesis permite al organismo fiscalizador decidir en base a una muestra de llamadas si va a multar o no. Con la hipótesis nula propuesta controla el error de multar siendo que no corresponde. En otras palabras prefiere no subestimar el porcentaje de llamadas exitosas.

2.3 El nivel de significación se fija a priori. Es el error de tipo I: P(rechazar H_o cuando es correcta). El p-valor es la probabilidad de equivocarse rechazando H_o con la proporción observada en la muestra.

2.4 Para una muestra de n=100, se obtuvo una proporción de 0.885 llamadas exitosas. Si $\hat{p}$ es la proporción observada en una muestra de 100 y p la proporción desconocida: $\frac{n\hat{p} - p}{\sqrt{np(1-p)}} \sim N(0,1)$ y el p-valor es $P(N(0,1) \leq \frac{88.5 - 90}{\sqrt{90 * 0.10}}) = 0.3085$. No se puede rechazar H_o. La empresa tiene menos que 90% de llamadas exitosas en la muestra, pero el fiscalizador decide no multar por la falta de evidencia suficiente para hacerlo.

PREGUNTA 3

3.1 El test Ji-cuadrado : se divide el intervalo [0, θ] en r intervalos de largos iguales, sean $I_1, I_2, \ldots I_r$. Se define f_k=card{$x_i \in I_k$} ($\sum_{k=1}^{r} f_k = n$). Si la distribución es uniforme, $P(X \in I_k) = \frac{1}{r}$, cualquier sea el valor de θ. Pero hay que tener el valor de θ para construir los intervalos I_k. Hay que estimar θ, por ejemplo Max{x_i}. Se calcula la distancia χ^2:

$$Q = \sum_{k=1}^{r} \frac{(f_k - n/r)^2}{n/r} \sim \chi^2_{r-2}$$

Si Q_o es el valor del estadístico encontrado en la muestra, el p-valor es: $P(\chi^2_{r-2} > Q_o)$.

3.2 $\alpha = P(Max\{x_i\} > u)$ define la región crítica del test.
3.3 Si $Max\{x_i\} > u$, $\pi(\theta) = P(Max\{x_i\} > u \mid \theta)$ es la región crítica del test.
Como $F(x) = \dfrac{x}{\theta}$, $P(Max\{x_i\} \le u \mid \theta) = \dfrac{u^n}{\theta^n}$. Luego $\boxed{\pi(\theta) = 1 - \dfrac{u^n}{\theta^n}}$
3.4 $\beta = P(Max\{x_i\} < u \mid \theta = a) = \dfrac{u^n}{a^n}$
3.5 $\alpha = P(Max\{x_i\} > u) = \pi(1)$ y $\beta = P(Max\{x_i\} < u \mid \theta = a) = \dfrac{u^n}{a^n} = 1 - \pi(a)$.

Como $\pi(1) = 1 - u^n \le 1\%$ y $1 - \pi(a) = \dfrac{u^n}{a^n} \le 1\%$. Tomando la igualdad se obtiene:

$a^n = \dfrac{u^n}{0.01} = \dfrac{0.99}{0.01}$, es decir $n = \dfrac{log(0.99) - log(0.01)}{log(a)} = \dfrac{4.59}{log(a)}$. Por ejemplo, para *a=1.2, n=25.*