

PROBLEMA 1

- 1.1 Sea una muestra aleatoria simple x_1, x_2, \dots, x_n de una v.a. $N(\mu, \sigma^2)$. Se construye un test para la hipótesis nula $H_0: \mu \geq 10$ contra la hipótesis alternativa $H_1: \mu < 10$. Dé la región de rechazo del test UMP para un error de tipo I $\alpha = 0.05$ con $\sigma^2 = 1$ y $n = 100$.
- 1.2 Si la media muestral fue $\bar{x} = 9.8$. Dé el p-valor del test. ¿Qué concluye para $\alpha = 0.05$?
- 1.3 Calcule la potencia del test para $\mu = 9$ y $\mu = 9.8$.
- 1.4 Si $n = 120$, determine el valor de α que permita obtener la misma región crítica que en 1.1.

PROBLEMA 2

- 2.1 Una fábrica trabaja con dos máquinas, una de tipo A y la otra de tipo B. El costo semanal X de reparación para las máquinas de tipo A sigue una distribución $N(\mu_1, \sigma^2)$. El costo semanal Y de reparación para las máquinas de tipo B sigue una distribución $N(\mu_2, \sigma^2)$. Se tienen dos muestras independientes: una muestra aleatoria simple x_1, x_2, \dots, x_n de costos para las máquinas de tipo A y una muestra aleatoria simple y_1, y_2, \dots, y_m de costos para las máquinas de tipo B.
- Determine un estimador insesgado S_*^2 para σ^2 . Dé la distribución de $(n + m - 2)S_*^2 / \sigma^2$.
- (Se denotara $S_1^2 = \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$ y $S_2^2 = \sum_{i=1}^m (y_i - \bar{y})^2$).
- 2.2 Dé la distribución de la diferencia de las medias muestrales: $d = \bar{x} - \bar{y}$. Construye un intervalo de confianza para la diferencia $\delta = \mu_1 - \mu_2$.
- 3.2 Dé el largo del intervalo de confianza obtenido en 2.2 para muestras aleatorias de tamaños $n = 10$ y $m = 12$, $\bar{x} = 2$, $\bar{y} = 1.4$, $S_1^2 = 1$ y $S_2^2 = 4$ con un nivel de confianza de 95%.
- 2.4 Proponga un test para comparar los costos semanales de las dos máquinas con las hipótesis $H_0: \mu_1 = \mu_2$ contra $H_1: \mu_1 \neq \mu_2$. ¿Es uniformemente más potente? ¿Por qué? Calcule el p-valor del test para los valores numéricos anteriores y concluya.

PROBLEMA 3

- 3.1 Los datos siguientes muestran las frecuencias de conteo para 420 lanzamientos de un dado:

Número sobre el dado	1	2	3	4	5	6	Total
Frecuencia M_i observadas	80	60	78	70	70	62	420

Verifique si el dado es equilibrado con un error de tipo I $\alpha = 0.05$.

- 3.2 ¿Es el p-valor del test mayor o menor que el error de tipo I $\alpha = 0.05$?
- 3.3 Se quiere estudiar ahora la proporción p de números pares del experimento anterior. Dé un estimador insesgado \hat{p} de p y la distribución de $n\hat{p}$.
- 3.4 Sean los dos tests de hipótesis: $(T_1): \begin{cases} H_0: p = 0.50 \\ H_1: p = 0.45 \end{cases}$ y $(T_2): \begin{cases} H'_0: p = 0.45 \\ H'_1: p = 0.50 \end{cases}$

¿Con un error de tipo I de 0.05, cuál de los dos tests (T_1) o (T_2) le conviene elegir si Usted afirma que el dado está cargado en los números impares?