

**Control 3**  
**MA33A Cálculo Numérico**  
**Primavera 2004**

Profesor: Mauricio Telias  
4 de Noviembre de 2004

**Problema 1**

Sea  $x^*$  tal que  $F(x^*) = x^*$  y

$$F'(x^*) = F^{(2)}(x^*) = \dots = F^{(p-1)}(x^*) = 0$$

Pruebe que  $x_{n+1} = F(x_n)$  tiene orden  $p$ .

**Problema 2.-** Buscamos resolver  $e^{-x} = x$  con  $x \in [0, 1]$  con  $x_0 = 0$ ,  $x_1 = 1$  usando el método de la secante.

- i.- Obtener el polinomio de interpolación.
- ii.- Encontrar una cota para el error en  $x_2$

**Problema 3**

Suponga que  $p$  es una raíz de multiplicidad  $m$  de  $f(x) = 0$ , con  $f^{(m)}$  continua en un intervalo que contiene a  $p$ .

Demuestre que el método siguiente

$$x_0 \text{ dado,}$$
$$x_{n+1} = x_n - m \frac{f(x)}{f'(x)} \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

tiene convergencia cuadrática. (Indicación: verifique que la derivada de la función de iteración es nula en la raíz y use el hecho que si un real es una raíz de multiplicidad  $m$  de una función, ésta contiene el factor diferencia de  $x$  con la raíz a la potencia  $m$ ).