

$$\lambda > 0 \quad X''(x) = \lambda X(x) \quad (1) \quad T''(t) = \lambda T(t) \quad (3)$$

$$\Rightarrow \begin{aligned} X(x) &= c_1 e^{\sqrt{\lambda}x} + c_2 e^{-\sqrt{\lambda}x} \\ T(t) &= D_1 e^{\sqrt{\lambda}t} + D_2 e^{-\sqrt{\lambda}t} \end{aligned} \quad 0,2$$

$$(4) \Rightarrow y(0,t) = (c_1 + c_2)T(t) = 0 \quad \forall t > 0$$

$$\Rightarrow c_1 + c_2 = 0 \Rightarrow c_1 = -c_2 = c \quad 0,2$$

$$\text{además: } y(1,t) = c_1(e^{\sqrt{\lambda}} - e^{-\sqrt{\lambda}})T(t) = 0 \quad \forall t > 0$$

$$\Rightarrow e^{\sqrt{\lambda}} = e^{-\sqrt{\lambda}} \Leftrightarrow e^{2\sqrt{\lambda}} = 1 \quad (\lambda < 0)$$

$$\Rightarrow e^{2i\sqrt{\lambda}} = e^{2n\pi i} = \cos(2n\pi) + i \sin(2n\pi)$$

$$\Rightarrow 2i\sqrt{\lambda} = 2n\pi i$$

$$\Rightarrow \lambda_n = -\pi^2 n^2 \quad \text{con } n \in \mathbb{N} \quad 0,3$$

$$\text{Luego } X_n(x) = C_n [(\cos(n\pi x) + i \sin(n\pi x)) - (\cos(n\pi x) - i \sin(n\pi x))] \\ + 1 \sin(n\pi x)$$

$$\Rightarrow X_n(x) = 2i C_n \sin(n\pi x) \quad 0,2$$

Para  $T$  se tiene:

$$\frac{dy}{dt}(x,0) = 0 \Rightarrow \frac{dT}{dt}(0) \cdot X(x) = 0 \quad \forall x \in [0, L]$$

$$\Rightarrow \frac{dT(0)}{dt} = 0 \Rightarrow D_1 - D_2 = 0 \\ \Rightarrow D_1 = D_2 = D$$

Luego, en forma análoga al cálculo anterior se obtiene:

$$T_n(t) = 2 D_n \cos(n\pi t) \quad 0,5$$

OJO que  $n \geq 1$  para soluciones no triviales (aunque daría lo mismo PERO sumariamos cero).

> 1,5  
ptos