Entonces la forma general queda: (4)

$$y(x,t) = \sum_{n=1}^{\infty} K_n \operatorname{sen}(n\pi x)\cos(n\pi t)$$

con $K_n = 4i\, D_n C_n$

ahora se utiliza la última condición:

$$y(x,0) = \phi(x) \Longrightarrow \overbrace{\sum_{n=1}^{\infty} K_n \operatorname{sen}(n\pi x)}^{(*)} = \phi(x) = Ax^3 + Bx \quad 0{,}2$$

como $\phi(x)$ es impar, su desarrollo en serie de Fourier queda en función de senos exclusivamente, luego (*) es el desarrollo en serie de Fourier de $\phi(x)$ con $x \in [-1,1]$, así: 0,2

$$K_n = \frac{2}{(t_2 - t_1)} \int_{t_1}^{t_2} \phi(x)\operatorname{sen}(n\pi x)\,dx$$

se puede hacer con $(t_1, t_2) = (-1, 1)$ ó $(t_1, t_2) = (0, 1)$, el resultado es análogo.

$$\Longrightarrow K_n = \frac{k}{6}\int_{-1}^{1} (x^3 - x)\cdot \operatorname{sen}(n\pi x)\,dx \quad 0{,}3$$

$$I_1 = \int_{-1}^{1} x^3 \operatorname{sen}(n\pi x)\,dx = -x^3\frac{\cos(n\pi x)}{n\pi}\Big|_{-1}^{1} + \frac{3}{n\pi}\int_{-1}^{1} x^2\cos(n\pi x)\,dx$$

$$= -\frac{(-1)^n}{n\pi} - \frac{(-1)^n}{n\pi} + \frac{3}{n\pi}\left[\underbrace{x^2\frac{\operatorname{sen}(n\pi x)}{n\pi}\Big|_{-1}^{1}}_{\substack{0\\ \text{(es impar)}}} - \frac{2}{n\pi}\underbrace{\int_{-1}^{1} x\operatorname{sen}(n\pi x)\,dx}_{I_2}\right]$$