

Clase Auxiliar 12

13 de junio de 2005

1. Encuentre la solución en series de potencia en torno a cero de las siguientes ecuaciones diferenciales, y de su radio de convergencia.

a) $y'' - xy' - 2y = 0$

b) $y'' - x^2y' - xy = 0$

c) $y'' + xy = 0$

d) $(1 + x^2)y'' + 2xy' - 2y = 0$

e) $y^{(4)} + x^2y + 2xy = 12x^2 + 6x + 2$

2. Antes de resolver las ecuaciones:

¿Por que debe existir solución en series de potencia en torno a cero de cada ecuación homogénea?

¿Cual es el mínimo radio de convergencia de cada solución?

De la solución de los siguientes problemas a condiciones iniciales en series de potencia. Cuando se pueda escribala como una suma cerrada (si no, deje la fórmula de recurrencia explicitada). ¿cuál es finalmente su radio de convergencia?

a) $y'' + xy = x^2 \quad y(0) = 0, y'(0) = 2$

b) $y'' - xy' - (1 + x^2)y = 0 \quad y(0) = 2; y'(0) = -1$

c) $(3 + x^2)y'' + xy' - (x + 4)y = 0 \quad y(0) = 3; y'(0) = 5$

d) $(x + 2)y'' + (x + 1)y' - y = 0 \quad y(0) = 2; y'(0) = -2$

e) $y'' - xy - y = \sin(x) \quad y(0) = 2; y'(0) = 1$

3. Resuelva la siguiente ecuación diferencial ocupando el método descrito mas abajo:

$$y'' + xy' - y = 0$$
$$y(0) = 1 \quad y'(0) = 0$$

Método: Imponga una solución escrita como serie de Taylor en torno a 0:

$$y(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{y^n(0)}{n!}$$

Luego, para encontrar la solución solo se necesita encontrar las derivadas de y en 0. Para calcularlas despéjelas de la ecuación original: Por ejemplo $y''(0) = -0y'(0) + y(0) = -0 * 1 + 1 = 1$

Para encontrar las otras derivadas de y, derive la ecuación diferencial y despeje: por ejemplo: $y''' = -xy'' - y' + y' = -xy' \Rightarrow y'''(0) = 0y''(0) = 0$. Y así sucesivamente.