Tarea N°2 Cálculo en Varias Variables MA22A
Profesor: Pierre Guiraud
Auxiliar: Raúl Aliaga Díaz
Ayudantes: Dušan Juretić, Matías Reeves
Viernes 3 de Junio de 2005

Pregunta 1

a) Se tiene el siguiente sistema:

$$\begin{aligned} 3x + uy - zx + u^2 &= 0 \\ x - y + 2z + u &= 0 \\ 2x + y - 3z - u &= 0 \end{aligned}$$

Determinar qué trío de variables puede ser despejado en función de la otra variable para resolver el problema.

b) Sea $f(x, y) = e^x + \sin(x + y)$

i) Encuentre el polinomio de Taylor $P_2(x, y)$ de orden 2 de f en torno del punto $(1, 0)$.

ii) Encuentre C tal que para cada (x, y) que satisface $(x - 1)^2 + y^2 \leq 1$ se tiene

$$|f(x, y) - P_2(x, y)| \leq C \left\|(x - 1, y)\right\|^3$$

Pregunta 2

a) Muestre que el máximo valor de la función

$$\begin{aligned} f(x_1, x_2, \ldots, x_n) &= x_1 x_2 \ldots x_n \\ \text{s.a.} \quad \sum_{i=1}^{n} \frac{x_i^2}{i^2} &= 1 \end{aligned}$$

es

$$\frac{n!}{n^{n/2}}$$

b) Sean $f, g : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ funciones continuas y diferenciables. Sea $F : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ definida por

$$F(x, y, z) = (f(x, y, z), g(x, y, z), f(x, y, z) + g(x, y, z))$$

Probar que F **no** posee inversa diferenciable.

Pregunta 3

a) Hallar un punto en el cono C que minimice la distancia al origen, donde

$$C = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / z^2 = (x - 1)^2 + (y - 2)^2\}$$

Demuestre que su solución es efectivamente un mínimo.

b) Sea $f(x, y) = (x^2 + x^2 y + 10y, x + y^3)$ y $x_0 = (1, 1)$

i) Demostrar que f tiene inversa diferenciable en una vecindad de x_0.

ii) Encuentre un valor aproximado de $f^{-1}(11.8, 2.2)$.