

De la parte anterior sabemos que se verifica:

$\forall t \in U$

$$h_1(t) + h_2(t) + t = 0$$

$$h_1(t) h_2(t) t + \sin(h_1(t) h_2(t) t) = 0$$

Así, derivando se verifica que:

$$(A) \quad h_1'(t) + h_2'(t) + 1 = 0$$

$$(B) \quad h_1'(t) h_2(t) t + h_1(t) h_2'(t) t + h_1(t) h_2(t) + \cos(h_1(t) h_2(t) t) [h_1'(t) h_2(t) t + h_1(t) h_2'(t) t + h_1(t) h_2(t)] = 0$$

Como  $h_1(1) = -1$  y  $h_2(1) = 0$ , evaluando las ecnes. (A) y (B) en  $t=1$  se obtiene que:

$$h_1'(1) + h_2'(1) + 1 = 0$$

$$0 - h_2'(1) + 0 + 1(0 - h_2'(1) + 0) = 0.$$

Con lo cual  $h_1'(1) = -1$ ,  $h_2'(1) = 0$ .

(también se puede obtener a partir de la fórmula de derivación de T.F. Imp)

Ahora, derivemos las ecuaciones (A) y (B):

$$h_1''(t) + h_2''(t) = 0$$

$$[h_1''(t) h_2(t) t + h_1(t) h_2''(t) t + 2h_1'(t) h_2'(t) t + 2h_1'(t) h_2(t) + 2h_1(t) h_2'(t)] [1 + \cos(h_1(t) h_2(t) t)] + [h_1'(t) h_2(t) t + h_1(t) h_2'(t) t + h_1(t) h_2(t)] [-\sin(h_1(t) h_2(t) t)] [h_1'(t) h_2(t) t + h_1(t) h_2'(t) t + h_1(t) h_2(t)] = 0$$

Evaluando en  $t=1$ , se obtiene que:

$$\left. \begin{aligned} h_1''(1) + h_2''(1) &= 0 \\ -2h_2''(1) &= 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow h_1''(1) = 0, h_2''(1) = 0$$

Por lo tanto  $g$  verifica que:

$$g'(t) = t + h_1'(t) + h_2'(t), \text{ en } t=1 \Rightarrow g'(1) = 0$$

$$g''(t) = 1 + h_1''(t) + h_2''(t), \text{ en } t=1 \Rightarrow g''(1) = 1 > 0$$

$\therefore t=1$  es punto de mínimo local de  $g$ .