Universidad de Chile
Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas
Departamento de Ingeniería Industrial

Tópicos en Finanzas Públicas
Prof: Andrea Repetto
Aux: Pamela Arellano

Resultados Básicos de la Teoría del Consumidor

La Función de Utilidad Indirecta y Función del Gasto.
Si los individuos maximizan su utilidad sujetos a la restricción presupuestaria:

$$\begin{aligned} &Max_x \quad u(x) \\ &sa \quad px \leq y \\ &\qquad x \geq 0 \end{aligned}$$

La solución al problema general planteado son n funciones de demanda marshalliana con n+1 argumentos cada una, lo que denotaremos

$$x_i = d^i(y, p)$$

Otra forma de enfrentar el problema es como una minimización del gasto, esto es:

$$\begin{aligned} &Min_x \quad px \\ &sa \quad u(x) \geq u^0 \\ &\qquad x \geq 0 \end{aligned}$$

Donde u^0 es la utilidad que se desea alcanzar. La solución de este problema general es un nuevo conjunto de funciones denominadas funciones de demanda compensadas o hicksianas:

$$x_i = h^i(u, p)$$

El valor de la solución al problema anterior, se denomina función de gasto y está dado por:

$$e(u, p) = \sum_i p_i h^i(u, p)$$

Por lo tanto, *e(u,p)* representa el menor ingreso que se requiere para alcanzar un nivel de utilidad *u* cuando el vector de precios está dado por *p*.
Suponiendo no-saturación local en el problema de maximización, la restricción presupuestaria está siempre activa y se establece una correspondencia entre el problema de maximización de utilidades y el de minimización del gasto: $u^0 = v(y^0, p^0) \Leftrightarrow y^0 = e(u^0, p^0)$, donde $v(y^0, p^0)$ es la función de utilidad indirecta.

Bajo estas condiciones se cumplen las siguientes identidades:

$$(1)\ e(v(y,p),p) = y \quad (2)\ v(e(u,p),p) = u \quad (3)\ h^i(u,p) = d^i(e(u,p),p) \quad (4)\ d^i(y,p) = h^i(v(y,p),p)$$

Identidad de Roy: Diferenciando (2) y usando que la derivada del gasto respecto al precio es la demanda hicksiana por el bien, se tiene que:

$$d^i = -\frac{\partial v(y,p) / \partial p_i}{\partial v(y,p) / \partial y} \quad i = 1, \ldots, n$$

Ecuación de Slutzky: Derivando (3) con respecto a p_j, se tiene:

$$\left.\frac{\partial x_i}{\partial p_j}\right|_{y=cte} = \left.\frac{\partial x_i}{\partial p_j}\right|_{u=cte} - x_j \left.\frac{\partial x_i}{\partial y}\right|_{p=cte}$$

Donde el primer término es el efecto sustitución y el segundo el efecto ingreso.
Efecto ingreso: Si el bien es normal, entonces al aumentar el ingreso aumenta el consumo de este bien. El caso opuesto corresponde a bienes inferiores.
Efecto sustitución: Si los bienes *i* y *j* son complementarios entonces el efecto ingreso acentúa el efecto sustitución, por lo que $\delta x_i/\delta p_j \leq 0$. Si el bien *i* es inferior no se puede decir nada respecto al signo de la derivada anterior. En el caso de bienes sustitutos donde i es inferior se cumple que $\delta x_i/\delta p_j \geq 0$.