DEPARTAMENTO DE INGENIERIA INDUSTRIAL
Facultad de Cs. Físicas y Matemáticas
UNIVERSIDAD DE CHILE

Curso: IN70L - Logística y Producción
Sem.: Otoño 2005
Prof: Andrés Weintraub
P. Aux: Jaime Miranda

PAUTA EJERCICIO # 1

LOGÍSTICA Y PRODUCCIÓN - OTOÑO 2005

Problema 1

Para utilizar el algoritmo de Dijkstra es necesario mantener información sobre dos conjuntos que irán variando en las iteraciones, estos son el conjunto V de todos los nodos que falta por visitar y el conjunto T de todos los nodos que ya han sido visitados, y se debe almacenar el costo de llegar a ese nodo. Inicialmente todos los costos se encuentran en ∞. Inicialmente en este problema $V = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\}$ y $T = \{\Phi\}$. El criterio de detención se producirá cuando $V = \{\Phi\}$. Inicialmente se ingresa el nodo inicial 1, quedando los conjuntos: $T = \{1\}$ y $V = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\}$.

Iteración 1: Se debe determinar que nodo debe ingresar al conjunto T. Para ello, es necesario determinar el camino más corto para ir desde los nodos que se encuentran en conjunto T hacia los nodos que se encuentran en el conjunto V. En la Figura 2 se puede apreciar que el nodo 1 ha sido escogido, luego se agrega la información del costo de ir desde el nodo 1 a los nodos de V que estén unidos por un sólo arco. Este costo se debe guardar (en la Figura 2 aparece arriba de los arcos que pueden ser alcanzados desde algún nodo perteneciente a T).

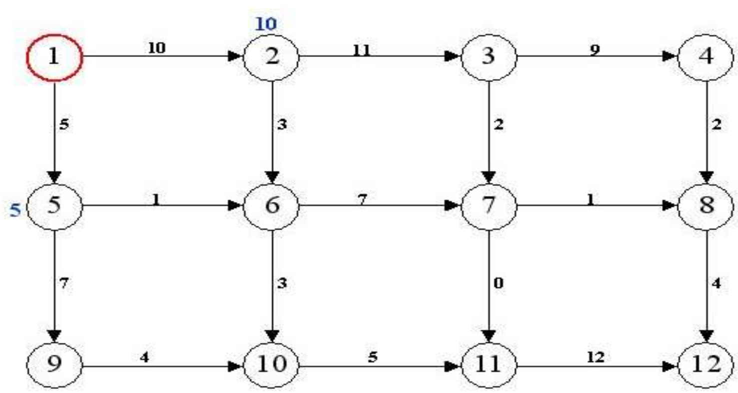

Figura 1: Grafo asociado al problema.

Iteración 2: El nodo que pertenece a V y que puede ser visitado a menor costo es el nodo 5 (a costo 5). Luego, los conjuntos quedan: $T = \{1, 5\}$ y $V = \{2, 3, 4, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\}$. Los valores para la nueva iteración se muestran en la Figura 3.

Iteración 3: El nodo que pertenece a V y que puede ser visitado a menor costo es el nodo 6 (a costo 6). Luego, los conjuntos quedan: $T = \{1, 5, 6\}$ y $V = \{2, 3, 4, 7, 8, 9, 10, 11, 12\}$. Los valores para la nueva iteración se muestran en la Figura 4.

Iteración 4: El nodo que pertenece a V y que puede ser visitado a menor costo es el nodo 10 (a costo 9). Luego, los conjuntos quedan: $T = \{1, 5, 6, 10\}$ y $V = \{2, 3, 4, 7, 8, 9, 11, 12\}$. Los valores para la nueva iteración se muestran en la Figura 5.

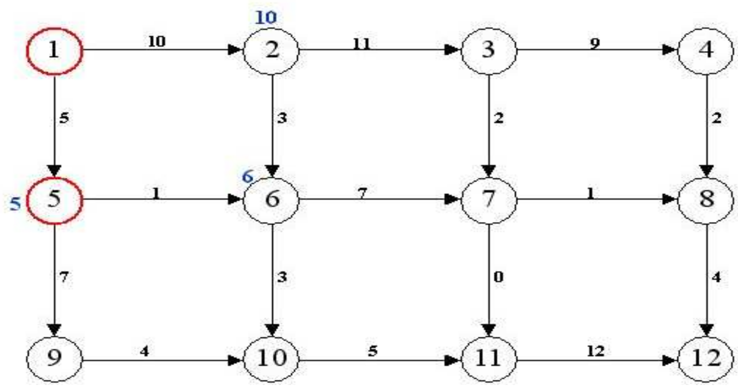

Figura 2: Grafo asociado al problema.

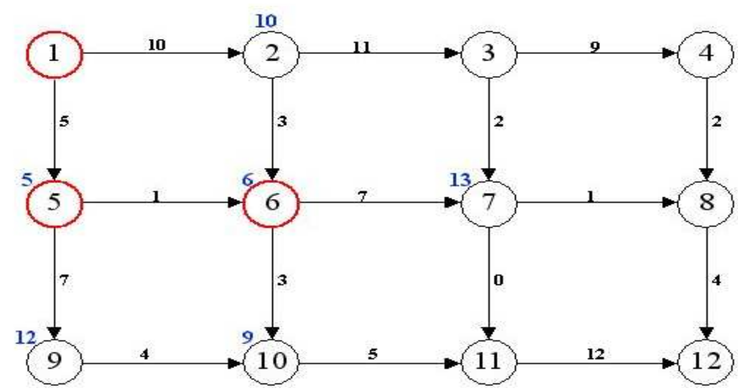

Figura 3: Grafo asociado al problema.

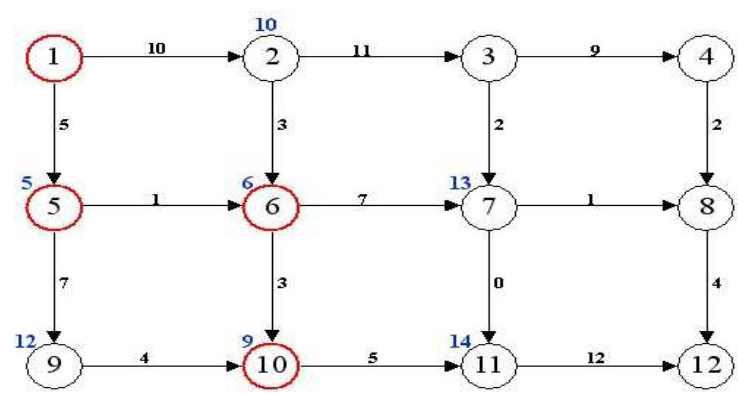

Figura 4: Grafo asociado al problema.

Iteración 5: El nodo que pertenece a V y que puede ser visitado a menor costo es el nodo 2 (a costo 10). Luego, los conjuntos quedan: $T = \{1, 2, 5, 6, 10\}$ y $V = \{3, 4, 7, 8, 9, 11, 12\}$. Los valores para la nueva iteración se muestran en la Figura 6.

Iteración 5: El nodo que pertenece a V y que puede ser visitado a menor costo es el nodo 9 (a costo 12). Luego, los conjuntos quedan: $T = \{1, 2, 5, 6, 9, 10\}$ y $V = \{3, 4, 7, 8, 11, 12\}$. Los valores para la nueva

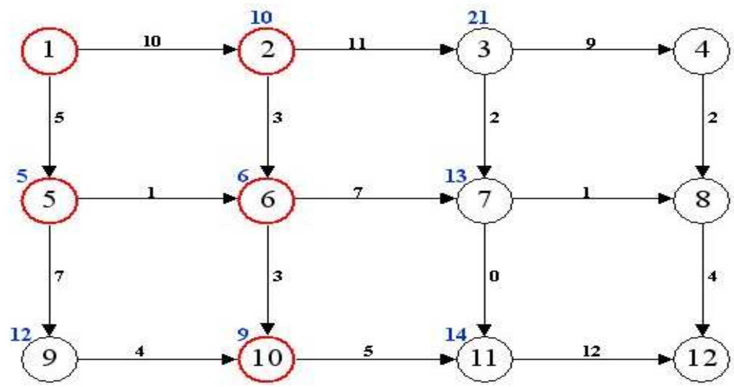

Figura 5: Grafo asociado al problema.

iteración se muestran en la Figura 7.

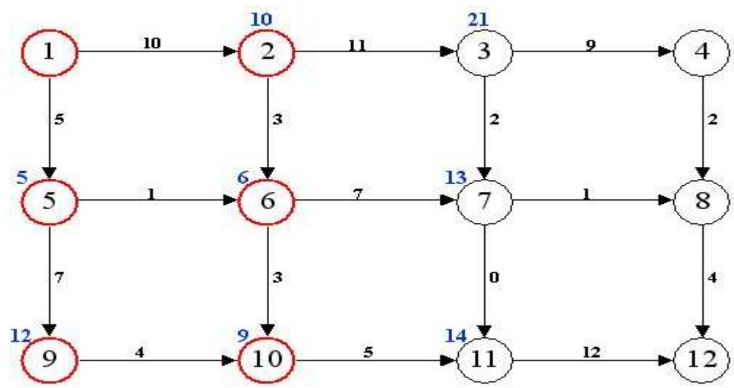

Figura 6: Grafo asociado al problema.

Iteración 5: El nodo que pertenece a V y que puede ser visitado a menor costo es el nodo 7 (a costo 13). Luego, los conjuntos quedan: $T = \{1, 2, 5, 6, 7, 9, 10\}$ y $V = \{3, 4, 8, 11, 12\}$. Los valores para la nueva iteración se muestran en la Figura 8.

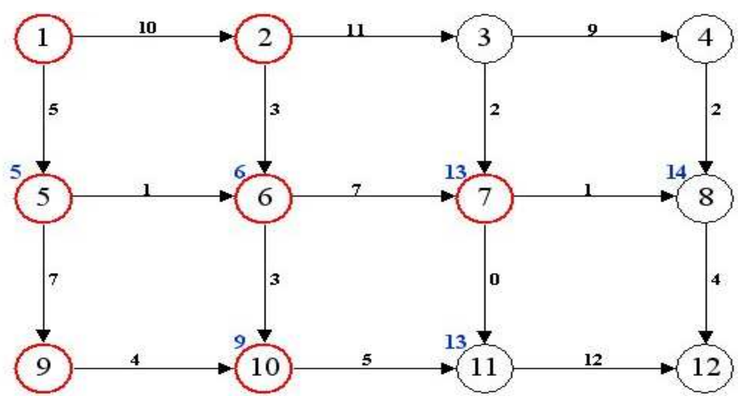

Figura 7: Grafo asociado al problema.

Iteración 5: El nodo que pertenece a V y que puede ser visitado a menor costo es el nodo 11 (a costo 13). Luego, los conjuntos quedan: $T = \{1, 2, 5, 6, 7, 9, 10, 11\}$ y $V = \{3, 4, 8, 12\}$. Los valores para la nueva iteración se muestran en la Figura 9.

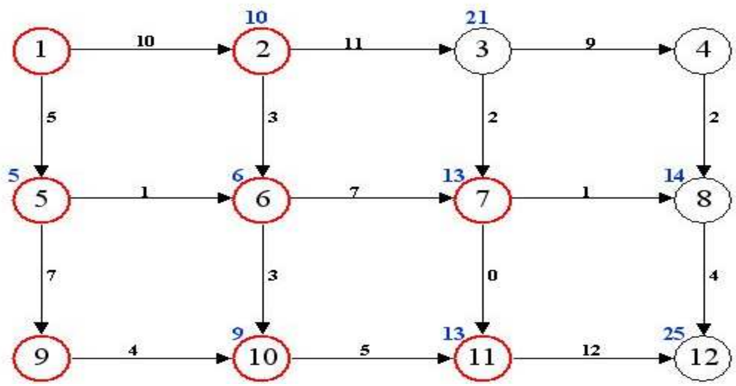

Figura 8: Grafo asociado al problema.

Iteración 5: El nodo que pertenece a V y que puede ser visitado a menor costo es el nodo 8 (a costo 14). Luego, los conjuntos quedan: $T = \{1, 2, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11\}$ y $V = \{3, 4, 12\}$. Los valores para la nueva iteración se muestran en la Figura 10.

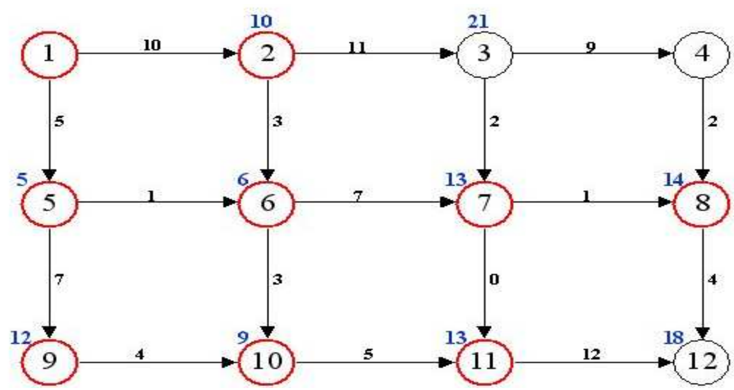

Figura 9: Grafo asociado al problema.

Iteración 5: El nodo que pertenece a V y que puede ser visitado a menor costo es el nodo 12 (a costo 18). Luego, los conjuntos quedan: $T = \{1, 2, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\}$ y $V = \{3, 4\}$. Los valores para la nueva iteración se muestran en la Figura 10.

Iteración 5: El nodo que pertenece a V y que puede ser visitado a menor costo es el nodo 3 (a costo 21). Luego, los conjuntos quedan: $T = \{1, 2, 3, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\}$ y $V = \{4\}$. Los valores para la nueva iteración se muestran en la Figura 11.

Iteración 5: El nodo que pertenece a V y que puede ser visitado a menor costo es el nodo 4 (a costo 30). Luego, los conjuntos quedan: $T = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\}$ y $V = \{\Phi\}$. Los valores para la nueva iteración se muestran en la Figura 12.

Luego, se ha encontrado la ruta más corta entre el nodo inicial 1 y todos lode restantes nodos de la red.

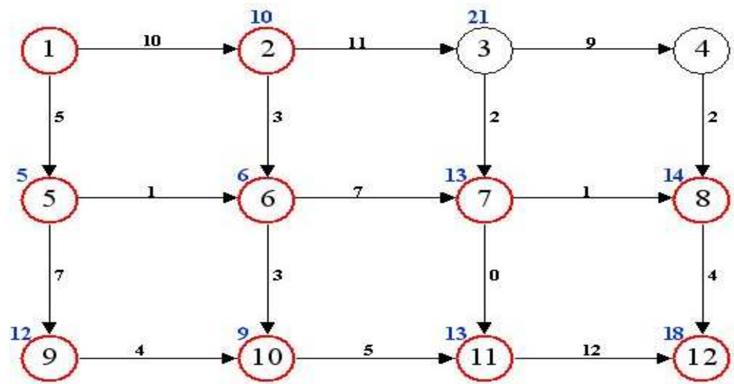

Figura 10: Grafo asociado al problema.

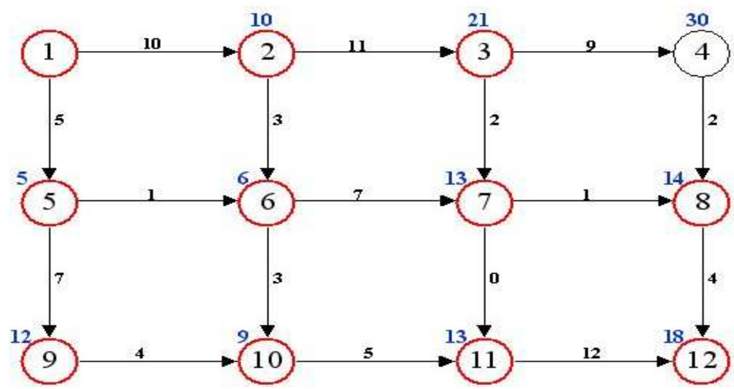

Figura 11: Grafo asociado al problema.

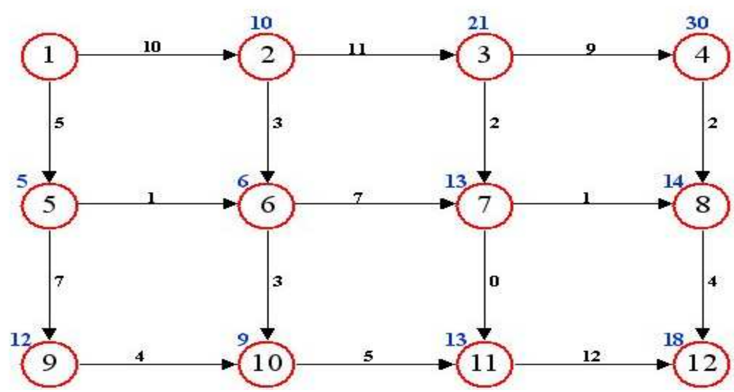

Figura 12: Grafo asociado al problema.

Problema 2

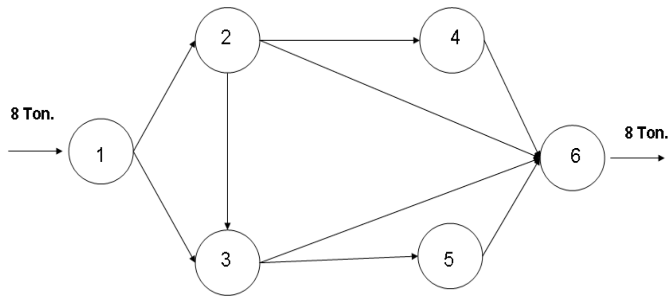

Figura 13: Grafo asociado al problema.

1. Iteracón I

   Lo primero que se debe hacer es clasificar las variables en básicas y no básicas. De esta forma:

   $f_{12} = 8$ (Básica)
   $f_{13} = 0$ (No Básica)
   $f_{23} = 5$ (No Básica)
   $f_{24} = 3$ (Básica)
   $f_{26} = 0$ (No Básica)
   $f_{35} = 0$ (Básica)
   $f_{36} = 0$ (No Básica)
   $f_{46} = 3$ (Básica)
   $f_{56} = 5$ (Básica)

   a) Cálculo costos reducidos variables básicas
   $\bar{C_{12}} = C_{12} - \pi_1 + \pi_2 = 3 - \pi_1 + \pi_2$
   $\bar{C_{24}} = C_{24} - \pi_2 + \pi_4 = 1 - \pi_2 + \pi_4$
   $\bar{C_{35}} = C_{35} - \pi_3 + \pi_5 = 10 - \pi_3 + \pi_5$
   $\bar{C_{46}} = C_{46} - \pi_4 + \pi_6 = 2 - \pi_4 + \pi_6$
   $\bar{C_{56}} = C_{56} - \pi_5 + \pi_6 = 2 - \pi_5 + \pi_6$
   Si elegimos $\pi_1 = 0$, nos dan los siguientes valores: $\pi_2 = -3;\pi_3 = 6;\pi_4 = -4;\pi_5 = -4;\pi_6 = -6$

   b) Cálculo costos reducidos variables no básicas
   $\bar{C_{13}} = C_{13} - \pi_1 + \pi_3 = 5 - 0 + 6 = 11$
   $\bar{C_{23}} = -C_{23} + \pi_2 - \pi_3 = -7 + (-3) - 6 = -16$
   $\bar{C_{26}} = C_{26} - \pi_2 + \pi_6 = 3 - (-3) - 6 = 0$
   $\bar{C_{36}} = C_{36} - \pi_3 + \pi_6 = 3 - 6 - 6 = -10$
   De esta forma el costo reducido menor es $\bar{C_{23}} = -16$, entonces ingresa el flujo f_{23}, la siguienet figura muestra la inclusión de este nuevo arco.
   De esta forma debemos calcular el valor de ε:

$$\varepsilon = min(u_{23} - l_{23}; f_{35} - l_{35}; f_{56} - l_{56}; u_{46} - f_{46}; u_{24} - f_{24})$$
$$\varepsilon = min(5 - 0; 5 - 0; 5 - 0; 4 - 3; 8 - 3) = 1$$

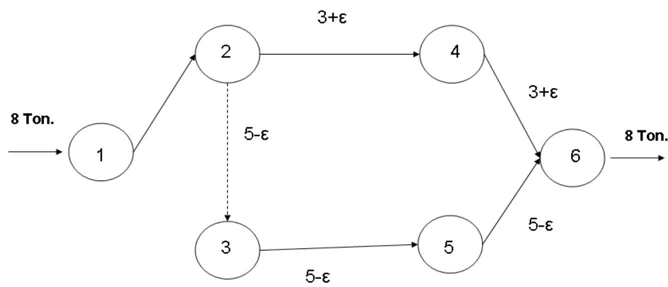

Figura 14: Primer ciclo

Al calcular nuevamente los flujos:

$f_{12} = 8$
$f_{13} = 0$
$f_{23} = 4$
$f_{24} = 4$
$f_{26} = 0$
$f_{35} = 4$
$f_{36} = 0$
$f_{46} = 4$
$f_{56} = 4$

El primer flujo que alcanza una de sus cotas es f_{24}, por lo que saldrá de la base (variables básicas).

Al realizar varias iteraciones del método es posible obtener la solución óptima del problema:

$f_{12} = 8$
$f_{13} = 0$
$f_{23} = 0$
$f_{24} = 3$
$f_{26} = 5$
$f_{35} = 0$
$f_{36} = 0$
$f_{46} = 3$
$f_{56} = 0$

El costo de la solución es 48.