Universidad de Chile
Fac. de C.C.S.S. Físicas y Matemáticas
Departamento de Ingeniería Industrial
Centro de Economía Aplicada

IN701 – Microeconomía I
Profesor: Pablo Serra B.
Auxiliar: Andrés Hernando G.
Ayudante: Martín Osorio C.

CTP 2

Viernes 07 de Junio de 2002

1. En una industria competitiva, cada firma tiene una función de costos de largo plazo dada por:

$$C(q) = \begin{cases} F + q^{1+\gamma} & \text{si} \quad q > 0 \\ 0 & \text{si} \quad q = 0 \end{cases} \tag{1}$$

donde γ es una constante positiva.

La demanda (inversa) de mercado está dada por:

$$P = \frac{A}{Q} \quad A > 0 \tag{2}$$

a) Encuentre la escala eficiente de producción de una firma, el precio y el número de firmas N^* que producen en el largo plazo (ignore la restricción N^* entero). Analice e interprete cómo depende N^* de los parámetros del modelo (F, A y γ).

Respuesta: La escala eficiente ocurre en el punto en que la firma produce con el menor costo medio posible. Este es el punto en que costos medios y marginales de largo plazo se igualan:

$$\begin{aligned} CMe = \frac{C(q)}{q} &= \frac{F}{q} + q^{\gamma} \\ CMg = \frac{dC(q)}{dq} &= (1+\gamma)q^{\gamma} \\ CMe = CMg \Leftrightarrow \frac{F}{q} + q^{\gamma} &= (1+\gamma)q^{\gamma} \\ F + q^{1+\gamma} &= (1+\gamma)q^{1+\gamma} \\ F &= \gamma q^{1+\gamma} \\ q^* &= \left(\frac{F}{\gamma}\right)^{1/(1+\gamma)} \end{aligned}$$

En el largo plazo, el precio será igual al costo medio de producción en la escala eficiente, por lo tanto:

$$\begin{aligned} P = CMe(q^*) &= F\left(\frac{\gamma}{F}\right)^{1/(1+\gamma)} + \left(\frac{F}{\gamma}\right)^{\gamma/(1+\gamma)} \\ &= (1+\gamma)\left(\frac{F}{\gamma}\right)^{\gamma/(1+\gamma)} \end{aligned}$$

La cantidad demandada a este precio es:

$$\begin{aligned} Q &= \frac{A}{P} \\ Q &= \frac{A}{(1+\gamma)\left(\frac{F}{\gamma}\right)^{\gamma/(1+\gamma)}} \\ Q &= \frac{A\gamma^{\gamma/(1+\gamma)}}{(1+\gamma)F^{\gamma/(1+\gamma)}} \end{aligned}$$

Luego, el número de plantas en el equilibrio de largo plazo es:

$$\begin{aligned} N^* &= \frac{Q}{q^*} \\ &= \frac{A\gamma^{\gamma/(1+\gamma)}}{(1+\gamma)F^{\gamma/(1+\gamma)}}\left(\frac{F}{\gamma}\right)^{1/(1+\gamma)} \\ &= \frac{\gamma}{1+\gamma}\frac{A}{F} \end{aligned}$$

Por lo tanto, N^* disminuye con F ya que aumenta el costo fijo y, por lo tanto, cada empresa debe producir más unidades para mantener el costo medio en su mínimo. Además, N^* aumenta con A (ya que un mercado más grande requiere más firmas) y con γ debido a que, si los retornos a escala son aún más decrecientes debe producirse menos para alcanzar la escala eficiente.

b) Encuentre la curva de oferta de corto plazo de la industria (en el corto plazo, N^* permanece constante) y grafique el equilibrio (ambas curvas de oferta y la curva de demanda).

Respuesta: La curva de costos de oferta de corto plazo es la curva de costos marginales en el tramo donde ésta supera a la curva de costos medios variables. Es fácil ver que esto ocurre para todo $q > 0$ por lo tanto la oferta de corto plazo de una empresa es, sencillamente:

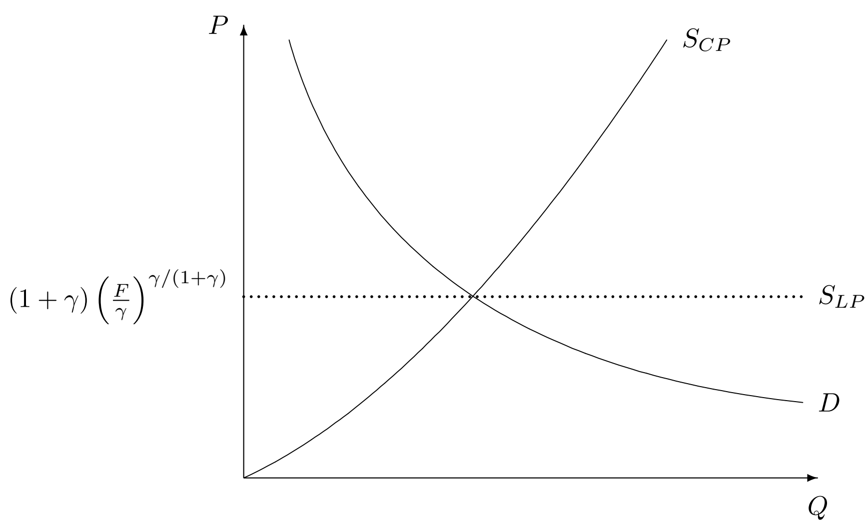
$$P = (1+\gamma)q^{\gamma}$$

Luego:

$$q = \left(\frac{P}{1+\gamma}\right)^{1/\gamma}$$

Dado que en el corto plazo N^* permanece constante, se tiene que:

$$Q = \frac{\gamma}{1+\gamma}\frac{A}{F}\left(\frac{P}{1+\gamma}\right)^{1/\gamma}$$



Suponga que inicialmente la industria se encuentra en el equilibrio de largo plazo caracterizado en las partes a) y b). El gobierno está estudiando dos tipos de impuestos sobre los productores de esta industria.

c) Considere un impuesto a suma alzada T que afecta a cada una de las firmas que opera. Encuentre como afecta este impuesto al equilibrio en el corto y largo plazo. ¿Qué ocurre con la recaudación de este impuesto en el corto vs. el largo plazo?

Respuesta: En el corto plazo este impuesto (como todo impuesto a suma alzada) no tiene efecto alguno. Dado que el número de empresas está fijo (nadie puede entrar o salir) la recaudación de este impuesto será

$$R_{CP} = TN^* = T\frac{\gamma}{1+\gamma}\frac{A}{F}.$$

En el largo plazo, por otra parte, este impuesto a suma alzada es un incremento en el costo fijo, por eso se tendrá que disminuye el número de firmas, aumenta el precio, disminuye la cantidad de equilibrio, aumenta la producción de la escala óptima y cae la recaudación. En el largo plazo este impuesto recauda:

$$R_{LP} = T\frac{\gamma}{1+\gamma}\frac{A}{F+T}.$$

d) Considere un impuesto ad valorem τ, vale decir, el gobierno recauda una fracción τ del precio pagado por los consumidores. Encuentre como afecta este impuesto al equilibrio en el corto y largo plazo. ¿Qué ocurre con la recaudación del impuesto en el corto vs. el largo plazo?

Respuesta: Este es un caso más complejo. La distorsión del precio reducirá la producción de las firmas en el corto plazo. En el largo plazo, algunas de las firmas se retirarán del mercado elevando el precio hasta que todo el impuesto sea pagado por los consumidores.

Notando que la recaudación de este impuesto es $\tau{\cdot}P{\cdot}Q$ y notando que $PQ = A$ se tiene que el monto que este impuesto recaudará, tanto en el corto como en el largo plazo será τA, es decir, la recaudación no varía.

2. Considere una pesquería cuya tasa de extracción de equilibrio anual es $f(s)$ (puede interpretarlo como la tasa de crecimiento de la pesquería), donde s es el stock de peces en toneladas. El costo, para la industria, de capturar h toneladas de pescados está dado por $C(h, s)$. Se trata de una pesquería pequeña y, por lo tanto, no influye en el precio que suponemos constante a lo largo del tiempo. También asumiremos que la tasa de descuento social es r. Suponga además que:

   I. La función $f(s)$ es estrictamente cóncava y tiene un máximo en $s_{max} > 0$.

   II. $C_h > 0$, $C_h h > 0$, $C_s < 0$.

a) Interprete estos supuestos.

Respuesta:

   I. La función $f(s)$ tiene una porción creciente (para $s < s_{max}$ y otra decreciente para $s > s_{max}$ esto significa que la extracción de equilibrio (que mantiene s constante) es relativamente baja para valores bajos y altos de s. Para el primer caso, es fácil ver la razón: Si hay muy pocos peces, no se pueden extraer demasiados sin disminuir la población ya que los peces que hay no alcanzarán a reproducirse de modo de renovar la población. En el otro extremo, si hay muchos peces, estos se encontrarán debilitados ya que los recursos disponibles de alimentación no alcanzarán para todos. De esta forma, la reproducción no será muy alta y no se podrán realizar extracciones altas sin disminuir la población.

   II. La primera condición implica que los retornos a escala de la extracción son decrecientes, es decir, cuando se capturan muchos peces, capturar uno más se vuelve más difícil. La segunda condición implica que aumentar la captura también se vuelve más caro a medida que la captura aumenta. La tercera condición significa que, cuando la población es más grande, extraer más peces resulta más fácil (barato).

b) Encuentre el equilibrio cuando sólo se permite operar a una pesquera en la pesquería.

Respuesta: Notemos que la tasa a la que crecerá la pesquería viene dada por la diferencia entre el aumento de masa $f(s)$ y la extracción, es decir:

$$\dot{s} = f(s) - h$$

De donde:

$$h = f(s) - \dot{s}$$

Por otra parte, al extraer h la pesquera tendrá una utilidad instantánea dada por:

$$\pi = Ph - C(h,s)$$

Como a la pesquera le interesa maximizar el valor presente de sus utilidades, el problema que resuelve es:

$$\begin{array}{cc} \max\limits_{h} & \displaystyle\int_0^{\infty} [Ph - C(h,s)]\,\mathrm{e}^{-rt}\,dt \\ \text{s.a.} & \\ & h = f(s) - \dot{s} \end{array}$$

O, reemplazando la restricción:

$$\max \int_0^{\infty} [P(f(s) - \dot{s}) - C(f(s) - \dot{s}, s)]\,\mathrm{e}^{-rt}\,dt$$

Este es un problema que cumple con todas las condiciones para resolverlo utilizando cálculo de variaciones. Recordemos que la ecuación de Euler es:

$$F_y = \frac{d}{dt} F_{\dot{y}}$$

En este caso:

$$F = [P(f(s) - \dot{s}) - C(f(s) - \dot{s}, s)]\,\mathrm{e}^{-rt}$$

Luego:

$$\begin{aligned} F_s &= [Pf'(s) - C_h f'(s) - C_s]\,\mathrm{e}^{-rt} \\ F_{\dot{s}} &= [-P + C_h]\,\mathrm{e}^{-rt} \\ \frac{d}{dt} F_{\dot{s}} &= -r\mathrm{e}^{-rt}\,[-P + C_h] - \dot{C}_h \mathrm{e}^{-rt} \end{aligned}$$

Por lo tanto, la condición de primer orden es:

$$\begin{aligned} [Pf'(s) - C_h f'(s) - C_s]\,\mathrm{e}^{-rt} &= -r\mathrm{e}^{-rt}\,[-P + C_h] + \dot{C}_h \mathrm{e}^{-rt} \\ Pf'(s) - C_h f'(s) - C_s &= rP - rC_h - \dot{C}_h \\ P(f'(s) - r) &= C_h(f'(s) - r) + \dot{C}_h + C_s \\ P &= C_h + \frac{\dot{C}_h}{f'(s) - r} + \frac{C_s}{f'(s) - r} \end{aligned}$$

c) Ilustre su respuesta anterior para el caso en que:

$$f(s) = a + bs - cs^2 \quad \text{y} \quad C(h,s) = \frac{h}{ds}$$

donde a, b, c y d son parámetros positivos.

Respuesta: Reemplazando en la expresión anterior, tenemos:

$$\begin{aligned} f'(s) &= b - 2cs \\ C_h &= \frac{1}{ds} \\ C_s &= -\frac{h}{ds^2} \\ \dot{C}_h &= -\frac{\dot{s}}{ds^2} \end{aligned}$$

Luego, la condición de primer orden es:

$$
\begin{aligned}
P &= \frac{1}{ds} - \frac{\frac{\dot{s}}{ds^2}}{b-2cs-r} + \frac{-\frac{h}{ds^2}}{b-2cs-r} \\
&= \frac{1}{ds} - \frac{\dot{s}}{ds^2(b-2cs-r)} - \frac{h}{ds^2(b-2cs-r)} \\
&= \frac{1}{ds} - \frac{\dot{s}+h}{ds^2(b-2cs-r)}
\end{aligned}
$$

d) Suponiendo que existe libre entrada a la pesquería, encuentre el equilibrio competitivo (en el caso general). Suponga que cada productor es pequeño por lo que ignora el efecto de sus decisiones sobre s y que todos los productores tienen los mismos costos.

Respuesta: Supongamos que el i-ésimo pesquero extrae x_i. Entonces, la extracción total será $h = \sum_i x_i$.

Ahora bien, si los costos del i-ésimo pesquero son $\phi_i(x_i)$ la extracción de cada uno es:

$$x_i = \arg\max P x_i - \phi_i(x_i)$$

Pero, recordando que $C(h,s)$ son los costos totales de la industria de extraer h, entonces:

$$C(h,s) = \sum_i \phi_i(x_i)$$

Como $\phi_i = \phi_j \ \forall \ i, \ j$ entonces:

$$\phi_i(x_i) = \frac{x_i}{h} C(h,s)$$

Por lo tanto, el problema del i-ésimo pesquero también se puede escribir como:

$$x_i = \arg\max P x_i - \frac{x_i}{h} C(h,s)$$

Luego, la condición de primer orden es:

$$P - \frac{C(h,s)}{h} = 0$$

Es decir:

$$P = \frac{C(h,s)}{h}$$

O sea, entran pescadores hasta que la utilidad es nula[1].

[1] Un alumno puede reconocer este hecho a partir de un argumento competitivo. No hay problema con eso y merece todo el puntaje.