DEPARTAMENTO DE INGENIERIA CIVIL INDUSTRIAL
FACULTAD DE CIENCIAS FISICAS Y MATEMÁTICAS
U N I V E R S I D A D D E C H I L E

IN 56B INGENIERIA DE FINANZAS

Semestre Otoño 2004

Solución EXAMEN

Problema 1

Suponga que el departamento de crédito de un banco ha determinado que los incumplimientos de estos créditos en un año pueden modelarse con un distribución de Bernoulli (es decir hay incumplimiento en un año con probabilidad P o bien no hay incumplimiento con una probabilidad 1-P)
También se ha determinado que, en promedio, una vez que se observa incumplimiento se recupera un 20% del valor del crédito (es decir del capital, depreciamos los intereses) entregado.

a) Si para un crédito automotriz de 10 millones, el valor de la pérdida esperada a fin de año es de 120 mil pesos. Estime la probabilidad de incumplimiento del crédito automotriz.

PE=P*10.000*0,8 + (1-P)*0 =120, luego P=120/8.000=1,5%

b) Si el VaR de Crédito se define en este banco como la pérdida esperada más 2,5 desviaciones estándares de la pérdida , estime el VaR de Crédito.

Desviación estándar:
Varianza= 1,25%*8,000^2 – 120^2=945.600
DesvEstandar=Raiz(945.500)=972,42

Luego VaR=120 +2,5*972,42=2.551,05

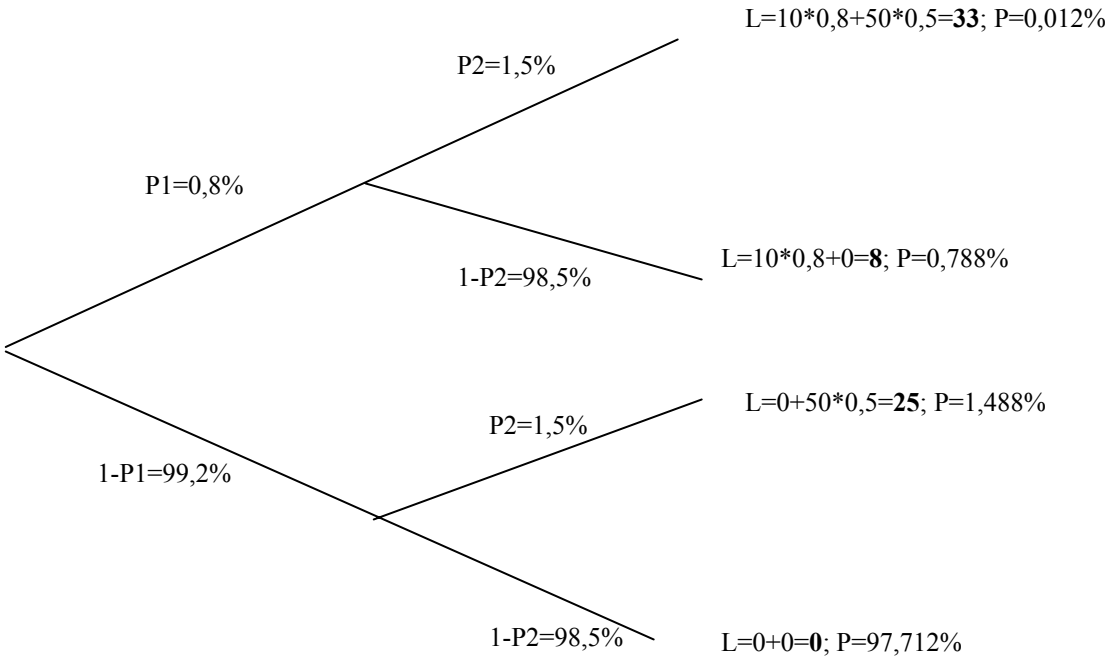
c) Si la tasa exigida por los accionistas del banco es de 10% sobre el capital, y la política de provisiones es cubrir el 100% de las pérdidas no esperadas (definidas como 2,5 desviaciones estándares de las pérdidas) con capital, estime los costos directos e indirectos que genera al banco el crédito de 10 millones de pesos. ¿Tiene alguna sugerencia sobre la tasa mínima de interés que debiera cobrar el banco por este crédito?
PNE = 2,5*972,42=2.431,05 miles de $

Luego costos directos es la pérdida esperada es decir 120 mil pesos. Por otro lado, si es necesario cubrir con capital 2millones 431 mil, el costo indirecto es el costo de oportunidad de este capital. Es decir 0,1*2.431,05 = 243,1 miles de pesos. Nota: no hay más créditos en esta cartera por lo que no es necesario responder en función de correlaciones en esta aparte.

Si lo medimos en términos porcentuales, el costo generado es de (120+243,1)/10.000=3,63%. Es decir la tasa a cobrar por este crédito debiera ser al menos el costo de los fondos más 363 puntos bases de spread por riesgo crediticio.

d) Suponga que además del crédito automotriz el banco emite un crédito hipotecario por 50 millones, con una probabilidad de incumplimiento de 0,8%, y una recuperación en caso de incumplimiento del 50%. Estime el VaR de crédito (como porcentaje del valor de la cartera) de ambos créditos. Suponga que la correlación de incumplimiento es cero.

En este caso el árbol de posibilidades de las pérdidas (L) se puede escribir:



La pérdida esperada es:
PE = 120+0,8%*0,5*50000=120+200=320 mil pesos.
La varianza de la pérdida (en miles de pesos) es:

0,012%*33000^2+0,788%*8000^2+1,488%*25000^2+-320^2=9935000-320^2=9832600
Luego desviación estándar es raiz(9832600)= 3.135,7 miles de pesos.

VaR de crédito es 320 mil +2,5*3135,7=8.159,24 miles de pesos

Luego como porcentaje de los créditos es 8159,24/(50000+10000)=13,6%

Problema 2

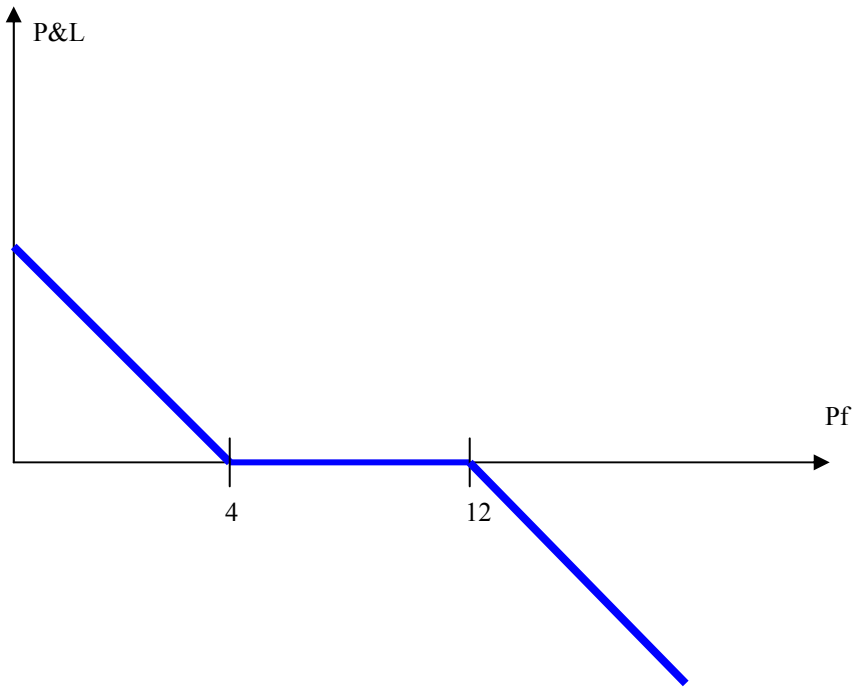
a) Suponga que S(T) representa el precio spot de un activo en T. Suponga además que existe un contrato futuro para un plazo determinado (mayor o igual a T) sobre el activo, donde F(t) representa el precio de mercado de dicho contrato en t. Explique por qué es cierto que $F(0) = \hat{E}(S(T))$, donde el valor esperado se expresa en términos de un mundo neutro al riesgo.

Varias maneras de explicarlo:
En T F(T) coincide con S(T), luego además como el precio de los futuros en un mundo neutro al riesgo crece sin tendencia, es decir su tasa de crecimiento es cero (o equivalentemente pagan un dividendo equivalente a la tasa libre de riesgo), entonces tiene que ser cierto que F(t-1)=E(F(t)) en un mundo neutro al riesgo, pero a su vez F(t-2)=E(F(t)), luego para t=T y haciendo la recursión hasta t=0, llegamos al resultado anterior.

b) Suponga que usted es un exportador de frambuesas y le ofrecen el siguiente negocio financiero: si el precio de la bandeja de frambuesas en el momento de la liquidación (seis meses más) cae por debajo de 4 dólares, entonces la institución financiera le asegura el pago de 4 dólares; sin embargo, si el precio para esa fecha está por sobre 12 dólares usted sólo recibe 12 dólares como máximo. Se pide que explique cuidadosamente qué tipo de opción(es) está comprando o vendiendo, y dibuje el perfil de ganancias y/o pérdidas en 6 meses más. ¿Es posible que este negocio valga 0 (es decir no exista intercambio de flujo de caja en el momento de firmar el contrato)? Explique.

Notar que estamos usando dos opciones: por un lado al asegurarme un precio mínimo, estoy comprando el derecho a vender frambuesas a un precio de $4: es decir una put con strike de 4. Por otro lado, estoy adquiriendo el compromiso de pagar una compensación si el precio es mayor que 12. Es decir estoy vendiendo el derecho a comprar frambuesas a un precio de 12: una call con strike de 12.
Cartera vale entonces al vencimiento: max(4-Pf;0) - max(Pf-12;0)
Veamos: si el precio de las frambuesas es bajo, menor a 4, entonces la put vale 4-Pf, y la call vale 0. Si el precio está entre 4 y 12, la put vale cero, y la call vale cero. Si el precio es mayor que 12, la put vale cero, y la call vale –(Pf-12), que es la compensación que el productor tiene que pagar.

Gráficamente:



c) Suponga que usted quiere valorizar una opción call sobre el tipo de cambio, con un strike de 650 pesos en 1 año más. Sabiendo que Black and Scholes (B-S) es

$$C(S,t) = SN(d_1) - Ke^{-r(T-t)}N(d_2)$$

$$d_1 = \frac{\ln(S/K) + (r + \sigma^2/2)(T-t)}{\sigma\sqrt{(T-t)}}$$

$$d_2 = \frac{\ln(S/K) + (r - \sigma^2/2)(T-t)}{\sigma\sqrt{(T-t)}} = d_1 - \sigma\sqrt{T-t}$$

para un activo que sigue el proceso $dS=\mu Sdt+\sigma Sdz$.
Explique qué cambios debiera realizar a B-S para valorizar la opción call anterior y por qué. Explique qué alternativa de valorización existe y detalle cómo lo haría.

Reemplazar, como en el caso de la acción que paga tasa de dividendo q, r por r-q, ya que en un mundo neutro al riesgo el retorno de tener el activo debe ser la tasa libre de riesgo. Para que ello ocurra debe entonces el <u>precio</u> debe rendir la tasa libre de riesgo menos los dividendos que paga. En el caso de tener dólares éstos rinden la tasa libre de riesgo en dólares, por lo que es equivalente a un dividendo. Black and Scholes debe entonces modificarse reemplazando <u>solamente</u> en d1 y d2 r por (r-rusd) donde rusd representa la tasa libre de riesgo en dólares compuesta continuamente.

Alternativamente, es posible generar un árbol Binomial, teniendo cuidado de que S crece u=exp(sigma*raiz(dt) + (r-rusd)*dt) y de allí deducir q y d. En el caso de una simulación de montecarlo es necesario simular un proceso estocástico neutro al riesgo dS=(r-rusd)*S*dt+σ∗S*dzgorro y luego tomar el valor presente del valor esperado de los posibles valores de la opción simulados en 6 meses más.

d) Suponga que usted quiere estimar el VaR (de riesgo de mercado) de una cartera de renta variable que contiene opciones call europeas sobre acciones. Ud. recibe la sugerencia para calcular el VaR de la opción como el valor de la opción por el delta de la opción por la volatilidad de la acción subyacente. Sin embargo, observa que la mayoría de los "delta" son muy cercanos a cero. Si las opciones están cercana a su punto de expiración, explique si esta sugerencia es apropiada. Cómo cambiaría su respuesta si el punto de expiración se alarga en un año plazo.

Efectivamente, la alternativa es adecuada si la opción vale poco, su delta vale poco, por lo que el riesgo es bajo. Sin embargo esto ya no es cierto si el plazo residual es largo ya que existe la posibilidad que los precios se recuperen y las opciones efectivamente aporten un VaR importante al ganar (y luego poder perder esa ganancia). Notar que nunca vamos a perder dado que siempre nos compensan a nosotros (ya hicimos la inversión). Sin embargo podemos dejar de ganar. En ese caso el cambio en el valor podría ser drástico y debiéramos incorporar por ejemplo el Gamma de la opción para ver cómo cambia de velocidad el delta. Luego esta aproximación puede no ser buena para opciones que tienen un valor positivo y donde existe espacio para que los delta cambien rápidamente.

Problema 3

Su ponga que Ud quiere valorizar una opción put americana que vence en 5 meses más, sobre acciones de Citibank que no pagan dividendos. El precio de la acción hoy es de $30, y el strike de la put es $32. Suponga que el precio de la acción S sigue un proceso estocástico $dS=\mu Sdt+\sigma Sdz$, donde μ= 15% anual, y σ = 45% anual. La tasa libre de riesgo es 5% anual, y la tasa esperada del retorno de la cartera de mercado es 12% anual.

a) Encuentre u, d y q sabiendo que S(0) = VP[E(S(1))] , u=1/d , y donde el valor esperado es con respecto a la probabilidad q. Suponga que hay dos posibles valores que puede tomar S(1): S*u y S*d.

Como S(0)=(1/R)*[q*S(0)*u+(1-q)*S(0)*d], entonces q=(R-d)/(u-d) con u=exp(sigma*dt) y d=1/u.

Luego si dt=1mes,
sigma=45%/raiz(12)=12,99%
u=1,1387
d=0,8782
rfmensual=5%/12=0,417%
R=1,00417
Es decir q=0,484

b) Construya el árbol binomial para el precio de la acción por 5 períodos.

	0	1	2	3	4	5
Arbol Accion	30.000	34.162	38.900	44.297	50.441	57.439
		26.345	30.000	34.162	38.900	44.297
			23.136	26.345	30.000	34.162
				20.318	23.136	26.345
					17.842	20.318
						15.669

c) Construya el árbol binomial para la put y encuentre su valor hoy.

Arbol PUT	**6.39**	**2.32**	**0.77**	**0.00**	**0.00**	**0.00**
		6.39	**3.78**	**1.50**	**0.00**	**0.00**
			8.88	**5.96**	**2.91**	**0.00**
				11.68	**8.86**	**5.65**
					14.16	**11.68**
						16.33

En destacado están los nodos donde conviene ejercer la put. El valor de la put hoy es entonces $6,39.

d) Suponga ahora que se sabe que la acción va a pagar en el mes cuatro un dividendo de $2 por acción. Puede explicar claramente cómo cambiaría el valor de la put hoy. No es necesario que calcule: una <u>buena</u> explicación es suficiente.

La put depende del precio de la acción, y si paga dividendo en el mes 4 entonces su precio caerá con el pago de dividendos en el mes 4 en $2. Será necesario entonces al calcular el precio de la put usar el nuevo árbol de precios de la acción:

	0	1	2	3	4	5
Arbol Accion	30.000	34.162	38.900	44.297	48.441	55.161
		26.345	30.000	34.162	36.900	42.019
			23.136	26.345	28.000	31.884
				20.318	21.136	24.068
					15.842	18.040
						13.913

Por lo que se repite el procedimiento anterior. El resultado a que se llega es:

Nuevo Arbol PUT	**7.89**	**3.10**	**1.12**	**0.03**	**0.00**	**0.00**
		7.89	**4.97**	**2.16**	**0.06**	**0.00**
			10.68	**7.65**	**4.14**	**0.12**
				13.61	**11.00**	**7.93**
					16.16	**13.96**
						18.09

es decir el precio sube a 7,89.