U N I V E R S I D A D D E C H I L E
Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas
Departamento de Ingeniería Industrial
IN56A 01
Prof: V. Fernández Aux: R. Messen

Auxiliar Nº 4

1) Considere un portafolio compuesto por dos opciones sobre la misma acción:

- Posición larga (compradora) en una *call* europea
- Posición corta (vendedora) en una *put* europea

ambas con la misma fecha de expiración, T, y el mismo precio de ejercicio, K.

a) ¿Cuál es el valor de este portafolio en T, como función del precio de la acción en T?
b) ¿Qué otro derivado tiene el mismo valor?

2) Suponga que el precio de la acción Microsoft puede aumentar en 22.14% o caer en 18.12% por periodo. La tasa de interés anualizada, compuesta continuamente, es 4%. Microsoft se transa en $50 actualmente. No se repartirán dividendos en los próximos nueve meses.

a. Encuentre u, d, r y p para un árbol binomial de tres períodos.
b. Utilice el modelo binomial de tres períodos para encontrar el precio de una *put* europea a nueve meses, con un precio de ejercicio de $60.

3) La acción de IBM se vende actualmente en $200. Una *call* americana a un año tiene un precio de ejercicio de $50 y se transa en $75. ¿Cómo podría sacar usted ventaja de esta oportunidad? ¿Qué sucedería si la *call* fuera europea? Explique.

4) Demuestre que si una *call* está escrita sobre una acción que no paga dividendos, entonces nunca será óptimo ejercerla antes de la fecha de expiración.

Respuestas

1) a) Valor portafolio en T, V(T)= max[0, S(T)−K]–max[0, K−S(T)]=S(T)−K.

b) V(T) es también el valor de un *forward* (posición larga) con un precio de ejercicio de K.

2) a) Para valorizar una opción a 9 meses con un árbol binomial de tres períodos, tomamos períodos de tres meses cada uno. Tenemos:

u = 1 + 0.2214 = 1.2214, d = 1 – 0.1812 = 0.8188

r*= exp(r*3/12) = 1.01005 (tasa compuesta continuamente)

p = (r*−d)/(u−d) = 0.475 (p es la probabilidad de un alza en el precio de la acción en un mundo neutral al riesgo).

b)

t=0	t=1	t=2	t=3	Valor *put* en maduración
			91.11	0
		74.59		
	61.07		61.07	0
50		50		
	40.94		40.94	19.06
		33.52		
			27.44	32.56

Por lo tanto, el valor de la put en t = 0 es $\frac{(1-p)^3 32.56 + 3p(1-p)^2 19.06}{r*^3}$ =11.83.

3) Usted compraría la *call* americana por $75, la ejercería inmediatamente para comprar una acción de IBM en $50, y luego vendería la acción en $200. La ganancia neta es [$200 – ($75 + $50)] = $75.

Si la *call* fuera europea, usted compraría la *call*, depositaría en el banco el valor presente del precio de ejercicio, y tomaría una posición corta (préstamo) en una acción. Esto produce un flujo de [$200–$75–$50/(1+r)], el cual es positivo. Al momento del vencimiento del contrato, la estrategia a seguir dependerá de si S(T) es mayor o menor que el precio de ejercicio. Si S(T)>50, usted ejerce la *call*, retira el dinero del banco y devuelve la acción. Si S(T)<50, no ejerce la *call*, retira el dinero del banco y devuelve la acción. El flujo de caja es cero si S(T)>50 (=S(T)–50+50−S(T)) o mayor que cero si S(T)<50 (=50−S(T)).

4) Si fuera óptimo ejercerla en t, entonces C(t) = S(t)–K. Si esto fuese cierto, podríamos asegurarnos una ganancia por arbitraje, comprando una *call*, tomando una posición corta en una acción y prestando el valor presente del precio de ejercicio:

	t (hoy)	Valor al momento de la expiración (T)	
		S(T)<= K	S(T)> K
Comprar 1 *call*	–C(t)	0	S(T)–K
Venta corta de 1 acción	S(t)	–S(T)	–S(T)
Prestar VP(K)	$-Ke^{-r(T-t)}$	K	K
Total	$S(t)-C(t)-Ke^{-r(T-t)} > 0$	K – S(T) > = 0	0

Si C(t)=S(t)–K, entonces obtendríamos una ganancia libre de riesgo de $\$(K-Ke^{-r(T-t)})>0$ en t. Entonces la hipótesis inicial debe ser falsa. Es decir, C(t) debe ser mayor a S(t)–K, ∀t. Por lo tanto, nunca es óptimo ejercer una *call* escrita sobre una acción que no paga dividendos, antes de la fecha de expiración.