U N I V E R S I D A D   D E   C H I L E
Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas
Departamento de Ingeniería Civil Industrial
IN56A 01
Prof: V. Fernández

VALORIZACION DE DERIVADOS

Opciones, *Forwards* y Futuros: Una Vista Panorámica

I Introducción

- Un derivado es un instrumento financiero cuyo valor está enteramente basado en el precio de uno o más activos subyacentes.

- En muchos casos, el activo subyacente es también un instrumento financiero (por ejemplo, una acción o un bono).

- En los últimos años, el estudio de los derivados se ha convertido en un tema de gran interés en el campo de las finanzas. Tal interés académico se ha visto motivado tanto por los grandes volúmenes de contratos futuros y opciones transados en los principales mercados financieros mundiales, como por todas aquellas transacciones en contratos *forward*, *swaps* y opciones exóticas que tienen lugar fuera de las bolsas (mercados *over-the-counter*).

II Tipos de Derivados

a) Contratos *Forward*

- Un *forward* es un acuerdo entre dos partes para comprar (vender) un bien a un precio preespecificado en una fecha determinada. Aquella parte que acuerda comprar el bien en el futuro tiene una posición "larga". En tanto que aquella parte que acuerda vender el bien en el futuro tiene una posición "corta".

  Un contrato *forward* tiene las siguientes especificaciones:

  - Cantidad y calidad del bien a ser entregado
  - Precio de entrega (K)
  - Fecha de entrega (T)
  - Lugar de entrega

- Un contrato *forward*, además, se caracteriza por el hecho de que el número neto de contratos pendientes es siempre cero. Esto es, el número de posiciones largas iguala el número de posiciones cortas. Los *forward* son, además, un juego de suma-cero: las ganancias del ganador son iguales a las pérdidas del perdedor.

Ejemplo: Uso de un contrato *forward* para cobertura de riesgo

Un importador americano espera realizar compras por un millón de marcos alemanes en Alemania en seis meses más. Su compañía desea protegerse del riesgo asociado a las fluctuaciones en el tipo de cambio US$/DM. Los precios corrientes de los contratos *forward* para marcos alemanes (DM) son los siguientes:

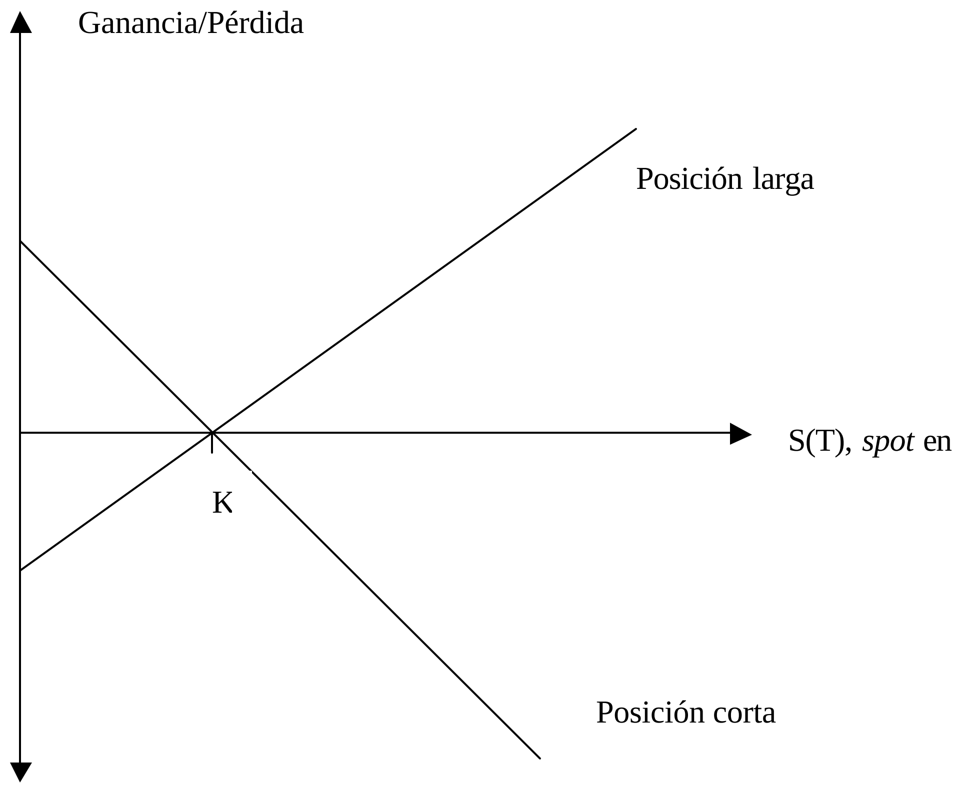
Fecha	*Spot*	30 días	90 días	180 días
Precio *forward* (US$/DM)	0,659	0,661	0,664	0,668

Para protegerse del riesgo cambiario, este importador entra en un contrato *forward* para comprar 1 millón de DM a un precio de 0,668 US$/DM en 180 días más.

Si S(T) representa el *spot* en el momento del vencimiento del contrato, la ganancia o pérdida por unidad que experimenta el importador está dada por S(T)−K. Esto es, la diferencia entre el tipo de cambio vigente en el mercado al momento del vencimiento del contrato y el precio de ejercicio.

Gráficamente,

Figura 1 Ganancia/Pérdida Asociada a un Contrato *Forward*



b) <u>Futuros</u>

- Al igual que los *forward*, los futuros son acuerdos entre dos partes para comprar (vender) un bien a un precio preespecificado.

- Sin embargo, mientras que los *forward* son generalmente acuerdos privados entre dos instituciones o una institución y un banco, los futuros son acuerdos regulados y transados en la bolsa.

- Ejemplos de centros financieros donde se transa un gran volumen de futuros son el "*Chicago Board Exchange*" (CBOT), "*Chicago Mercantile Exchange*" (CME), "*New York Merchantile Exchange*" (NYMEX) y "*London International Financial Futures Exchange*" (LIFFE).

  - Los contratos estandarizados especifican:

    - Cantidad y calidad del bien a ser entregado
    - Fecha de entrega
    - Lugar de entrega
    - Precio de entrega
    - Límites en el movimiento del precio

  - Tanto la posición compradora como la vendedora operan a través de intermediarios financieros, tales como agentes de la bolsa.

Ejemplo: Uso de los futuros para protegerse del riesgo de fluctuaciones cambiarias

- Volvamos a nuestro ejemplo del importador americano. Supongamos que este entra en una posición larga en futuros en marcos alemanes para junio, los cuales se transan en el "*International Money Market*" (IMM)—subsidiario del CME—. Cada contrato es un acuerdo para comprar 125.000 DMs. Por lo tanto, el importador necesita tomar una posición larga en 8 de ellos (esto es, se compromete a comprar 1 millón de DMs). Supongamos que los precios de los futuros en DMs están dados por:

Fecha	*Spot*	30 días	90 días	180 días (junio)
Precio futuro (US$/DM)	0,659	0,661	0,664	0,668

Márgenes y Liquidación Diaria (*marking-to-market*)

A fin de entrar en los futuros, la firma tiene que colocar un margen inicial de aproximadamente:

- 8 contratos x US$1.000/contrato = US$8.000 (monto fijado por el corredor de la bolsa).

- El margen de manutención es usualmente un 75% del margen inicial, el cual asciende a US$6.000 en este caso.

- El día cero, la firma entra en el contrato en DMs para junio al precio de US$0,668/DM. El día 1, el futuro en DM para junio fluctúa a 0,6694 US$/DM. Con lo cual, al final del día, la cuenta del importador aumenta en (0,6694-0,668)(US$/DM) x 1.000.000= US$1.400.

- La firma tiene ahora una posición larga en ocho contratos con precio de ejercicio de 0,6694 US$/DM. El saldo en la cuenta de margen es ahora US$9.400, el cual es mayor que el margen inicial. Por lo tanto, el importador está autorizado a retirar los US$1.400, si lo desea. Un escenario para los próximos días es el siguiente:

Fecha	Precio futuro para junio	Ganancia (pérdida) diaria	Ganancia (pérdida) acumulada	Aviso de margen	Poner/sacar de la cuenta de margen	Saldo en la cuenta de margen
Día 0	0,668 US$/DM	---			U$8.000	U$8.000
Día 1	0,6694 US$/DM	US$1.400	US$1.400			9.400
Día 2	0,665 US$/DM	-4.400	-3.000	3.000	3.000	8.000
Día 3	0,664 US$/DM	-1.000	-4.000		---	7.000

- Cuando el margen cae por debajo del de manutención, US$6.000, (día 2), el importador recibe un “aviso de margen” (*margin call*). En dicho caso, debe depositar en su cuenta la diferencia entre el margen inicial (US$8.000) y el margen prevaleciente en su cuenta.

- Este proceso continúa hasta que el importador cierra su posición larga al vender ocho contratos en marcos, o bien al comprar 1 millón de marcos en la fecha de maduración del contrato al precio de ejercicio prevaleciente en ese momento (el cual coincidirá con el *spot*). Esto nos muestra que **un futuro es finiquitado y reescrito a un nuevo precio cada día**.

c) Opciones

Existen opciones tanto de compra como de venta:

- Una opción de compra o “*call*” da el derecho (pero no la obligación) a comprar un activo a un precio preespecificado (precio de ejercicio o “*strike*”) en la fecha de expiración o antes. Una opción de venta o “*put*” da el derecho (pero no la obligación) a vender un activo a un precio preespecificado (precio de ejercicio o “*strike*”).

- La opción será ejercida sólo si proporciona un flujo de caja neto positivo a su poseedor.

- Existen dos grandes grupos de opciones: las americanas y las europeas. Una opción europea puede ser ejercida sólo en su fecha de vencimiento. Por contraste, una opción americana puede ser ejercida en cualquier momento antes de su expiración.

- Todas las opciones sobre acciones que se transan en los principales mercados financieros mundiales son americanas. Por su parte, todas las opciones en índices accionarios son europeas, a excepción del S&P 100.

- Ejemplos de centros financieros donde se transan opciones son el CBOE, “*Philadelphia Exchange*” (PHLX), “*American Stock Exchange*” (AMEX), “*Pacific Stock Exchange*” (PSE) y el “*New York Stock Exchange*” (NYSE) de Estados Unidos.

- Sea S el precio del activo subyacente sobre el cual la opción fue escrita y K el precio de ejercicio de ella. Se dice que una *call* está *"in-the-money"*—valdría algo en caso de ser ejercida—si S>K. Por contraste, se dice que una *put* está *"in-the-money"* si K>S. La siguiente tabla resume todos los casos posibles de S con respecto a K:

	S<K	S=K	S>K
Call	*Out-of-the-money*	*At-the-money*	*In-the.money*
Put	*In-the-money*	*At-the-money*	*Out-of-the-money*

- Cuando una opción está *"out-of-money"*, su dueño no la ejercerá puesto que perdería dinero. Cuando S=K, el poseedor de la opción está indiferente entre ejercerla o no.

❖ Si una *call* es mantenida hasta su fecha de maduración (T), su valor está dado por:

$$C(T)=\max(0, S(T)-K).$$

❖ Si una *put* es mantenida hasta su fecha de maduración (T), su valor está dado por:

$$P(T)=\max(0, K-S(T))$$

Los diagramas de ganancias muestran el valor de la opción en la fecha de maduración como función del precio del activo subyacente (esto es, una acción):

Figura 2 Ganancia Bruta de una *Call* y *Put* al Vencimiento (Posición Larga)

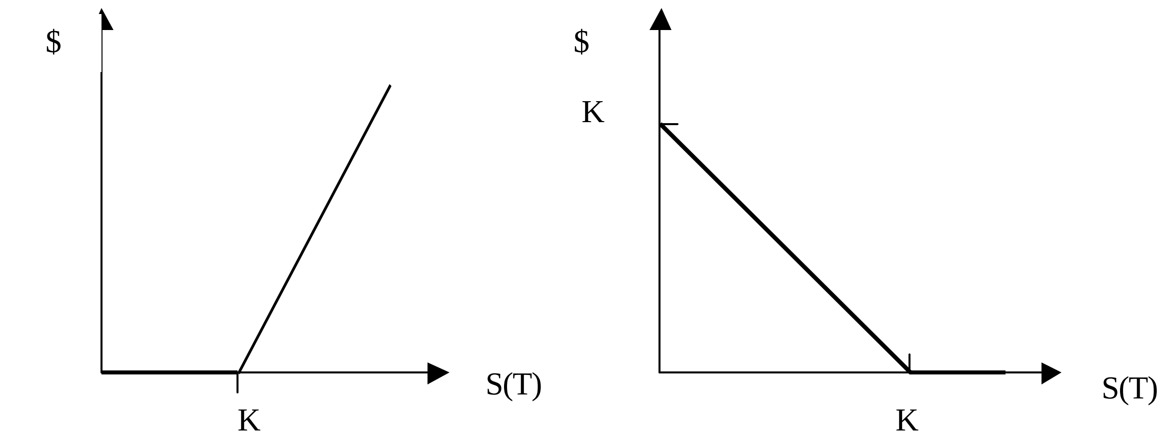
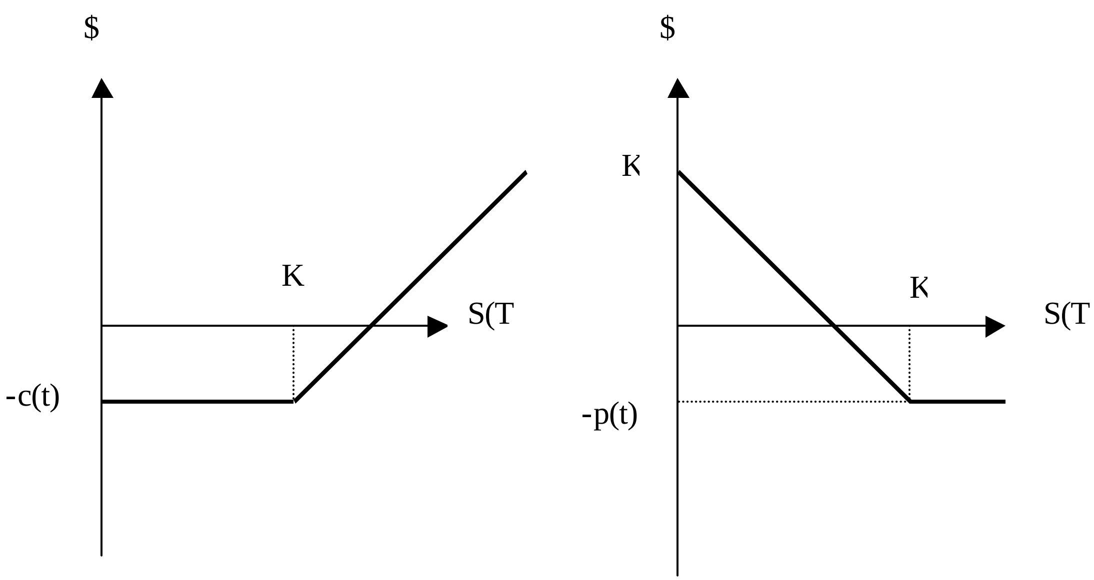


Figura 3 Ganancia Neta de una *Call* y *Put* al Vencimiento (Posición Larga)



- No sólo existen opciones sobre acciones. Existen también opciones sobre índices accionarios—esto es, S&P 100, S&P 500—, opciones sobre moneda extranjera—por ejemplo, libra inglesa, yenes—, opciones sobre contratos futuros –futuros en bonos del Tesoro Americano, futuros en *commodities*, tasas de interés.

- También se pueden encontrar opciones "*over-the-counter*", las cuales no se transan en los mercados financieros sino que son acuerdos entre instituciones financieras y/o corporaciones. Ejemplos de este tipo de opciones son: "bermudiana"—la opción es sólo ejercible en fechas preespecificadas durante su vida útil—, "asiática"—el pago de la opción es definido en términos del valor promedio del activo subyacente observado hasta la fecha de vencimiento—, y "*as-you-like-it*"—después de un período preespecificado, el dueño de la opción puede escoger que la opción sea una *call* o una *put*.

- Otros ejemplos de derivados son: LEAPS (*longer-dated stock options*)—opciones sobre acciones que expiran hasta dos años en el futuro, *swaps*¾acuerdo entre dos partes para intercambiar flujos de caja en el futuro bajo una fórmula preestablecida, *swaptions*—opciones sobre *swaps*—, techos (*caps*) y pisos (*floors*) en tasa de interés —límites superior e inferior puesto a la tasa de interés en un préstamo—, y collares (*collars*)—una combinación de un techo y un piso en tasa de interés.

III Futuros y *Forwards*

3.1 Principio de No-Arbitraje

- En equilibrio, el precio a ser pagado en el futuro debe ser igual al valor futuro del precio corriente. Esto es,

$$F(t, T) = S(t)e^{r(T-t)}, \qquad (1)$$

S(t): precio de la acción,

T: fecha de expiración del contrato,

r: tasa de interés anualizada compuesta continuamente.

- Si el activo subyacente paga un dividendo de un monto de $D en una fecha t_1, donde $t_1<T$, la fórmula anterior se transforma en:

$$F(t, T) = [S(t)-VP(D(t_1))]\, e^{r(T-t)}, \qquad (2)$$

donde $VP(D(t_1)) \equiv D \times \exp\{-r(t_1-t)\}$ representa el valor presente del dividendo a ser pagado en t_1.

- En algunos casos, el dividendo es proporcional al precio del activo subyacente y es pagado continuamente (por ejemplo, futuros en índices accionarios). En dicho caso la fórmula (2) se transforma en:

$$F(t, T)=[e^{-q(T-t)}S(t)]e^{r(T-t)}$$

$$=S(t)e^{(r-q)(T-t)} \qquad (3)$$

3.2.1 Algunos Casos Especiales de Futuros

a) <u>Futuros en Moneda Extranjera</u>

- Valorizar un futuro en moneda extranjera es similar a valorizar un futuro que paga un dividendo proporcional y continuo. Una unidad de moneda extranjera puede considerarse como una acción cuya tasa de dividendo continuo es igual a la tasa de interés extranjera.

- Por ejemplo, supongamos que el tipo de cambio dólar/marco es US$0,67 por marco (DM). Las tasas de interés americana y alemana (anualizadas, compuestas continuamente) son r_{US}=4% y r_{DM}=6%. ¿Cuál es el precio de un futuro en marcos alemanes para un contrato a seis meses?

$$F(t, T) = [S(t)e^{-r_{DM}(T-t)}]\, e^{r_{US}(T-t)} \qquad (4)$$

$$=S(t)e^{(r_{US}-r_{DM})(T-t)}=0,67 \text{ x } e^{-0,02x0,5}=US\$0,663/DM.$$

El activo subyacente de un futuro dólar-marco a seis meses no es 1 marco sino $e^{-r_{DM}(T-t)}$ hoy día. La tasa de interés en marcos es tratada como una tasa de dividendo continuo.

b) Futuros en Bonos

- Un futuro en un bono se puede considerar como un contrato futuro en una acción que no paga dividendos.

Por ejemplo, supongamos un contrato futuro a 4 meses (diciembre) escrito sobre un bono del gobierno que vence tres meses después del vencimiento del contrato futuro (marzo). El bono, sin cupones, paga $100 en el momento del vencimiento. La tasa de interés libre de riesgo anualizada, compuesta continuamente a 4 meses (agosto-diciembre) es de 4% y la tasa libre de riesgo anualizada, compuesta continuamente a 7 meses (agosto-marzo) es 5%. ¿Cuál es el precio del futuro hoy día?

$$F(t, T) = S(t)\, e^{\,r_{t,T}(T-t)} = [100 \text{ x } e^{-0,05x7/12}]e^{0,04x4/12} = \$98,42.$$

c) Futuros en Indices Accionarios

- El caso de un futuro en un índice accionario es análogo a aquel de un futuro en un activo que paga continuamente un dividendo proporcional a su precio.

Considere, por ejemplo, un contrato futuro a 6 meses en el S&P (*Standard and Poor*) 500. Suponiendo que la tasa de dividendo, q, es 3 por ciento por año (anualizada, compuesta continuamente), el índice está actualmente en 600 y la tasa libre de riesgo es de 4 por ciento (anualizada, compuesta continuamente), ¿cuál es el precio corriente de un contrato futuro?

El activo subyacente es $e^{-q(T-t)}$ índices. ¿Por qué? Si compramos $e^{-q\,(T-t)}$ índices hoy día, t, tendremos $e^{-q(T-t)}$ x $e^{q(T-t)}$ =1 índice en el momento de expiración del contrato, T. El costo de $e^{-q(T-t)}$ índices hoy día es \$ $S(t)\, e^{-q\,(T-t)}$.

Para nuestro ejemplo en concreto, el precio del futuro en el índice hoy día es:

$$F(t, T) = [S(t)\, e^{-q\,(T-t)}]\, e^{\,r\,(T-t)}$$

$$= S(t)\, e^{\,(r-q)(T-t)}$$

$$= \$603$$

- Relación entre los Precios de Futuros y *Forward*s:

  - Si las tasas de interés son determinísticas, los precios de un contrato futuro y de un contrato *forward* escritos bajo las mismas condiciones son iguales.

  - Si la tasa de interés es determinística pero varía a través del tiempo, lo anterior sigue siendo válido.

  - La existencia de costos de manutención o dividendos no afecta los resultados anteriores.

4 Restricciones Básicas de No Arbitraje para el Precio de Opciones

- El obtener una fórmula exacta para el precio de una opción es más complejo que para el caso de los contratos *forward* y futuros. En efecto, para ello necesitamos hacer supuestos sobre el comportamiento dinámico del precio del activo subyacente.

4.1 Relación entre el Precio de una Opción y sus Fundamentos

- Antes de derivar las restricciones de no arbitraje, es útil ver la relación que existe entre los precios de opciones europeas y americanas y sus fundamentos:

Variable	*Call* europea	*Put* europea	*Call* americana	*Put* americana
Precio de la acción	↑	↓	↑	↓
Precio de ejercicio	↓	↑	↓	↑
Fecha expiración	?	?	↑	↑
Volatilidad	↑	↑	↑	↑
Tasa libre de riesgo	↑	↓	↑	↓
Dividendos	↓	↑	↓	↑

4.2 Restricciones Básicas de Arbitraje

- Fecha corriente — t
- Fecha vencimiento opción — T
- Precio corriente activo subyacente — S(t)
- Precio corriente de un bono con valor cara de $1 que vence en T — $B(t, T)=e^{-r(T-t)}$
- Precio de ejercicio opción — K
- Precio de una *call* europea — c(S, K, t, T)
- Precio de una *call* americana — C(S, K, t, T)
- Precio de una *put* europea — p(S, K, t, T)
- Precio de una *put* americana — P(S, K, t, T)

❖ Las siguientes restricciones deben satisfacerse, independientemente de si la acción paga dividendos o no:

a) Una *call* **nunca** puede valer más que la acción y una *put* **nunca** puede valer más que el precio de ejercicio. Esto es,

$C(S, K, t, T) \leq S(t) \qquad c(S, K, t, T) \leq S(t), \qquad (5)$

$P(S, K, t, T) \leq K \qquad p(S, K, t, T) \leq K. \qquad (6)$

- Intuitivamente, si C(.)>S(t), podemos emitir la *call* y comprar la acción realizando una ganancia libre de riesgo. Por otra parte, si P(S,K, t, T)>K, vendemos la *put* y prestamos $K realizando una ganancia libre de riesgo.

b) El precio de una *put* europea no puede exceder el valor presente del precio de ejercicio:

$$p(S, K, t, T) \leq K\, e^{-r(T-t)} < K \qquad (7)$$

- Intuitivamente, esta condición debe cumplirse porque en T el precio de una *put* europea no puede exceder K.

c) Las opciones no pueden tener un valor negativo:

$C(S, K, t, T)\geq 0$ $\qquad$ $c(S, K, t, T)\geq 0$ $\qquad$ (8)

$P(S, K, t, T)\geq 0$ $\qquad$ $p(S, K, t, T)\geq 0$, $\qquad$ (9)

d) Las opciones americanas valen tanto o más que las opciones europeas:

$C(S, K, t, T) \geq c(S, K, t, T)$, $\qquad$ (10)

$P(S, K, t, T) \geq p(S, K, t, T)$. $\qquad$ (11)

La razón es que existen mayores oportunidades de ejercicio para las opciones americanas.

e) Para $T_2>T_1$, las opciones americanas satisfacen:

$C(S, K, t, T_2) \geq C(S, K, t, T_1)$, $\qquad$ (12)

$P(S, K, t, T_2) \geq P(S, K, t, T_1)$. $\qquad$ (13)

f) El precio de una opción americana es mayor o igual a su valor de ejercicio (esto es, lo que obtendríamos si ejerciéramos hoy la opción):

$$C(S, K, t, T) \geq \max(S(t)-K, 0), \tag{14}$$

$$P(S, K, t, T) \geq \max(K-S(t), 0). \tag{15}$$

Si, por ejemplo, fuera el caso que $C<S(t)-K$, compraríamos la opción y la ejerceríamos inmediatamente para capturar su valor intrínseco, $S(t)-K$.

4.3 Restricciones de Arbitraje Adicionales para Opciones en Acciones que no Pagan Dividendos

a) Para **opciones europeas** en acciones que no pagan dividendos tenemos la llamada **paridad *put-call***:

$$\boxed{S(t) = c(S, K, t, T) - p(S, K, t, T) + KB(T, t)} \tag{16}$$

Intuitivamente, un portafolio de bonos y opciones que vale lo mismo que la acción en T, debe costar lo mismo que ésta en t. Sabemos que en T, $c-p+K=\max(S(T)-K, 0)-\max(K-S(T), 0)+K=S(T)$. De lo anterior, deducimos que podemos formar una posición sintética en una acción adquiriendo una posición larga en una *call*, una posición corta en una *put* más un depósito de \$KB(T, t).

En el caso de **opciones americanas**, tenemos la siguiente paridad *put-call*:

$$\boxed{S(t)-K \leq C(S, K, t, T)-P(S, K, t, T) \leq S(t)-KB(t, T)} \qquad (17)$$

- En caso de que la acción pague un dividendo conocido (o una tasa de dividendo conocido), la paridad *put-call* para opciones europeas sobre una acción se transforma en:

$$\boxed{S(t)=c(S, K, t, T) - p(S, K, t, T)+KB(T, t)+VP(D)}. \qquad (18)$$

Si la acción paga una tasa de dividendo conocido, q, la paridad *put-call* para opciones europeas es:

$$\boxed{S(t)e^{-q(T-t)}= c(S, K, t, T)- p(S, K, t, T)+KB(T, t)} \qquad (19)$$

- Por último, en el caso de **opciones americanas** sobre una acción que paga dividendos tenemos la siguiente **paridad *put-call***:

$$\boxed{S(t)-VP(D)-K\leq C(S, K, t, T)-P(S, K, t, T) \leq S(t)-KB(t, T)} \qquad (20)$$

V El Modelo Binomial de Valoración de Opciones y la Fórmula de Black-Scholes

5.1 <u>El Modelo de un Período</u>. Sea:

u=1+tasa de retorno si el precio de la acción sube
d=1+tasa de retorno si el precio de la acción baja
r*=1+tasa de interés para prestar y pedir prestado,

tal que $d<r^*<u$.

El movimiento del precio de la acción está dado por:

$$\begin{tikzcd} & uS=S_u \\ S \arrow[ur, dash] \arrow[dr, dash] & \\ & dS=S_d \end{tikzcd}$$

y el precio de la opción en la fecha de vencimiento está dado por:

$$\begin{tikzcd} & C_u=\mathrm{Max}(0,\ uS-K) \\ C \arrow[ur, dash] \arrow[dr, dash] & \\ & C_d=\mathrm{Max}(0,\ dS-K) \end{tikzcd}$$

- A fin de calcular el precio de la opción hoy día, recurrimos a las **probabilidades libres de riesgo**:

$$p \equiv \frac{r^* - d}{u - d},\ (1 - p) \equiv \frac{u - r^*}{u - d}. \qquad (21)$$

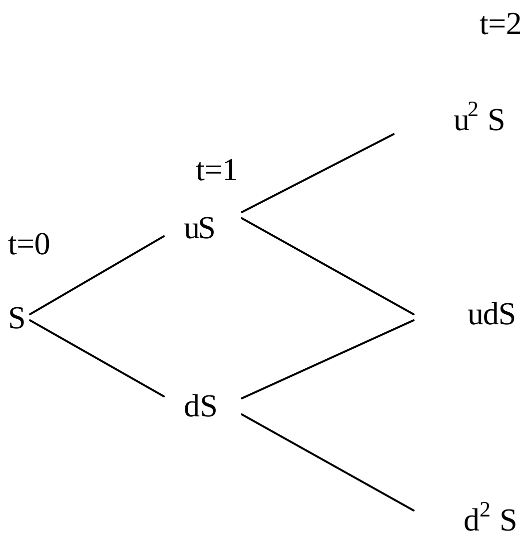
Dado que d<r*<u, entonces 0≤p≤1.

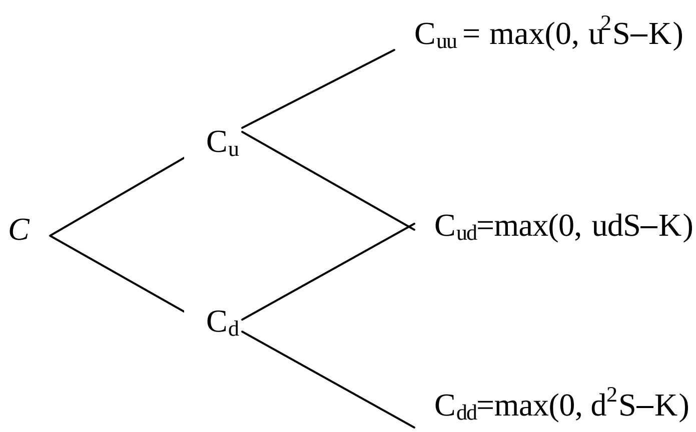
$$\boxed{C = \frac{pC_u + (1 - p)C_d}{r^*}}. \qquad (22)$$

Puesto que las probabilidades son libres de riesgo, descontamos los flujos futuros a la **tasa libre de riesgo**.

5.2 El Modelo de Dos Períodos

A fin de resolver un árbol binomial de varios períodos, necesitamos resolver el modelo binomial de un período repetidamente.





Si hacemos uso de la fórmula para un período, obtenemos:

$$C_u=\frac{pC_{uu}+(1-p)C_{ud}}{r*}, \tag{23}$$

$$C_d=\frac{pC_{ud}+(1-p)C_{dd}}{r*}. \tag{24}$$

Una vez obtenidos C_u y C_d, nos encontramos nuevamente en el caso de un período. Por lo tanto,

$$C=\frac{pC_u+(1-p)C_d}{r*}$$

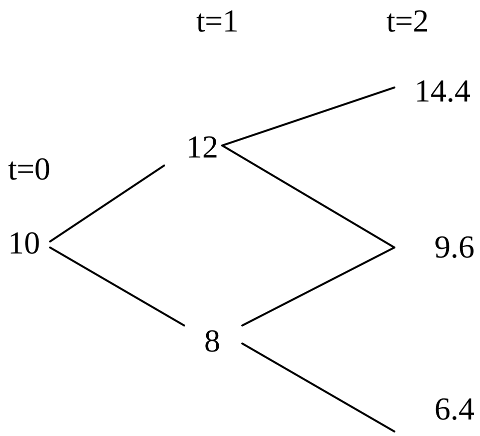
donde C_u y C_d están dadas por (23) y (24), respectivamente.

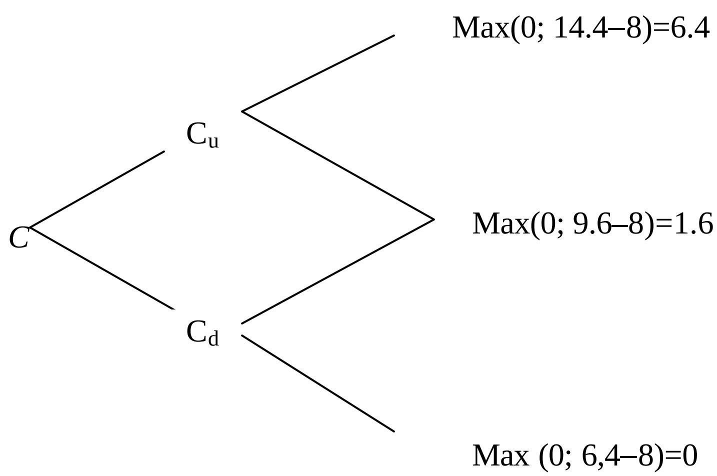
Después de un poco de álgebra, obtenemos que:

$$\boxed{C=\frac{p^2C_{uu}+2p(1-p)C_{ud}+(1-p)^2C_{dd}}{r*^2}} \tag{25}$$

- Notemos que ésta es nuevamente la esperanza del valor futuro de los flujos descontados a la tasa libre de riesgo utilizando las probabilidades ajustadas por riesgo, donde $\text{Prob}(C_{uu})=p^2$, $\text{Prob}(C_{ud})=2p(1-p)$ y $\text{Prob}(C_{dd})=(1-p)^2$.

Ejemplo. La acción de la empresa A se está transando en \$10. Se sabe que el precio aumentará o caerá en un 20% en cada uno de los dos próximos años. La tasa libre de riesgo anual (interés simple) es 10%. ¿Cuál es el precio de una *call* a dos años en la acción de la empresa A que tiene un precio de ejercicio de \$8? Los parámetros del modelo son u=1.2, d=0.8, r*=1.1. Por lo tanto, p=0.75. Los árboles binomiales de la acción y de la *call* son, respectivamente:





- De las ecuaciones (23) y (24), obtenemos que C_u=4.73 y C_d=1.09. Reemplazando estos valores y los de los parámetros en la ecuación (25), tenemos que el precio de la *call* hoy día es C=3.47.

5.3 La Fórmula de Black-Scholes

En esta sección veremos la célebre fórmula de Black y Scholes (1973) para la valoración de una *call* europea. La derivación de dicha fórmula se basa en los siguientes supuestos:

a) Los mercados financieros no tienen fricciones, esto es:

(i) No hay impuestos o costos de transacción.
(ii) Todos los activos son perfectamente divisibles.
(iii) No hay restricciones a las ventas cortas de activos.

b) Las tasas de interés para prestar y pedir prestado son iguales y constantes entre t=0 (hoy) y T (fecha de vencimiento del activo). Asumiremos que la tasa de interés por período, r, es compuesta continuamente, de modo tal que un bono libre de riesgo, sin cupones, que paga un $1 en t_2 vale $B=\exp[-r(t_2-t_1)]$ en t_1.

c) La acción (activo subyacente), no paga dividendos entre 0 y T.

d) El precio de la acción se distribuye lognormal. Esto es:

$$\mathrm{Ln}\left(\frac{S(t_2)}{S(t_1)}\right) \sim N(\mu(t_2-t_1),\ \sigma^2(t_2-t_1))$$

Bajo estos supuestos, el precio de una ***call* europea** en una acción está dada por:

$$\boxed{C(S, K, t{=}0, r, \sigma, T) = S\,\Phi(d_1) - K\,e^{-rT}\,\Phi(d_2)} \qquad (26)$$

donde $\Phi(.)$ representa la función distribución acumulada (f.d.a) de una variable normal estándar, d_1 y d_2 están dados por:

$$d_1 = \frac{\ln\left(\dfrac{S}{Ke^{-rT}}\right)}{\sigma\sqrt{T}} + \frac{\sigma\sqrt{T}}{2};\; d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T} \qquad (27)$$

S representa el precio **corriente** de la acción, K es el precio de ejercicio de la *call*, T es la fecha de vencimiento de la *call*, r es la tasa libre de riesgo por período compuesta continuamente y σ es la volatilidad del retorno de la acción (esto es, la desviación estándar del retorno de la acción por unidad de tiempo).

Ejemplo

Sea S=60, r=8.62% por año compuesta continuamente, K=65, σ=0.3 (anual), T=6 meses. Por lo tanto, $\sigma\sqrt{T}$ =0.2123, Ke^{-rT}=62.26, d_1=–0.068, y d_2=–0.280. Para evaluar $\Phi(d_1)$ y $\Phi(d_2)$, hacemos uso de la tabla de valores de la f.d.a de una normal estándar. Se tiene $\Phi(-0.068)=1-\Phi(0.068)=0.473$ y $\Phi(-0.280)=1-\Phi(0.280)=0.390$. Por lo tanto, C=60 x 0.473–62.26x 0.390=4.11.