

> p:=A-sum(q[i],i=1..n);

$$p := A - \left( \sum_{i=1}^n q_i \right)$$

> pi\_monop:=A^2/4;

$$pi\_monop := \frac{1}{4} A^2$$

> pi\_cartel:=A^2/(4\*n);

$$pi\_cartel := \frac{1}{4} \frac{A^2}{n}$$

> pi\_cournot:=A^2/(n+1)^2;

$$pi\_cournot := \frac{A^2}{(n+1)^2}$$

> q\_cartel:=A/(2\*n);

$$q\_cartel := \frac{1}{2} \frac{A}{n}$$

Si todas las demás firmas están cartelizadas y una firma se desvía, su problema de maximización es:

$Max_{pi} (A - (n-1)q\_cartel - q_i) * q_i$ :

> eq1:=(A-(n-1)\*q\_cartel-q)\*q;

$$eq1 := \left( A - \frac{1}{2} \frac{(n-1)A}{n} - q \right) q$$

> q\_desviacion:=solve(diff(eq1,q),q);

$$q\_desviacion := \frac{1}{4} \frac{A(n+1)}{n}$$

La expresión anterior indica la cantidad 'óptima de desviación.

> p\_desviacion:=simplify(A-(n-1)\*q\_cartel-q\_desviacion);

$$p\_desviacion := \frac{1}{4} \frac{A(n+1)}{n}$$

> pi\_desviacion:=p\_desviacion\*q\_desviacion;

$$pi\_desviacion := \frac{1}{16} \frac{A^2(n+1)^2}{n^2}$$

Nota, si  $n=2$ , se tiene que

$\pi_{cartel} = 9 * A^2 / 64 > A^2 / 8 = \pi_{desviacion}$ , como esperado.

La condicion para no desviarse en Cournot es:

>  $eq2 := \pi_{cartel} / (1 - \delta) - \pi_{desviacion} - \delta * \pi_{cournot} / (1 - \delta);$

$$eq2 := \frac{1}{4} \frac{A^2}{n(1-\delta)} - \frac{1}{16} \frac{A^2(n+1)^2}{n^2} - \frac{\delta A^2}{(n+1)^2(1-\delta)}$$

>  $\delta_{nodesviacion} := \text{solve}(eq2, \delta);$

$$\delta_{nodesviacion} := \frac{n^2 + 2n + 1}{n^2 + 6n + 1}$$

>  $\text{subs}(n=2, \delta_{nodesviacion});$

$$\frac{9}{17}$$

Lo anterior muestra que para el caso  $n=2$ , es más fácil la colusión bajo Bertrand.

>  $eq3 := \delta_{nodesviacion} - 1/2;$

$$eq3 := \frac{n^2 + 2n + 1}{n^2 + 6n + 1} - \frac{1}{2}$$

>  $\text{solve}(eq3, n);$

$$1, 1$$

Esto último chequea que no hay más soluciones, es decir que siempre la cartelización bajo Cournot es más difícil. Notar que cuando  $n$  tiende a infinito,  $\delta$  tiende a 1.