

# Curso de Organización Industrial<sup>1</sup>

R. Fischer  
CEA-DII  
Universidad de Chile<sup>1</sup>

Otoño 2004

<sup>1</sup>Comentarios a `rfischer@dii.uchile.cl`.

# Índice general

<b>1. Introducción</b>	<b>1</b>
<b>2. Teoría de Juegos</b>	<b>2</b>
<b>3. Problemas de información</b>	<b>33</b>
<b>4. Licitaciones</b>	<b>59</b>
<b>5. El problema de la firma</b>	<b>71</b>
<b>6. Monopolios</b>	<b>81</b>
<b>7. Monopolio y discriminación</b>	<b>101</b>
<b>8. Regulación de monopolios</b>	<b>127</b>
<b>9. Oligopolios</b>	<b>138</b>
<b>10. Entrada de competencia y concentración de mercado</b>	<b>157</b>

# Capítulo 1

## Introducción

La Organización Industrial (OI) es la rama de la economía que se dedica al estudio de las interacciones entre empresas y sus efectos cuando existe un número limitado de ellas en un mercado. En muchos casos, se trata de mercados regulados, como las telecomunicaciones o el sector eléctrico, por lo que es necesario estudiar a los reguladores y sus relaciones con las empresas.

Además de los principios básicos de microeconomía, la OI utiliza la Teoría de Juegos, que permite analizar el comportamiento estratégico de las empresas, reguladores, consumidores y otros agentes económicos.

Consideremos el caso de una firma que es un monopolio en un sector. La OI estudia problemas como los siguientes: >cuál es la estrategia que maximiza sus ganancias y cómo depende ésta de la posibilidad de entrada de nuevas firmas al mercado, de las diferencias entre consumidores o de la durabilidad del bien producido? >Que calidad de productos deben ser producidos? Si se trata de un monopolio regulado, como en el caso de los servicios de utilidad pública (telefonía local, agua potable, distribución eléctrica), interesa estudiar los problemas de información que enfrenta el regulador así como el comportamiento de la empresa en esas condiciones.

Buena parte de estas preguntas también son relevantes para el caso de oligopolios, es decir cuando existe un grupo reducido de firmas en un mercado. Pero en este caso existe una serie de otros problemas a estudiar, tales como las estrategias que debe decidir una empresa frente a las estrategias de las otras empresas, las posibilidades de colusión en el mercado y los mecanismos para disuadir la entrada de firmas al mercado.

## Capítulo 2

# Teoría de Juegos

Esta sección está destinada a presentar la Teoría de Juegos en forma concisa y breve, sin entrar en detalles que pueden confundir al lector. Existen varios excelentes libros que describen en mayor profundidad la Teoría de Juegos entre los que se encuentran Osborne y Rubinstein (1994), Mas-Collel *et-al.* (1995), Fudenberg y Tirole (1991), Gibbons (1992) y otros.

### 2.1. Introducción

La teoría de juegos examina el comportamiento estratégico de jugadores que interactúan motivados por la maximización de la utilidad y que saben que los otros participantes son racionales. Su campo de aplicación es enorme y va desde la economía a la biología. La teoría de juegos comienza con trabajos de Zermelo (1913), quién muestra que juegos como el ajedrez son resolubles. Borel (1921) y Von-Neumann (1959) en los años 20 estudian los equilibrios de tipo *minimax* en juegos de suma cero, es decir, juegos en los que lo que gana un jugador lo pierde su rival. Sin embargo, el primer avance importante ocurre en los años 40, con la publicación del libro sobre Teoría de Juegos de Neumann y Morgenstern (1944) que divulgó una formalización general de juegos en su forma *extendida* y *normal*, introdujo el concepto de estrategia en juegos extensivos y propuso aplicaciones. En los años 50 hubo un desarrollo importante de estas ideas en Princeton, con Luce y Raiffa (1957), difundiendo los resultados en su libro introductorio, Kuhn (1953) trabajando en definir el concepto de información en juegos, Shapley (1953) que permitió establecer una forma de atacar los juegos cooperativos (es decir, aquellos en los que los jugadores pueden establecer contratos para actuar en forma mancomunada) y por fin Nash (1950) quién definió el equilibrio que lleva su nombre, lo que permitió extender la teoría a juegos no-cooperativos más generales que los de suma cero. Durante esa época, el Departamento de Defensa de los EE.UU. fue el que financió las investigaciones en el tema, debido a que la mayor parte de las aplicaciones de los juegos de tipo suma-cero se concentraban en temas de estrategia militar.

En los 60 y 70 Harsanyi (1967) extendió la teoría de juegos a juegos de información incompleta, es decir, aquellos en que los jugadores no conocen todas las características del juego: por ejemplo, no saben lo que obtienen los otros jugadores como recompensa. Ante

la multiplicidad de equilibrios de Nash, muchos de los cuales no eran soluciones razonables a juegos, Selten (1975) definió el concepto de equilibrio perfecto en el subjuego para juegos de información completa y una generalización para el caso de juegos de información imperfecta.<sup>1</sup>

**Ejemplo 1** Ejemplos de juegos:

1. El análisis de las negociaciones. Las negociaciones entre sindicato y empresa, por ejemplo, se pueden analizar como juegos en que las partes tratan de dividir el excedente de la empresa antes de pagar los salarios.
2. El análisis de las licitaciones. Las empresas y el Estado utilizan procesos de licitación para comprar o vender bienes y servicios. Es importante saber cuales son los mecanismos de licitación adecuados ante cada tipo de licitación y sus debilidades.
3. El comportamiento de las firmas ante la entrada de competencia. Las firmas pueden ser agresivas frente a la nueva competencia, reduciendo precios y aumentando el gasto publicitario o pueden acomodar la entrada, tratando de llegar a un entendimiento con la firma entrante.
4. Los juegos de atrición, en los que se evalúa la capacidad para resistir y que permiten evaluar la situación de defensa de un país.
5. Estrategias en comercio internacional. En el comercio internacional, los gobiernos protegen la producción nacional a costa de las empresas extranjeras, evaluando el costo que podría tener una posible reacción de los gobiernos extranjeros.
6. Análisis político. Las reglas electorales alteran las plataformas electorales de los candidatos y se pueden estudiar las consecuencias de distintos tipos de reglas. Un ejemplo en que las predicciones de los modelos teóricos se cumplen es la segunda vuelta electoral del 2000.
7. Evolución de las especies biológicas. Las especies que conocemos son el producto de un largo proceso de interacciones con otras especies. Los genes y la influencia de éstos sobre su comportamiento y características físicas hacen que individuos de una especie tengan distinta capacidad reproductora, con lo que los genes más exitosos en el juego reproductivo son los que sobreviven.
8. ...



## 2.2. Definiciones

**Definición 1** Un *juego* en forma extensiva está compuesto de:<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Harsanyi, Nash y Selten recibieron el premio Nobel de economía por sus contribuciones a la teoría de juegos.

<sup>2</sup>La definición que sigue es una versión simplificada. Una versión más precisa puede encontrarse en Osborne y Rubinstein (1994)

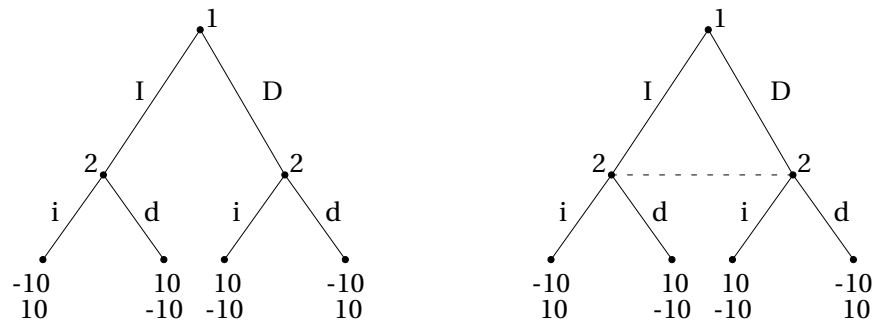


Figura 2.1: Componentes de un juego: El juego de la moneda.

1. El conjunto de *jugadores*  $i \in 1 \dots n$ , quienes toman decisiones y son racionales (i.e. maximizan su utilidad).
2. Un *árbol* del juego compuesto de:
  - a) Nodos, cada uno asignado a un sólo jugador.
  - b) Las acciones (ramas) que dispone un jugador en cada uno de sus nodos.
3. La *información* que dispone un jugador en cada nodo en el que le toca decidir. La información se describe mediante *conjuntos de información*, que son conjuntos de nodos que el jugador no puede distinguir entre sí (ver ejemplo 2).
4. Las *estrategias*  $s_i \in S_i$  de cada jugador, que son libros de instrucciones que le dicen al jugador que acción elegir cuando llega a uno de sus conjuntos de información. Es decir, son funciones desde los conjuntos de información del jugador a las acciones que tiene en cada conjunto de información.
5. Los *pagos*  $u_i$  a los jugadores en los nodos terminales del árbol del juego.<sup>3</sup>

**Ejemplo 2** Consideremos el juego en la izquierda de la figura 2.1. En este juego, el primer jugador toma una moneda en una mano. El segundo jugador puede observar su acción. El segundo jugador debe determinar si el jugador 1 tomó la moneda en su mano izquierda o en su mano derecha. Si acierta (lo que es trivial pues observa la acción del primer jugador), su pago es 1 y el jugador 2 obtiene -1. Si no acierta, recibe un pago de -1 y el jugador 1 recibe 1.

El primer jugador tiene un sólo nodo que es a su vez su único conjunto de información (un *singleton*). En este conjunto de información puede elegir entre sus acciones I o D, es decir, posee dos estrategias:  $S_1 = \{I, D\}$ . El segundo jugador posee dos nodos que puede

<sup>3</sup>Estos pagos están definidos en términos de útiles. La utilidad subyacente es de tipo Von Neumann-Morgenstern. Esto significa que la utilidad esperada del juego, dado como ha jugado cada jugador es el valor esperado de los pagos dadas las probabilidades inducidas en los nodos terminales.

distinguir entre sí, ya que sabe lo que ha jugado el jugador 1, es decir, posee dos conjuntos de información (también *singletons*). En cada uno puede elegir dos acciones, lo que da un total de  $2 \times 2 = 4$  estrategias distintas. Las estrategias del jugador 2 son:

$$S_2 = \{(i, i), (i, d), (d, i), (d, d)\}$$

El juego de la derecha en la figura 2.1 es similar, salvo porque el jugador 2 no puede observar lo que ha hecho el jugador 1, ya que éste elige a escondidas. En este caso, el jugador 2 no puede distinguir entre su nodo izquierdo y su nodo derecho, es decir, tiene un solo conjunto de información.<sup>4</sup> Distinguimos los nodos que pertenecen a un mismo conjunto de información mediante una línea punteada que los une, como se muestra en la figura de la derecha.

Cuando decide su acción, el jugador 2 no sabe en cual de los dos nodos de su conjunto de información se encuentra, por lo que no puede usar estrategias que condicionan lo que hace en el nodo en que se encuentra. Tiene que elegir la misma acción en ambos nodos. Dispone, pues, de sólo dos estrategias  $S_2 = \{i, d\}$

◇

Es importante notar que una estrategia le dice a un jugador que hacer en cada posible situación (conjunto de información) en que el jugador podría encontrarse y no sólo en aquella que resulta ser la trayectoria de equilibrio del juego. Esto resulta esencial ya que los equilibrios que resultan dependen de lo que se haga en conjuntos de información fuera del equilibrio, como lo es por ejemplo una amenaza que atemoriza a otro jugador y por lo tanto, que no se lleva a cabo, pero afecta el equilibrio del juego.

**Definición 2** La  $n$ -tupla de estrategias que le asigna una estrategia a cada jugador es una *combinación de estrategias*  $s \in S \equiv \prod_{i=1}^n S_i$ .

Cuando cada jugador elige una estrategia en el juego, la combinación de estrategias resultante define una trayectoria que lleva desde el comienzo del juego hasta uno de los nodos terminales, es decir determina los pagos que reciben los jugadores,  $u_i : S \rightarrow \mathbb{R}$ .

**Ejemplo 3** En el ejemplo de la moneda, izquierda, hay  $4 \times 2 = 8$  posibles combinaciones de estrategias. Un ejemplo es  $(I, (d, i))$ . >Cuál es el nodo terminal asociado?

◇

**Notación:** Para cada jugador  $i$ , distinguimos por el subíndice  $-i$  la  $(n-1)$ -tupla de estrategias de los demás jugadores, es decir

$$s_{-i} = (s_1, \dots, s_{i-1}, s_{i+1}, \dots, s_n) \in S_{-i}$$

.

Dada la notación anterior, la combinación de estrategias  $s$  se puede escribir como  $s = (s_i, s_{-i})$ .

---

<sup>4</sup>Nótese que todos los nodos en un mismo conjunto de información tienen el mismo número de acciones (ramas) ya que si no serían distinguibles entre sí.

**Ejercicio 1** Considere el juego de *La matita*. En este juego tres jugadores deciden simultáneamente poner las palmas abajo o arriba. Si hay un jugador cuya mano está en una posición distinta de los otros dos, es el ganador (y recibe 100, los otros dos, cero). Si todos tienen la mano en la misma posición, todos reciben 0.

1. Dibuje el juego en su forma extensiva. Encuentre las estrategias de cada jugador.
2. Suponga que el jugador 2 observa lo que hace el jugador 1 y que el jugador 3 observa lo que hacen los jugadores 1 y 2. Dibuje el juego y enumere las estrategias de cada jugador.

**Ejercicio 2** El juego de *cachipún* o de la tijera, papel y piedra consiste en dos jugadores que eligen simultáneamente una opción entre tijera, papel o piedra. La tijera le gana al papel, el papel le gana a la piedra y la piedra rompe las tijeras. Al ganar, el jugador recibe 10, el perdedor 0.

1. Dibuje el juego y enumere las estrategias de cada jugador.
2. Suponga que el juego se juega tres veces y gana 10 quién gana al menos dos de los tres juegos (el otro recibe 0). Dibuje el nuevo árbol y describa las estrategias (sin entrar en detalles, es largo).
3. Considere el juego de una etapa, pero suponga que el segundo jugador observa lo que hace el primero. Describa el nuevo juego y las estrategias.

### 2.3. Conceptos de solución en estrategias puras

Una vez definido lo que es un juego, es necesario encontrar formas de resolverlo, mecanismos que encuentren la forma en que jugadores racionales elegirían jugar el juego. Comenzamos analizando el concepto de equilibrio en estrategias dominantes, no sólo porque fue uno de los primeros tipos de equilibrios examinados, sino porque tiene aplicaciones importantes.

**Definición 3** Una estrategia  $s_i^*$  del jugador  $i$  es *mejor respuesta* a  $s_{-i}$  (las estrategias de los demás jugadores) si

$$u_i(s_i^*, s_{-i}) \geq u_i(s_i, s_{-i}), \forall s_i.$$

**Ejemplo 4** En el ejemplo de la moneda, figura izquierda,  $s_2 = (i, i)$  es una mejor respuesta a  $s_1 = I$ . >Existe otra estrategia de 2 que también sea mejor respuesta a esta estrategia del jugador 1?

◇

**Definición 4** Una estrategia  $s_i^*$  del jugador  $i$  es *dominante* si es la mejor respuesta a todas las estrategias de los demás jugadores:

$$u_i(s_i^*, s_{-i}) \geq u_i(s_i, s_{-i}), \forall s_i, \forall s_{-i}.$$

con desigualdad estricta para al menos algún  $s_i$ .

Consideremos las dos definiciones anteriores. Una estrategia que es mejor respuesta es lo mejor ante una *determinada* elección de los demás jugadores. Una estrategia dominante es mejor respuesta ante *todas* las estrategias de los demás. Cuando existe una estrategia dominante, los jugadores siempre la usan, porque es lo mejor que pueden hacer, independientemente de lo que hagan los demás jugadores.

**Ejercicio 3** En el juego de la moneda, izquierda, muestre que la estrategia  $(i, d)$  es dominante para el jugador 2. >Existe una estrategia dominante en el juego de la moneda, derecha?

◇

**Ejercicio 4** Muestre que cada jugador puede tener a lo más una estrategia dominante.

**Definición 5** Una estrategia  $s_i$  es *débilmente dominada* por  $s'_i$  si  $\forall s_{-i}$  se tiene que  $u_i(s'_i, s_{-i}) \geq u_i(s_i, s_{-i})$ , con desigualdad estricta para al menos un  $s_{-i}$ .<sup>5</sup>

La definición anterior permite descartar estrategias que nunca serán utilizadas por un jugador racional ya que es peor que otra estrategia, no importando lo que hagan los demás jugadores. Notemos sin embargo que una estrategia que domina a otra no tiene por que ser dominante.

### 2.3.1. Equilibrio en estrategias dominantes

Las definiciones anteriores nos permiten plantear una primera definición de solución de un juego, ideada por *von Neumann*.

**Definición 6** Una combinación de estrategias  $s^* = (s_i^*)_{i=1}^n$  es un *equilibrio en estrategias dominantes* si cada  $s_i^*$  es dominante.

**Ejercicio 5** Muestre que a lo más puede existir un equilibrio en estrategias dominantes.

◇

El concepto de equilibrio en estrategias dominantes es poderoso ya que cuando existe, tiene todas las propiedades posibles: es único y nadie tiene mejores alternativas desde un punto de vista individual. El problema de este concepto de equilibrio es que no todos los juegos tienen un equilibrio en estrategias dominantes. En general los jugadores no disponen de estrategias dominantes así que en el conjunto de juegos posibles, son pocos los que tienen este tipo de equilibrios. Sin embargo, existen juegos muy importantes como el *Dilema del prisionero* que tienen equilibrios en estrategias dominantes.

<sup>5</sup>Una estrategia es estrictamente dominada si para todo  $s_i$ , las desigualdades son estrictas.

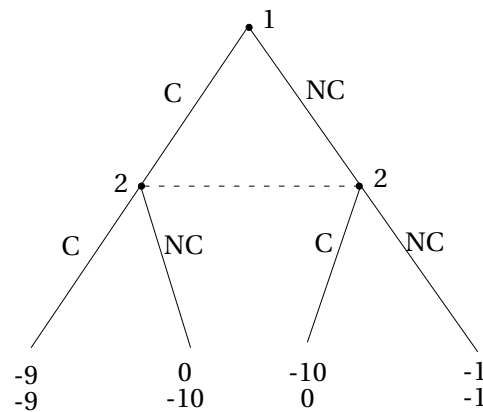


Figura 2.2: Dilema del Prisionero

**Ejemplo 5 El dilema del prisionero.** Dos individuos con antecedentes criminales son detenidos en un barrio elegante mientras caminan con una carretilla cargada con artículos electrónicos que la policía sospecha son robados. En la cárcel, detectives los interrogan por separado y les hacen ofertas. Si el prisionero confiesa, se le dejará libre, siempre y cuando su colega no haya confesado. Por el contrario, si no confiesa, pero su colega lo hace, tendrá una condena de 10 años de cárcel. Los prisioneros también saben que si ninguno confiesa, no los podrá mantener detenidos más de un año y que si ambos confiesan, pasarán 9 años en la cárcel. La figura 2.2 muestra el juego.

Consideremos al prisionero 1. Supongamos que cree que el prisionero 2 respeta sus promesas anteriores y no confiesa. Si el prisionero 1 confiesa, sale libre, lo que es preferible a la opción de no confesar, que acarrea un año de condena (dado que el otro prisionero no confiesa). Si por el contrario, cree que el prisionero 2 va a confesar, no importando sus promesas anteriores, confesar le da 9 años de cárcel, lo que es mejor que cargar con todas las culpas y 10 años de cárcel al no confesar. Por lo tanto, no importando lo que haga el prisionero 2, el prisionero 1 está mejor confesando: es su estrategia dominante. Lo mismo ocurre con el prisionero 2, por lo que el único equilibrio en estrategias dominantes es aquel en que ambos prisioneros confiesan. Es notable que a pesar que cooperando les habría ido mejor, ambos confiesan y terminan peor.<sup>6</sup>

◇

El dilema del prisionero es un juego de enorme importancia. Proporciona una explicación para las dificultades para establecer la cooperación entre agentes económicos. Tiene aplicaciones en pesquería, donde la falta de respeto a los compromisos de restringir la pes-

<sup>6</sup>Por supuesto que en la vida real confesar puede no ser dominante, ya que los amigos del prisionero 2 pueden castigar al prisionero 1 por violar su palabra. Este no es un problema de la teoría de juegos, sino de nuestra representación del juego. En este caso, el juego no es el que se muestra en la figura 2.2, ya que los pagos que recibe el jugador al confesar no son los que se muestran. Probablemente la estrategia de confesar no sería dominante en este juego modificado.

Cuadro 2.1: Dilema del prisionero

Reo 1 \ Reo 2	C	NC
C	-9, -9	0, -10
NC	-10, 0	-1, -1

ca puede llevar a sobreexplotación del recurso, como ocurre actualmente en las pesquerías en Chile. El dilema del prisionero también es relevante en la formación de *carteles* (acuerdos entre firmas) para subir los precios, ya que las firmas se ven tentadas a vender más de lo acordado a los altos precios que resultan de los carteles, lo que reduce los precios. El dilema del prisionero muestra las dificultades para establecer la colaboración en cualquier situación en la que hacer trampa beneficia a las partes.

Como se ha mencionado antes, el equilibrio en estrategias dominantes no siempre existe, porque no siempre los jugadores disponen de estrategias dominantes. Por lo tanto, es conveniente encontrar otro concepto de solución que sea aplicable a todo tipo de juegos, es decir, un tipo de equilibrio que exista en todo juego. El problema de un concepto de equilibrio de este tipo es pueden haber múltiples equilibrios en un juego, lo que implica que es necesario poder seleccionar entre estos.

El análisis de muchos juegos no requiere la compleja estructura de la forma extensiva, con su énfasis en la dimensión temporal del juego. En estos casos se usa la *forma normal* del juego, que aparece por primera vez en Neumann y Morgenstern (1944).

**Definición 7** Un juego en *forma normal* está compuesto por:

1. Los jugadores,  $i \in 1 \dots n$ .
2. Las estrategias  $s_i \in S_i$  de cada jugador.
3. Los pagos  $u_i(s)$  que reciben los jugadores.

La tabla 2.3.1 muestra el dilema del prisionero en su forma normal. Las estrategias de cada jugador aparecen como las leyendas de las columnas o filas (por convención, el primer jugador corresponde a las filas) y los pagos aparecen en las celdas, con la primera componente en cada celda correspondiendo al jugador 1. En ella se puede ver claramente que la combinación de estrategias (C,C) es un equilibrio en estrategias dominantes.

### 2.3.2. Equilibrio por eliminación iterada de estrategias dominadas

Supongamos que partiendo por el jugador 1, eliminamos todas sus estrategias estrictamente dominadas. En el nuevo juego que resulta, eliminamos todas las estrategias estrictamente dominadas del jugador 2 y así sucesivamente. Si, siguiendo este procedimiento,

finalmente obtenemos una sola combinación de estrategias, se dice que es un equilibrio por eliminación iterada de estrategias dominadas.

**Ejemplo 6** La batalla del Mar de Bismarck.

		Imamura	
		Norte	Sur
Kenney	Norte	2, -3/2	2, -2
	Sur	1, -1	3, -3

En este juego, Kenney se da cuenta que la estrategia *Sur* de Imamura está estrictamente dominada por *Norte*. Eliminando esta estrategia, en el juego reducido que resulta *Norte* es dominante para Kenney.  $\{Norte, Norte\}$  es la solución por eliminación iterada de estrategias dominantes.

Lo interesante del concepto de eliminación iterada de estrategias dominadas es que requieren un supuesto de racionalidad de los jugadores. Cuando Kenney elimina la estrategia *Sur* de Imamura es porque sabe que a Imamura nunca le va a convenir utilizarla, y puede descartarla de su análisis. De la misma forma, en el Dilema del prisionero, la solución por eliminación iterada de estrategias estrictamente dominadas es el equilibrio en estrategias dominantes,  $(C, C)$ . Aún cuando este concepto de equilibrio requiere mucha racionalidad de los actores, esto es razonable.

La situación es distinta cuando estudiamos el caso de estrategias débilmente dominadas. Consideremos el juego 7 modificado:

**Ejemplo 7** La batalla del Mar de Bismarck II.

		Imamura	
		Norte	Sur
Kenney	Norte	2, -2	2, -2
	Sur	1, -1	3, -3

En tal caso, descartar la estrategia *Sur* de Imamura no es tan obvio. Si Kenney cree que Imamura podría usar *Sur*, descartar *Sur* como estrategia de Kenney ya no es obvio. Es por esto que la estrategia de eliminación iterada de estrategias *débilmente* dominadas tiene problemas:

- En muchos casos, el procedimiento entrega más de una solución, como se muestra en la tabla 8.
- A menudo la solución alcanzada depende del orden de eliminación de estrategias (débilmente) dominadas.

**Ejemplo 8** El resultado de EIED depende del orden de eliminación de estrategias.

En la tabla 8, denominemos por  $s_i \leq s'_i$  cuando la primera estrategia está dominada por la segunda. Entonces, si eliminamos a  $T$  pues  $T \leq M$  y luego a  $L$  pues  $L \leq R$  en el juego reducido, el equilibrio contiene a  $R$ . Si en cambio eliminamos a  $B$  pues  $B \leq M$ , y luego a  $R$  pues  $R \leq L$  en el juego reducido, el equilibrio contiene a  $L$ .

		Jugador 2	
		L	R
Jugador 1	T	1, 1	0, 0
	M	1, 1	2, 1
	B	0, 0	2, 1

Cuadro 2.2: El resultado de la EIED depende del orden de eliminación de estrategias.

Cuadro 2.3: El juego del gallina

1 \ 2	Sigue	Desvía
Sigue	-100, -100	10, 0
Desvía	0, 10	1, 1

### 2.3.3. Equilibrio de Nash

Borel (1921) y Von-Neumann (1959) demostraron en los años 20 que todo juego de *suma cero* tiene un equilibrio *minimax* en el que cada jugador actúa tratando de asegurarse el máximo beneficio ante lo peor que le puede hacer el otro jugador.<sup>7</sup> Aunque útil para analizar temas de defensa, tiene un campo limitado de aplicaciones, pues en la mayoría de los juegos, la suma de los pagos en los nodos terminales no es constante, como lo vemos en el Dilema del prisionero. En su tesis de doctorado, John Nash (1950) definió el equilibrio que lleva su nombre, y demostró su existencia en todos los juegos no-cooperativos.

**Definición 8** Un *equilibrio de Nash* es una combinación de estrategias  $s^* = (s_1^*, \dots, s_n^*)$  tal que

$$\forall i, \quad u_i(s_i^*, s_{-i}^*) \geq u_i(s_i, s_{-i}^*)$$

Es decir, en un equilibrio de Nash la estrategia de cada jugador es una mejor respuesta ante las estrategias de los otros jugadores. Es importante observar que no se dice nada acerca de cuán buena es la estrategia del jugador frente a *otras* estrategias (no  $s_{-i}^*$ ) de los demás jugadores. Es fácil observar que un equilibrio en estrategias dominantes es también un equilibrio de Nash.

En el juego que se muestra en la tabla 2.3.3 denominado el juego *del gallina*, no existe un equilibrio en estrategias dominantes, pero existen dos equilibrios de Nash.<sup>8</sup>

<sup>7</sup>En los juegos de suma cero, lo que gana uno lo pierde el otro (algo más generalmente, en todos los nodos terminales los pagos suman una constante), por lo que los jugadores siempre esperan que el otro use la estrategia que le cause el máximo daño. Las estrategias elegidas son conservadoras.

<sup>8</sup>Veremos más adelante que existe otro equilibrio adicional.

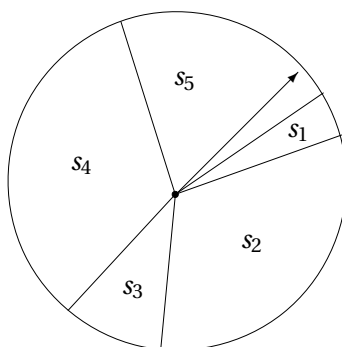


Figura 2.3: Estrategia mixta de un jugador

En este juego, dos adolescentes van en direcciones opuestas en un camino abandonado. Chocarán a menos que uno de ellos se desvíe. El que se desvía es el gallina, y obtiene 0, mientras el otro se queda con el prestigio de ser valiente. El problema ocurre cuando ambos son valientes y ninguno se desvía. En este juego no hay estrategias dominantes y por ende, no hay equilibrio en estrategias dominantes. Existen dos equilibrios de Nash en estrategias (puras): en cada una de ellas, uno de los jugadores se desvía.<sup>9</sup>

#### 2.3.4. Estrategias mixtas y existencia de equilibrios de Nash

Consideremos nuevamente el juego de la moneda, derecha. Aquí se pueden probar todas las posibles combinaciones de estrategias (puras) y no existe un equilibrio de Nash en estas estrategias. Esto es razonable, pues cualquier estrategia (izquierda o derecha) que use uno de los agentes, el otro se podría aprovechar. Otra forma de verlo es que este juego es equivalente al del delantero y el arquero en un penal. Si el arquero siempre se tira a la derecha, el delantero tiraría siempre a la izquierda. Si el delantero siempre tira a la derecha, el arquero se tira en la misma dirección. La alternativa es que, en forma aleatoria, los dos jugadores usen la izquierda o la derecha. Este concepto es el que está detrás de la idea de *estrategia mixta*.

**Definición 9** Una estrategia *mixta*  $\sigma_i = (\sigma_i(s_i^1), \dots, \sigma_i(s_i^{m_i}))$  es una distribución de probabilidad sobre las  $m_i$  estrategias del jugador  $i$ , que le asigna la probabilidad  $\sigma_i^j$  a que el jugador use su estrategia  $s_i^j$ .<sup>10</sup> Una estrategia *pura* es un caso especial de estrategia mixta en el que el jugador le asigna probabilidad 1 a una de las estrategias del jugador.

De acuerdo a la definición anterior, las estrategias que se han visto hasta ahora son estrategias puras. Una estrategia mixta se puede interpretar como una ruleta (ver figura 2.3)

<sup>9</sup>Omitimos examinar el problema de coordinación, que en este caso puede ser importante.

<sup>10</sup>Es decir,  $\sum_{j=1}^{m_i} \sigma_i(s_i^j) = 1$ .

que el jugador hace girar. En la ruleta se han establecido divisiones que particionan el círculo en áreas que corresponden a las probabilidades que la estrategia mixta le asigna a cada estrategia pura. El jugador hace girar la aguja y utiliza la estrategia elegida por la aguja. Cada jugador usa su propia ruleta y éstas son independientes entre sí.<sup>11</sup>

**Notación:** Una combinación de estrategias mixtas es  $\sigma = (\sigma_1, \dots, \sigma_n)$ .

Una combinación de estrategias mixtas determina una distribución de probabilidad sobre los nodos terminales, es decir, sobre los pagos. El pago para  $i$  de una combinación de estrategias mixtas es el valor esperado calculado usando las probabilidades generadas por la estrategia mixta sobre los nodos terminales.

**Definición 10** El pago para  $i$  de la combinación de estrategias mixtas  $\sigma$  es

$$U_i(\sigma_i, \sigma_{-i}) = \sum_{s \in S} \left( \prod_{j=1}^n \sigma_j(s_j) \right) u_i(s)$$

**Ejemplo 9** En el caso específico del juego de la moneda, derecha, consideremos las estrategias  $\sigma_1 = (3/4, 1/4)$  y  $\sigma_2 = (1/4, 3/4)$ . El valor esperado para el jugador 1 de esa combinación de estrategias mixtas es:  $(-10 \cdot (3/16) + 10 \cdot (9/16) + 10 \cdot (1/16) - 10 \cdot (3/16)) = 10/4 > 0$ .

◇

**Definición 11** Una estrategia  $\sigma_i$  del jugador  $i$  es *mejor respuesta* a  $\sigma_{-i}$  si  $U_i(\sigma_i, \sigma_{-i}) \geq U_i(\sigma'_i, \sigma_{-i})$ ,  $\forall \sigma'_i$ .

### Estrategias mixtas y dominancia

**Definición 12** Una estrategia  $\sigma_i$  del jugador  $i$  es *estrictamente dominada* si existe  $\sigma'_i$  tal que  $U_i(\sigma_i, \sigma_{-i}) < U_i(\sigma'_i, \sigma_{-i})$ ,  $\forall \sigma_{-i}$

**Definición 13** Una estrategia  $\sigma_i$  del jugador  $i$  es *débilmente dominada* si existe  $\sigma'_i$  tal que  $U_i(\sigma_i, \sigma_{-i}) \leq U_i(\sigma'_i, \sigma_{-i})$ ,  $\forall \sigma_{-i}$ , con desigualdad estricta para algún  $\sigma_{-i}$ .

### Notas:

1. Para determinar si una estrategia  $\sigma$  está dominada (estrictamente) por la estrategia  $\sigma'$ , basta demostrar que el valor esperado frente a todas las estrategias puras de los rivales ( $s_{-i} \in S_{-i}$ ) es menor. (¡Demostrar!)
2. Por lo tanto, para ver si una estrategia pura  $s_i$  está dominada estrictamente por una estrategia mixta  $\sigma_i$ , basta comparar sobre  $s_{-i} \in S_{-i}$ .

### Ejemplo 10 Dominancia y estrategias mixtas

En este juego, la estrategia  $U$  es buena contra  $L$  y mala contra  $D$ ; con  $D$  ocurre lo contrario, mientras que  $M$  es mediocre contra ambas estrategias del jugador 2. Ninguna de las estrategias puras de 1 es estrictamente dominada por una estrategia pura de 2. Sin embargo, la estrategia mixta  $\sigma_1 = (1/2, 0, 1/2)$  domina estrictamente a  $M$ .

<sup>11</sup>El uso de ruletas no independientes da lugar a los equilibrios *correlacionados*, ver Osborne y Rubinstein (1994).

		Jugador 2	
		<i>L</i>	<i>R</i>
Jugador 1	<i>T</i>	10, 1	0, 4
	<i>M</i>	4, 2	4, 3
	<i>D</i>	0, 5	10, 2

Cuadro 2.4: Una estrategia pura dominada por una estrategia mixta.

**Ejercicio 6**

1. Muestre que una estrategia mixta que utiliza una estrategia dominada es dominada.
2. Invente un ejemplo que muestre que una estrategia mixta puede ser dominada a pesar de no poner probabilidad positiva en estrategias dominadas.

◇

**Equilibrio de Nash con estrategias mixtas**

**Definición 14** Un *equilibrio de Nash* es una combinación de estrategias  $\sigma^* = (\sigma_1^*, \dots, \sigma_n^*)$  tal que

$$U_i(\sigma_i^*, \sigma_{-i}^*) \geq U_i(\sigma_i, \sigma_{-i}^*), \forall i, \forall \sigma_i$$

Se puede demostrar que los equilibrios de Nash siempre existen, lo que fue demostrado por John Nash en su tesis doctoral (Nash (1950)). Se puede demostrar que un equilibrio por eliminación iterada de estrategias *estrictamente* dominadas es un equilibrio de Nash (ver Fudenberg y Tirole (1991)).<sup>12</sup>

El siguiente lema ayuda a caracterizar los equilibrios de Nash.

**Lema 1** Una condición necesaria y suficiente para que  $\sigma^*$  sea un equilibrio de Nash es que para todo jugador  $i$  se tiene que si la probabilidad asignada por  $\sigma_i^*$  a una estrategia  $s_i^j$  es positiva, entonces  $s_i^j$  es mejor respuesta a  $\sigma_{-i}^*$ .

**Demostración:** Supongamos que  $\sigma^*$  sea un equilibrio de Nash y que  $s_i^j$  no sea mejor respuesta a  $\sigma_{-i}^*$ . Entonces se puede aumentar el pago esperado por el jugador  $i$  reduciendo la probabilidad asignada a  $s_i^j$  y traspasándola a una estrategia pura que sea la mejor respuesta. Pero si eso se puede hacer,  $\sigma_i^*$  no es mejor respuesta a  $\sigma_{-i}^*$ , y por lo tanto,  $\sigma^*$  no sería un equilibrio de Nash.

Supongamos que cada una de las estrategias  $s_i^j$  a las que  $\sigma_i^*$  le asigna peso positivo es mejor respuesta a  $\sigma_{-i}^*$ , pero que  $\sigma_i^*$  no forma parte de un equilibrio de Nash, es decir,  $\sigma_i^*$  no es mejor respuesta a  $\sigma_{-i}^*$ . Esto significa que existe  $\sigma_i'$  que es mejor que  $\sigma_i^*$  para  $i$ , dado  $\sigma_{-i}^*$ . O sea alguna de las estrategias utilizadas con probabilidad positiva en  $\sigma_i'$  debe

<sup>12</sup>Esto no es válido para el caso de EIED con estrategias débilmente dominadas.

dar un pago mayor que alguna de las estrategias utilizadas con probabilidad positiva por  $\sigma_i^*$ . Pero esto significa que alguna de las estrategias utilizadas con probabilidad positiva por  $\sigma_i^*$  no es mejor respuesta a  $\sigma_{-i}^*$ . ■

**Ejemplo 11** Consideremos como encontrar los equilibrios de Nash del juego del gallina que se muestra en la tabla 2.3.3. Llamando S y D a las estrategias de Seguir y Desviarse, respectivamente, sabemos que existen dos equilibrios de Nash en estrategias puras: (S,D) y (D,S). Supongamos que  $\sigma = (\sigma_1, \sigma_2)$  es un equilibrio de Nash. Los equilibrios en estrategias puras del juego de la gallina corresponden a:  $\sigma_1(D) = 1, \sigma_2(D) = 0$  y  $\sigma_1(D) = 0, \sigma_2(D) = 1$ . Estudie-mos ahora la existencia de equilibrios en estrategias mixtas: del lema 1 se tiene que para que  $0 < \sigma_1(D) < 1$  (y  $0 < \sigma_1(S) = 1 - \sigma_2(D) < 1$ ) sea un equilibrio de Nash, se debe tener que las estrategias D y S deben entregar el mismo pago (dado lo que hace el otro jugador). Es decir, se debe tener  $-100\sigma_2^*(S) + 10\sigma_2^*(D) = 0\sigma_2^*(S) + 1\sigma_2^*(D)$ , lo que implica que  $\sigma_2^*(S) = 9/109$ . Por simetría,  $\sigma_1^*(S) = 9/109$ . Por lo tanto,  $\sigma_1^* = (9/109, 100/109) = \sigma_2^*$ . Es interesante notar que en el equilibrio en estrategias mixtas, la probabilidad de chocar es algo menor de un 1 %.

◇

Es interesante señalar que situaciones estratégicas equivalentes al juego del gallina ocurren en la vida real. A mediados de los 90, dos empresas tenían planes para construir gasoductos desde Argentina hacia el valle central, con el objeto de proveer gas natural a plantas eléctricas de ciclo combinado y para uso industrial y domiciliario. El problema es que esto era un buen negocio para una compañía, pero resultaba un desastre económico si ambos proyectos se concretaban. Ambas empresas trataron de atemorizar a la otra mediante anuncios de gastos que indicarían que habían comprometido tal monto de recursos en el proyecto que era imposible abandonarlo.<sup>13</sup> Este proceso duró meses, hasta que finalmente una de las empresas se desistió del proyecto. La otra empresa *GasAndes*, construyó el gasoducto.

Pocos años después la situación se repitió en el norte de Chile. En el Norte la demanda por gas está asociada a proyectos mineros, los que requieren grandes cantidades de energía eléctrica. A mediados de los 90, la demanda crecía a 20 % anual. El 85 % de la demanda, aproximadamente 1400MW en 2001, correspondía a proyectos mineros. Para responder al aumento esperado de la demanda se proyectaron gasoductos desde Argentina. Tal como en el caso del gasoducto en la zona central, un proyecto era viable, pero no dos. Durante meses ambos proyectos jugaron el Juego del Gallina, pero finalmente ambos se llevaron a cabo.<sup>14</sup> El resultado es una sobreabundancia de gas en el Norte y que los recursos sean, desde ya, irre recuperables desde un punto de vista económico. Cada proyecto consultaba la construcción de centrales para utilizar el gas. Peor aún, una tercera compañía decidió innovar y no hacer un gasoducto, sino generar la electricidad en Argentina (a partir de gas) y luego traer la electricidad al Norte mediante un cable de transmisión. El resultado es una enorme sobre oferta de electricidad en el Norte, que tiene una capacidad instalada de unas tres veces la demanda. Esto significa que las plantas de generación eléctrica también son irre recuperables

<sup>13</sup>Veremos más adelante (sección 10.3.1) como los costos hundidos afectan la situación estratégica de las empresas.

<sup>14</sup>A pesar que casi hasta el final, podrían haberse unido ambos proyectos.

económicamente. Las pérdidas de las compañías de seguir la estrategia  $(S, S)$  en este juego del gallina se estiman en mil a mil quinientos millones de dólares.

Como se ha mencionado, el equilibrio de Nash es más débil que el de equilibrio en estrategias dominantes. Al poco tiempo, los especialistas en teoría de juego se dieron cuenta que es fácil encontrar juegos con más de un equilibrio de Nash. En ese caso aparece la dificultad de saber si todos los equilibrios son igual de relevantes. En algunos casos, la multiplicidad es intrínseca: en el juego de la gallina no hay forma de decidir cual entre  $(S, D)$  y  $(D, S)$  es preferible. En otros casos, en cambio, esta multiplicidad de equilibrios de Nash involucra algunos que son más “débiles” que otros equilibrios y por lo tanto deberían ser descartados en el análisis.

### 2.3.5. Perfección en el subjuego

Reinhard Selten (1975) observó que algunos de los equilibrios de Nash estaban basados en que los jugadores eligen estrategias porque temen que uno de los otros jugadores use una estrategia que les costaría caro si se desvían del equilibrio. Eso no es un problema si hubiera seguridad que la amenaza se va a llevar a cabo en caso que los otros no obedezcan. El problema es que existen otros equilibrios Nash en los cuales las amenazas no se llevarían a cabo, ya que no le convienen al jugador que las hace, por lo que no parece razonable que estos equilibrios sean robustos.

**Ejemplo 12** (entrada de competencia) La figura 2.4 muestra una firma que es un monopolio ( $m$ ) en una ciudad pequeña y que enfrenta la potencial entrada de un competidor. En este juego hay dos equilibrios de Nash,  $N_1 = (E, A)$  y  $N_2 = (NE, G)$ . El problema es que el segundo equilibrio esta basado en una amenaza de castigo si es que la firma entrante efectivamente entra al mercado. La pregunta es: >debería el entrante creer en la amenaza del monopolista?

◇

Una manera de enfocar el problema es considerar si la amenaza del monopolista es *creíble*, es decir, si es una amenaza que el monopolista llevaría a cabo en caso que le tocara jugar. Consideremos la situación del monopolista al llegar a su nodo (es decir, cuando el entrante ha decidido entrar). En ese momento el monopolio ya no puede cambiar la elección del entrante, entonces, >por qué sacrificarse para cumplir una amenaza? De esa forma es posible definir una amenaza no creíble si el jugador no utiliza la acción anunciada si acaso llega a un nodo del juego en que le toca jugarla. Una forma de seleccionar entre equilibrios, es eliminando aquellos que contienen estrategias no creíbles. Antes de precisar el concepto, es preciso contar con algunas definiciones.

**Definición 15** Un *subárbol* del juego es el subconjunto de nodos y acciones de un juego que se origina en un conjunto de información que es un *singleton*.

**Ejemplo 13** En el juego de la moneda, izquierda, hay 3 subárboles. El juego de la moneda, derecha solo tiene un subárbol.

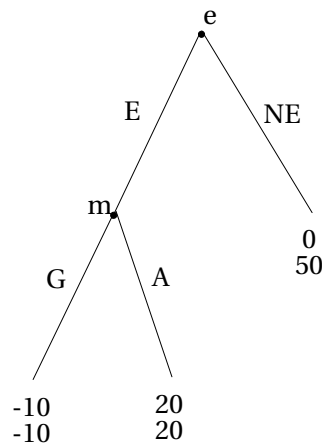


Figura 2.4: Entrada de Competencia I

◇

Consideremos una combinación de estrategias  $\sigma$  en un juego. Al considerar un subárbol del juego, se puede definir un subjuego del juego original, que corresponde al juego restringido al subárbol.

**Definición 16** Un equilibrio de Nash es *perfecto en el subjuego* (EPS) si al considerar cada subárbol, la combinación de estrategias restringidas al subárbol es un equilibrio de Nash del juego restringido al subárbol.

En la definición anterior se utiliza la llamada *racionalidad secuencial*, en la que los jugadores juegan en forma óptima en cada nodo del juego.

**Ejemplo 14** En el juego de entrada de competencia (figura 2.4), la combinación de estrategias (NE,G) es un equilibrio de Nash pero no es perfecto en el subjuego.

◇

Para encontrar los EPS en juegos de información perfecta (i.e. cada conjunto de información es un nodo único) basta utilizar el método de *inducción hacia atrás*. Se parte desde los nodos penúltimos y se elige en cada nodo la mejor acción (un problema de teoría de decisiones, ya que hay un solo jugador). Se reemplaza el juego original por uno en que se eliminan los nodos terminales y los nodos penúltimos se transforman en los nodos terminales de un juego simplificado, con los valores asociados a la mejor estrategia a usar en cada nodo penúltimo. Se prosigue hasta terminar el juego. Este procedimiento lleva a una solución única (salvo que los pagos a los jugadores sean los mismos en nodos terminales distintos).

**Ejemplo 15** En la figura 2.5, mostrar que existe un equilibrio (en estrategias puras) en que el jugador 3 obtiene un pago de 6, pero que no es EPS. Encontrar el único EPS del juego.

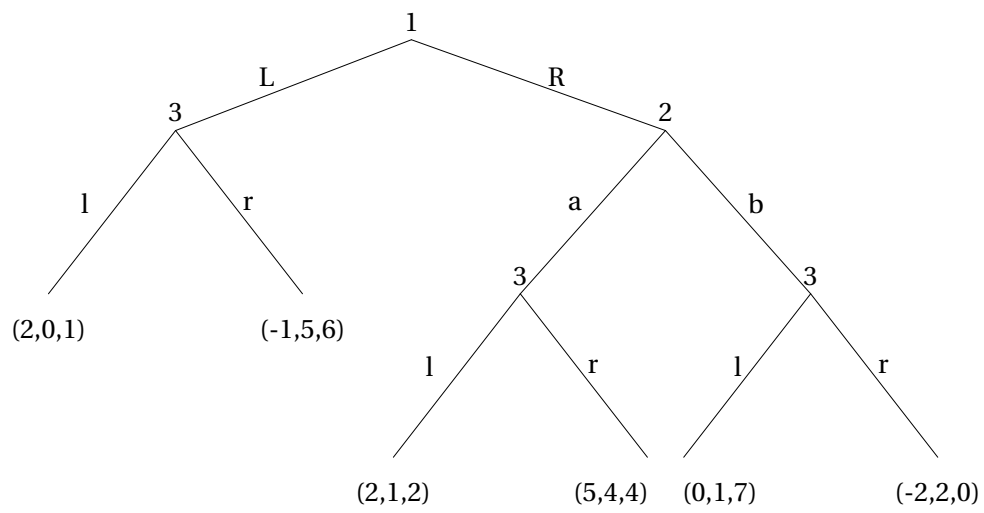


Figura 2.5: Un juego con tres jugadores

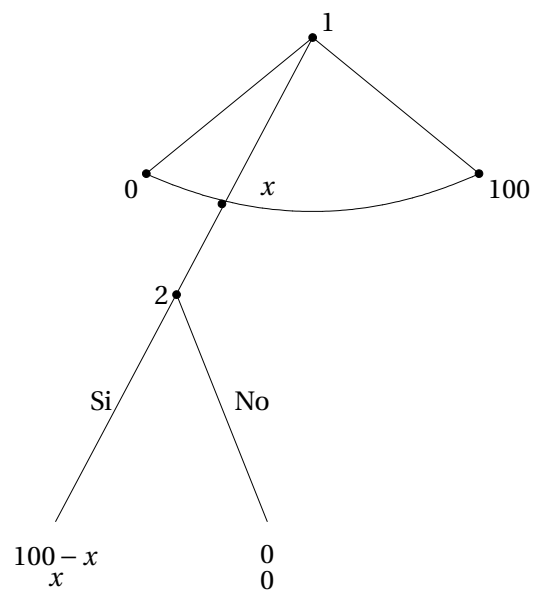


Figura 2.6: El juego del ultimátum I

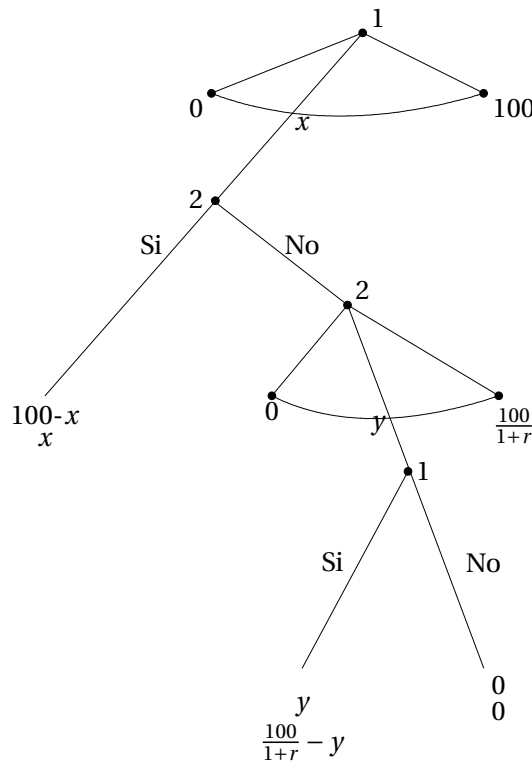


Figura 2.7: El juego del ultimátum II

**Ejercicio 7** En la figura 2.6 se muestra el juego del ultimátum I. Dos jugadores deben repartirse \$100. El primer jugador hace una oferta  $x$ , que es lo que le entrega al jugador 2 si este acepta la oferta. Si no lo hace, ambos jugadores terminan con cero. Encuentre un set de estrategias que son equilibrios de Nash. Muestre que el número de equilibrios de Nash es muy grande. Muestre que en el único EPS de este juego los pagos son (\$99.99, \$0.01).

◇

**Ejercicio 8** En el juego del ultimátum II de la figura 2.7, si el jugador 2 no acepta la oferta del jugador 1, tiene derecho a una contraoferta. Con el objeto de reflejar los costos de negociación, la suma a repartir es de  $\$100/(1+r)$ . Si el jugador 1 rechaza la contraoferta, ambos jugadores terminan con cero. ¿Cuál es el EPS del juego? Tenga cuidado al definir las estrategias. Suponga ahora que hay un tercer período en el que el jugador 1 puede hacer una contraoferta al jugador 2, pero con  $\$100/(1+r)^2$  a repartir. Encuentre el equilibrio. Finalmente, ¿puede escribir la regla general para el caso de un número indefinido de ofertas y contraofertas?

◇

El juego del ultimátum ha sido estudiado en experimentos. En estos experimentos, a voluntarios se le paga una suma fija por participar además de sumas variables que dependen

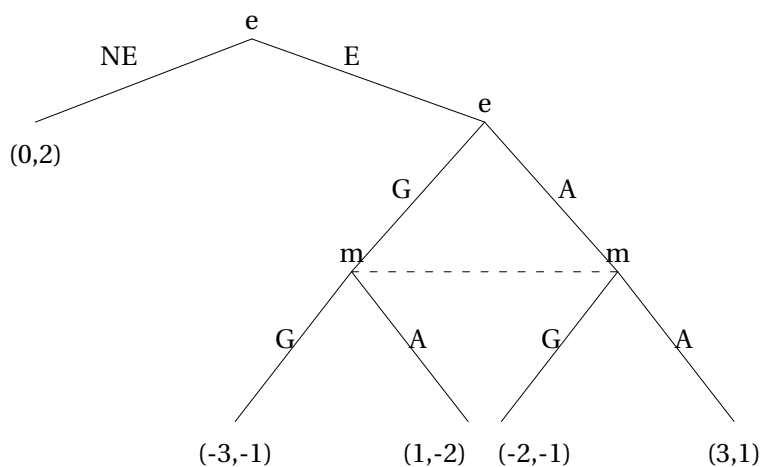


Figura 2.8: Entrada de competencia II

de cuán bien juegan contra sus contendores. El juego del ultimátum ha sido bien estudiado, y los resultados muestran que en general, la oferta del primer jugador corresponde a  $x \in [35\%, 45\%]$ . >Cómo se explica la diferencia con los resultados que se obtienen en el EPS del juego? Una posibilidad es que los pagos del juego no reflejen la utilidad que recibe el jugador 2 que sabe que el otro jugador es egoísta y se queda con la mayor parte de la suma a dividir. De acuerdo a este razonamiento, la equidad (que el jugador 1 no se aproveche) es un factor importante en la decisión de 2, y como 1 lo sabe, no se atreve a sacar toda la ventaja que podría obtener. Sin embargo, cuando las sumas son mucho mayores que aquellas de los experimentos (normalmente US\$15-30), los resultados tienden a parecerse a lo que predice el juego. En un *gedanken-experiment*<sup>15</sup>, si la suma a dividir es US\$100.000, >cuántos de nosotros estaríamos dispuestos a perder US\$5.000 (por ejemplo) para mostrarle al jugador 1 que no hizo una división justa?

La idea de racionalidad secuencial se puede aplicar incluso cuando no todos los conjunto de información son nodos individuales o *singletons*. Consideremos el juego de entrada de competencia II que se muestra en la figura 2.8. En este caso, si el entrante decide entrar, puede elegir entre una guerra de precios y acomodar, y el jugador monopolista debe elegir, en forma simultánea, que hacer. Existen tres equilibrios a este juego:

- ((No Entra, Acomodar si Entra), Guerra)
- ((No Entra, Guerra si Entra), Guerra)
- ((Entra, Acomodar si Entra), Acomodar)

de los cuales, sólo el último es EPS.

<sup>15</sup>Experimento mental.

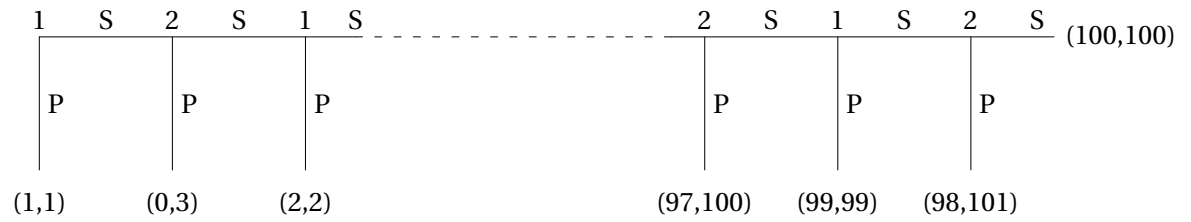


Figura 2.9: El juego del ciempiés

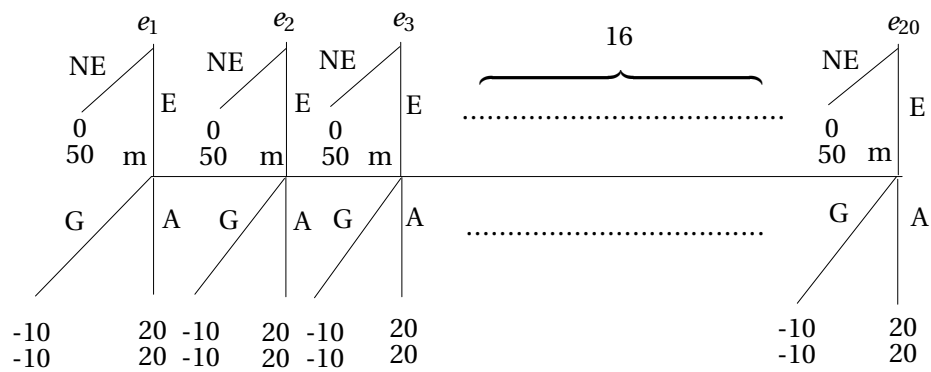


Figura 2.10: El juego del ciempiés, versión monopolio

**Problemas del equilibrio perfecto en el subjuego (EPS).**

El mecanismo de inducción inversa (y por lo tanto, el concepto de EPS) tiene algunas limitaciones como se muestra en el juego del ciempiés, figura 2.9. En este caso, a ambos jugadores les convendría colaborar y conseguir llegar al menos cerca del final, y parece razonable que así lo hagan, pero el único EPS es uno en que ambos jugadores siempre usan la estrategia de parar (P) cuando les toca jugar. El problema parece ser que la *inducción inversa* es demasiado exigente respecto a la racionalidad de los agentes, pero la solución a este problema está aún abierta.

En el siguiente caso, que se muestra en figura 2.10, se trata de un juego similar al de entrada de competencia. En este caso hay un monopolio a lo largo del país, que enfrenta potenciales entrantes en 20 localidades, uno tras otro. En cada uno de ellos se encuentra en la situación del juego de entrada de competencia, figura 2.4. Al resolver el juego por inducción inversa obtenemos que todos los entrantes entran y el monopolio nunca reacciona, lo que es poco realista. Es más razonable pensar que el monopolio al principio utilizaría la estrategia de guerra a los entrantes, hasta crearse una reputación de agresividad, y sólo cerca del final del juego estaría dispuesto a aceptar la entrada.

**Ejercicio 9** Suponga que un millonario está a punto de morir y tiene dos hijos. Ha diseñado el siguiente mecanismo para distribuir su herencia de 100 millones de dólares:

Le entrega un dólar a su hijo mayor. Este puede decidir como dividir el dólar con su hermano, o puede decirle a su padre que prosiga con el mecanismo. Si decide dividir el dólar, el resto de la fortuna (i.e., 99 millones, 999 mil 999 dólares) irá a una institución de beneficencia que ayuda a los estudiantes que han tenido problemas con IN51. Si permite que el mecanismo prosiga, el padre le quita el dólar y le pasa diez al hermano menor, preguntándole a su vez si desea dividir los diez dólares con su hermano o seguir el juego. Si el hermano menor decide dividirlo, el resto va a beneficencia. Si decide seguir, el padre le quita los diez dólares y le entrega 100 dólares al hermano mayor, y así sucesivamente, hasta llegar a dividir el total de la fortuna, es decir, 100 millones de dólares. >Cómo termina este juego? >Le parece razonable?

◇

Otro problema del EPS es la debilidad del concepto en los casos de información imperfecta. En este caso, algunos de los conjuntos de información contienen más de un elemento (no son *singletons*), por lo que el número de subárboles puede ser mucho menor que el número de nodos, o incluso puede existir un solo subárbol, como en el juego de la moneda, figura derecha. Al no existir subárboles, no podemos desagregar el juego, por lo que el concepto de EPS pierde su capacidad para eliminar equilibrios de Nash que no son creíbles. Consideremos, por ejemplo, una modificación menor del juego de entrada de competencia II (figura 2.8, la que se muestra en la figura 2.11. En este juego, que es, desde el punto de vista del jugador  $m$ , equivalente al de la figura 2.8, existe un solo subjuego, por lo que el criterio de EPS no tiene ninguna utilidad para elegir entre los dos equilibrios de Nash del juego (<búsquelos!).

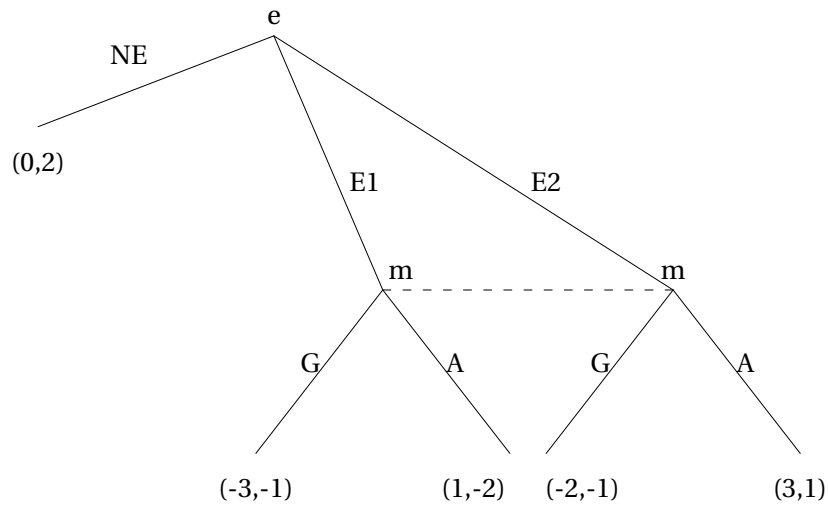


Figura 2.11: Entrada de competencia II modificado

### 2.3.6. Juegos de información incompleta e imperfecta

**Definición 17** Se dice que un juego es de *información imperfecta* cuando algunos de los conjuntos de información del juego tienen más de un nodo.

El problema en estos casos es que el concepto de subárbol usado para descartar equilibrios no razonables en el EPS pierde fuerza cuando hay menos subárboles que nodos.

**Ejemplo 16** Consideremos el juego de entrada de competencia III que se muestra en la figura 2.12. En este juego el monopolista puede invertir en tecnología, a un costo de \$20 antes de que haya entrada. Si no lo hace, estamos de vuelta en el juego de la figura 2.4. Si lo hace, es más eficiente en caso de guerra comercial, como lo muestra el subárbol del lado izquierdo para el caso de guerra. Claro que si no hay guerra esa tecnología no es necesaria, pero el costo de realizar las inversiones necesarias para estar preparados para la guerra reduce las utilidades.

El único EPS en este caso es  $s_1^* = (I, G, A)$ ,  $s_2^* = (NE, E)$ , donde los nodos se han ordenado en forma natural. El resultado es que no hay entrada y la tecnología (o capacidad) no se utiliza. Su único objeto fue asustar a la potencial competencia.

Más interesante en el juego anterior es analizar lo que sucede si la inversión en tecnología no es observable, es decir, si la firma entrante no puede determinar a ciencia cierta si el monopolio realmente realizó la inversión. En otras palabras, en este nuevo juego hay una línea punteada que une los nodos marcados  $e$  (por lo que el entrante ( $e$ ) tiene un único conjunto de información). En este caso de información imperfecta, la firma entrante tiene dos estrategias puras (contra 4 antes): las de entrar o no hacerlo. Pero entonces la estrategia del monopolio  $s_1 = (I, G, A)$  no es mejor respuesta a una estrategia pura del entrante de

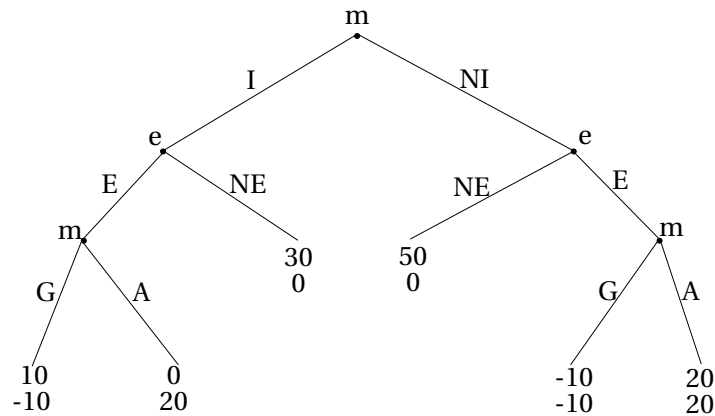


Figura 2.12: Entrada de competencia III

$s_2 = NE$ , porque en ese caso le conviene no invertir. Ahora, supongamos que el entrante anuncia  $s_2 = E$ . ¿Que puede hacer el monopolio? Si decide invertir, el entrante (que no sabe si invirtió o no) entra, y termina en guerra, obteniendo 10. Si no lo hace, termina acomodando la entrada con 20. Por lo tanto, no invierte y acomoda. En consecuencia, la amenaza del entrante es creíble, el entrante maximiza y el equilibrio es un EPS. Lo sorprendente de este caso es que al entrante le conviene no saber lo que ha hecho el monopolista, porque si lo supiera (y el monopolista sabe que el entrante sabe) no entraría, ya que el monopolista haría las inversiones.

◇

**Definición 18** Un juego es de *información incompleta* cuando los jugadores no conocen todas las características del juego, en particular, los pagos que reciben otros jugadores.

De acuerdo a lo que hemos visto hasta ahora, los juegos de este último tipo no pueden ser estudiados, ya que hemos supuesto que en los juegos, toda la información sobre la estructura del juego es conocida por los participantes. Antes de examinar como atacar el problema de equilibrios con amenazas no creíbles (o con otros defectos) en juegos con información imperfecta, se debe encontrar una forma de incorporar los juegos de información imperfecta a nuestro marco de análisis.

Harsany (1967) propuso transformar los juegos de información incompleta en juegos de información imperfecta. Supongamos que introducimos un jugador adicional, que denominamos *Naturaleza*, que recibe el mismo pago en todos los estados. Naturaleza elige un *tipo* del jugador  $i$ -ésimo, es decir un jugador  $i$  con uno de los posibles valores alternativos en los nodos terminales del juego (sus costos, en el caso del juego anterior). En este nuevo juego, solo el jugador conoce su tipo. Este juego de información imperfecta se llama juego *Bayesiano* y cabe dentro de lo que es posible analizar (ver figura 2.14). Es decir, la Transformación de Harsany transforma a cualquier juego de información incompleta en uno de

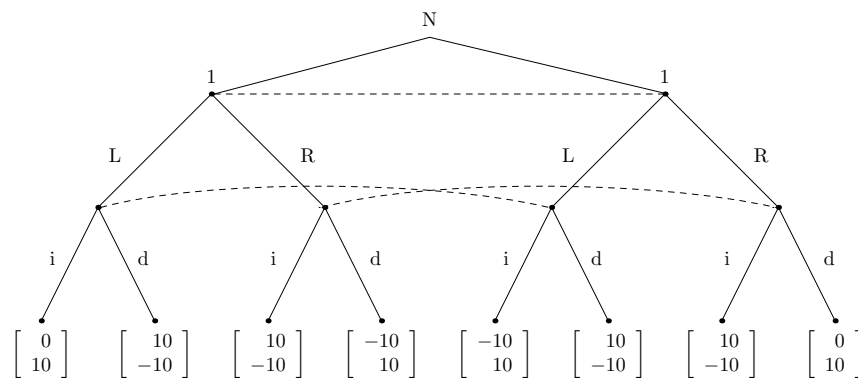


Figura 2.13: Un juego de la moneda modificado

Cuadro 2.5: Un juego de información incompleta

2 \ 1	Entra	No entra	2 \ 1	Entra	No entra
Construye	0,-1	2,0	Construye	1.5,-1	3.5, 0
No construye	2,1	3,0	No construye	2,1	3,0

información imperfecta. Esto implica que nos va a interesar como encontrar la solución a juegos de información imperfecta.

En un juego Bayesiano, supongamos que  $\theta_i \in \Theta_i$  es el tipo del jugador  $i$ . Entonces una estrategia (o *regla de decisión*) del jugador  $s_i(\theta_i)$  es una regla que le dice que hacer para cada realización de sus tipos. Ahora el jugador debe maximizar el valor esperado de sus tipos, dado las distribuciones de tipos de los demás. El *Equilibrio de Bayes-Nash* (EBN) es un equilibrio en que cada jugador maximiza esta utilidad esperada dadas las reglas de decisión de los demás jugadores. El problema, por supuesto es que pueden haber muchos equilibrios de este tipo.

### Ejemplo 17

**Ejemplo 18** Consideremos el juego siguiente (Fudenberg–Tirole, 1993), que es similar al problema de entrada de competencia, figura 2.4. El jugador 1 tiene que decidir si construir una planta, mientras el jugador 2 debe decidir si entra o no. Los pagos son los que aparecen en la tabla 18. El problema es que el jugador 2 no sabe si los costos del jugador 1 son 1.5 o 3, mientras que éste si lo sabe.

Si los costos del jugador 1 son altos (cuadro izquierdo), su estrategia dominante es no construir. En cambio, si su costo es bajo, la estrategia óptima del jugador 1 depende de su predicción de  $y$ , la probabilidad que el jugador 2 entre. Es mejor construir si

$$1,5y + 3,5(1 - y) > 2y + 3(1 - y)$$

es decir,  $y < 1/2$ . En otras palabras, el jugador 1 tiene que tratar de predecir el comportamiento del jugador 2, pero éste no puede inferir la acción del jugador 1 a partir de su conocimiento de los pagos. Aquí se debe hacer intervenir la naturaleza, que elige con probabilidad  $p$  *a priori* desde el punto de vista del jugador 2, si los costos del jugador 1 son altos o bajos, con probabilidad  $1 - p$ , como se muestra en la figura 2.14

### Refinamientos de equilibrio en el caso de información imperfecta

Una vez que hemos transformado un juego de información imperfecta en uno de información incompleta, debemos resolver el problema de elegir equilibrios “atractivos.” entre los muchos equilibrios de Bayes-Nash.

En juegos con información incompleta, se pueden definir los equilibrios *débilmente perfectos de Bayes-Nash* como un par ordenado compuesto por una *combinación de estrategias y un sistema de creencias*. Un sistema de creencias son las probabilidades que asigna un jugador a estar en un nodo particular de uno de sus conjuntos de información. Un jugador  $i$  al que le toca jugar en uno de sus conjuntos de información  $H_i \in \mathcal{H}_i$  no singleton, cree que tiene una cierta probabilidad a que su ubicación real es uno nodo particular de  $H_i$ .

Se dice que una combinación de estrategias es *secuencialmente racional* (dadas las creencias  $\mu$ ) si en cada conjunto de información  $H_i$ , cuando le toca jugar al jugador  $i$  maximiza su utilidad esperada, dado  $\mu$  y las estrategias que siguen los demás jugadores (restringidas a lo que queda del juego a partir del CI  $H_i$ ).<sup>16</sup>

Para motivar la definición de *consistencia de las creencias*, notemos que, dada una combinación de estrategias  $\sigma$ , la probabilidad condicional de alcanzar el nodo  $x$  en el conjunto de información  $H_i$  es (por la regla de Bayes):<sup>17</sup>

$$Prob(x|H_i, \sigma) = \frac{Prob(x | \sigma)}{\sum_{x' \in H_i} Prob(x' | \sigma)}$$

El equilibrio perfecto débil de Bayes-Nash (EPBN) satisface:<sup>18</sup>

1. Dadas las creencias, la estrategia de cada jugador es secuencialmente racional.
2. Las estrategias son consistentes desde un punto de vista Bayesiano; es decir, las creencias están actualizadas de acuerdo a la regla de Bayes en los conjuntos de información alcanzados en el juego (es decir, tales que  $P(H | \sigma) > 0$ ).<sup>19</sup>

<sup>16</sup>Esto es una generalización del concepto de “ser un equilibrio en cada subjuego” que subyace al EPS.

<sup>17</sup>Esta regla se aplica sólo a conjuntos de información que se alcanzan con probabilidad positiva dadas la creencias de los jugadores.

<sup>18</sup>Ver Mas-Collel *et-al.* (1995).

<sup>19</sup>Por ejemplo, si con probabilidad positiva se alcanza un nodo que un tipo de jugador no habría usado nunca, se tiene que la probabilidad asignada a ese tipo de jugador es cero o se tiene una inconsistencia.

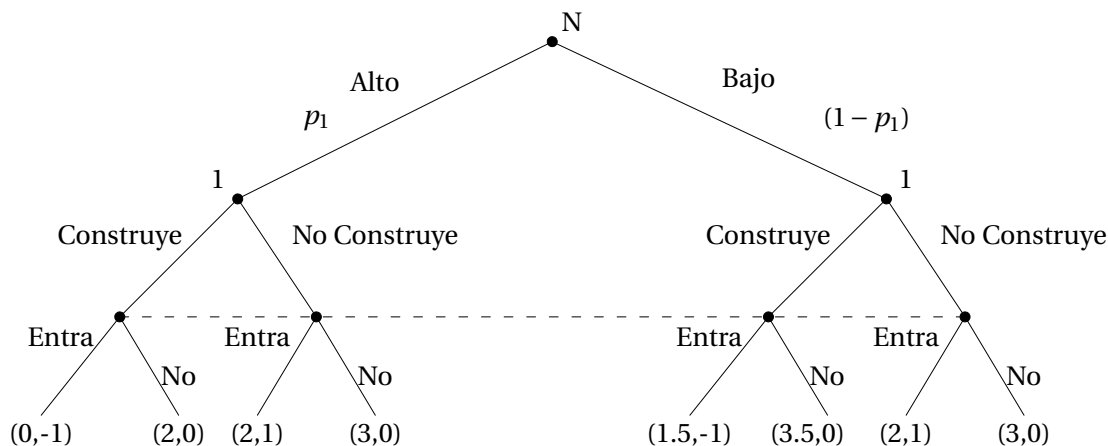


Figura 2.14: La transformación de Harsany

**Ejemplo 19** Nótese que en el juego del ejemplo anterior (figura 2.14), cuando los costos del jugador 1 son altos, es preferible no construir (es una estrategia dominante). Sea  $x$  la probabilidad de construir cuando los costos son bajos. Entonces la estrategia óptima del jugador 2 es  $y = 1$  (entrar) si  $x < 1/[2(1 - p_1)]$ ,  $y = 0$  (no entrar) si  $x > 1/[2(1 - p_1)]$ , e  $y \in [0, 1]$  si  $x = 1/[2(1 - p_1)]$ .<sup>20</sup> Asimismo, la estrategia que es mejor respuesta para el jugador 1 es  $x = 1$  (construir) si  $y > 1/2$ ,  $x = 0$  si  $y < 1/2$  y  $x \in [0, 1]$  si  $y = 1/2$ .

La búsqueda del equilibrio perfecto (débil) de Bayes-Nash se basa en encontrar  $x$  e  $y$  tal que  $x$  sea óptima para el jugador 1 con bajo costo contra el jugador 2 e  $y$  sea óptima para el jugador 2 contra el jugador 1 dadas las creencias  $p_1$  y la estrategia del jugador 1. Por ejemplo, la estrategia  $x = 0, y = 1$  es un equilibrio para todo  $p_1$  y la estrategia  $x = 1, y = 0$  es un equilibrio si y solo si  $p < 1/2$ .

◇

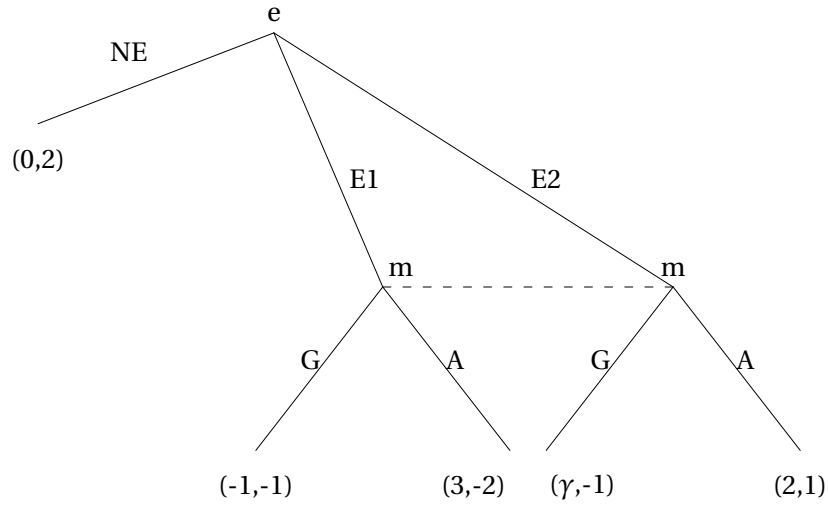
En todo caso, la definición que hemos dado de equilibrio perfecto de Bayes-Nash es débil porque no hemos impuesto condiciones sobre las creencias en nodos que no son alcanzados con probabilidad positiva, y sin embargo estas creencias pueden afectar a las estrategias. La noción de *equilibrio secuencial* es una forma de restringir las creencias en esos nodos de manera que no se produzcan inconsistencias.

Hasta ahora, en los ejemplos hemos podido usar el truco de eliminar una estrategia porque un (tipo de) jugador tenía una estrategia óptima en algunos casos.<sup>21</sup> El juego de la figura 2.15 no tiene esa propiedad.

**Ejemplo 20** En la figura 2.15, la firma  $m$  está dispuesta a pelear si la firma  $e$  usa la estrategia E1, por lo que la entrada depende del comportamiento de  $m$ . Consideramos el caso  $\gamma > 0$ .

<sup>20</sup>Para obtener estos resultados se examinan los valores esperados de las estrategias.

<sup>21</sup>Este ejemplo proviene de Mas-Collel *et-al.* (1995).

Figura 2.15: Entrada de competencia y EPBN ( $\gamma > -1$ )

Sea  $\sigma_G$  la probabilidad que  $m$  usa G luego de entrada. Sea  $\mu_1$  la probabilidad que  $m$  le asigna a E1 si observa entrada y sean  $\sigma_0$ ,  $\sigma_1$  y  $\sigma_2$  las probabilidades con que el entrante elige NE, E1 y E2, respectivamente. Notemos primero que  $m$  está dispuesto a elegir G con probabilidad positiva si y solo si  $-1 \geq -2\mu_1 + 1(1 - \mu_1)$  o sea si  $\mu_1 \geq 2/3$ .

Si  $\mu_1 > 2/3$  en el EPBN, la firma usa G con probabilidad 1. Pero entonces la firma  $e$  está usando E2 con probabilidad 1, pues  $\gamma > 0$ . En tal caso, el requerimiento de consistencia requiere  $\mu_1 = 0$ , lo que es una contradicción e indica que no estamos en un EPBN.

Si  $\mu_1 < 2/3$  en el EPBN, entonces  $m$  usa A con probabilidad 1, pero entonces  $e$  usa E1 con probabilidad 1. Entonces se tendría que  $\mu_1 = 1$ , lo que es una nueva contradicción.

Por lo tanto, en un EPBN se debe tener  $\mu_1 = 2/3$ . En tal caso, la estrategia usada por  $e$  debe ser tal que utilice la estrategia E1 con probabilidad el doble de E2. Una estrategia de equilibrio mixta para  $e$  satisface que el valor esperado para  $e$  cuando  $m$  elige pelear debe ser el mismo para E1 y E2 (ver Lema 1). Entonces se tiene

$$-1\sigma_G + 3(1 - \sigma_G) = \gamma\sigma_G + 2(1 - \sigma_G)$$

es decir,  $\sigma_G = 1/(\gamma + 2)$ . El pago esperado que recibe  $e$  en tal caso es  $(3\gamma + 2)/(\gamma + 2) > 0$ , lo que significa que NE no es utilizada. Por lo tanto el único EPBN del juego para todo  $\gamma > 0$  es:

$$(\sigma_0, \sigma_1, \sigma_2) = (0, 2/3, 1/3)$$

$$\sigma_G = 1/(\gamma + 2)$$

$$\mu_1 = 2/3$$

◇

**Ejercicio 10** Considere un duopolio de Cournot. Se tiene  $\Pi_i = q_i(\theta_i - q_i - q_j)$ , donde  $\theta_i = a_i - c_i$  es la diferencia entre la intersección de la curva de demanda y los costos marginales constantes de la firma  $i$ . Las acciones son  $s_i = q_i$ . Se sabe que  $\theta_1 = 1$ , pero la firma 1 cree que la firma 2 puede ser de dos tipos:  $\theta_2 = 3/4$  con probabilidad  $1/2$  y  $\theta_2 = 5/4$  con probabilidad  $1/2$ . Las firmas actúan en forma simultánea. Se debe resolver para un equilibrio en estrategias puras.

◇

**Ejercicio 11** Suponga que los  $n$  vecinos de la comuna de Vigo deben colaborar para comprar una ambulancia para el consultorio comunal. La calidad de la ambulancia depende de cuanto contribuye cada vecino. Suponga que el beneficio que recibe el vecino  $i$  de la ambulancia es  $\ln(\sum_j^n p_j) - p_i$ , donde  $p_j$  es la contribución de cada vecino. Suponga que hay dos formas alternativas de juntar la suma. En la primera, acuerdan una suma y todos deben cooperar en partes iguales (al que no colabora, le cortan el agua). En la segunda, cada uno colabora con lo que desea. Si hay 100 vecinos en la comunidad, ¿Cual es la recaudación bajo uno u otro sistema? ¿En que caso están mejor los vecinos? Explique sus resultados en términos de teoría de juegos. (Ayuda: Estudie el problema de maximización en cada caso.)

◇

**Ejercicio 12** Suponga dos firmas que participan en la fabricación de discos LP. Este mercado está desapareciendo, por lo que las utilidades de las firmas decrecen en el tiempo  $t$ . Si las dos firmas participan en el mercado, las utilidades de duopolio son:

$$\text{Firma 1} : 5 - t$$

$$\text{Firma 2} : 10 - 2t$$

En caso de quedar una sola firma en el mercado, las utilidades son:

$$\text{Firma 1} : 10 - t$$

$$\text{Firma 2} : 18 - 2t$$

Si una firma sale del mercado no puede volver a entrar. Determine cual firma sale primero del mercado explicando sus argumentos. Calcule las utilidades de cada firma.

◇

**Ejercicio 13** Supongamos el siguiente modelo de elecciones. Los electores están distribuidos en forma uniforme en el intervalo  $[0,1]$ , que podemos interpretar como el hecho que las preferencias de los electores son uniformes entre la extrema izquierda y extrema derecha. Los electores siempre votan por el candidato más cercano a su posición. Por ejemplo, si el candidato 1 se ubica en 0.6 y el candidato 2 se ubica en 0.8, el candidato 1 recibe todos los votos de los agentes a la izquierda más los votos de los agentes en el segmento  $[0.7,0.8]$ , es decir, un 70 % de los votos (ver figura 2.16). Cada uno de los dos partidos políticos elige la posición de su o sus candidatos simultáneamente. En caso de empate, el resultado se decide al azar, usando una moneda.

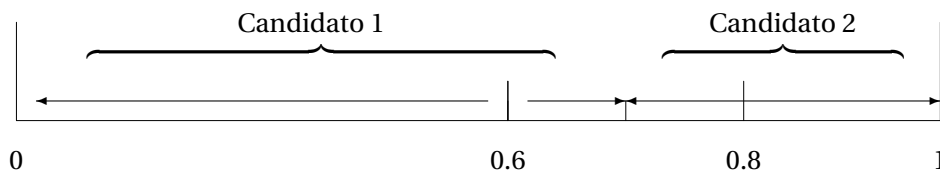


Figura 2.16: Votos recibidos por cada candidato

1. Suponga que sólo hay un cargo por circunscripción electoral (se gana por mayoría). Mostrar que para cada candidato, la estrategia de ubicarse en 0.5 es Nash. >Como se interpreta esto?
2. Suponga que el Partido 1 elige su posición antes que el partido 2. >Cual es la estrategia dominante del partido 2? >Cual es el equilibrio perfecto en el subjuego?
3. Suponga que el sistema es binominal y que hay dos cargos por circunscripción. Existen dos partidos, cada uno con dos candidatos idénticos. Examine los equilibrios de Nash en este caso.

◇

**Ejercicio 14** Suponga que hay  $I$  campesinos, cada uno de los cuales tiene el derecho a hacer pastar sus vacas en el potrero común. La cantidad de leche que una vaca produce depende de la cantidad  $N$  de vacas en el potrero. El ingreso que producen  $N$  vacas es  $Nv(N)$  para  $N < \tilde{N}$  con  $v(N) = 0$  para  $N > \tilde{N}$  y  $v(0) = 0$ ,  $v' > 0$ ,  $v'' < 0$ . Cada vaca cuesta  $c$ , con  $v(0) > c$ , y es perfectamente divisible. Todos los campesinos deciden al mismo tiempo cuantas vacas va a poner cada uno en el potrero.

1. Escriba esto como un juego en forma estratégica.
2. Encuentre el equilibrio de Nash, y compárelo con el óptimo social (lo que haría un campesino que fuera dueño del potrero). La diferencia entre el óptimo social y el equilibrio de Nash se debe a la “*Tragedia de los Comunes*” está relacionado con el dilema del prisionero.

◇

# Bibliografía

- Borel, E. (1921). The theory of play and integral equations with skew symmetric kernels (reprint 1953). *Econometrica*, 21, 101–115.
- Fudenberg, D. y Tirole, J. (1991). *Game Theory*. The MIT Press, Cambridge, MA.
- Gibbons, R. (1992). *Game Theory for Applied Economists*. Princeton University Press, Princeton, NJ.
- Harsanyi, J. (1967). Games with incomplete information played by ‘Bayesian’ players, parts I and II. *Management Science*, 14, 159–82, 320–34, 486–502.
- Kuhn, H. W. (1953). Extensive games and the problem of information. En Tucker, H. y Luce, R., editores, *Contributions to the Theory of Games II*. Princeton University Press.
- Luce, R. y Raiffa, H. (1957). *Games and Decisions*. John Wiley and Sons.
- Mas-Collel, A., Whinston, M. D. y Green, J. R. (1995). *Microeconomic Theory*. Oxford University Press, New York.
- Nash, J. (1950). Equilibrium points in n-person games. *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*, 36, 48–49.
- Neumann, J. V. y Morgenstern, O. (1944). *Theory of Games and Economic Behavior*. John Wiley and Sons, New York.
- Osborne, M. J. y Rubinstein, A. (1994). *A Course in Game Theory*. The MIT Press, Cambridge, MA.
- Selten, R. (1975). Reexamination of the perfectness concept for equilibrium points in extensive games. *International Journal of Game Theory*, 4, 25–55.
- Shapley, L. (1953). A value for n-person games. En Tucker, R., A.W. Y Luce, editor, *Contributions to the Theory of Games II*. Princeton University Press.
- VonNeumann, J. (1959). Zur theorie des gesellschaftsspiele. En Tucker, A. y Luce, R., editores, *Contributions to the Theory of Games, IV*. Princeton University Press. Inicialmente publicado en 1928.

Zermelo (1913). Über eine Anwendung der Mengenlehre auf die Theorie des Schachspiels.  
En *Proceedings of the Fifth International Congress of Mathematicians*, tomo 2. Cambridge  
University Press, Cambridge, páginas 501–504.

## Capítulo 3

# Problemas de Información<sup>1</sup>

En esta sección se utilizan las herramientas de Teoría de Juegos para estudiar los problemas provocados por la existencia de asimetrías de información, un fenómeno común en una relación entre dos partes, un *principal* y un *agente* (o empleado). Ejemplos de este tipo de situaciones son: un empleador que no conoce el esfuerzo real que está ejerciendo un trabajador, un comprador de autos usados que no conoce el estado del auto que le ofrece el vendedor o un regulador que no conoce los costos de la empresa regulada. Estas asimetrías de información tienen efectos importantes, al afectar el tipo de contratos que es posible establecer entre las partes y por lo tanto reducen la eficiencia económica respecto a una situación en la que estas asimetrías no existen.

Examinaremos dos vertientes de la Teoría de la Información Asimétrica: los problemas de riesgo moral, analizados por primera vez por Mirrlees (1971), Mirrlees (1974) y Mirrlees (1975) y los de selección adversa, que se originan en Akerlof (1970).

El análisis de los modelos de riesgo moral comienza estudiando un modelo en el que no existen asimetrías de información y lo comparamos con la situación cuando existen asimetrías. Supondremos que los resultados del agente dependen de su esfuerzo y de un factor aleatorio. Por ejemplo, las ventas de un vendedor viajero dependen de su esfuerzo pero también de circunstancias fuera de su control (visitas de otros vendedores, el clima, situación económica, etc). El resultado de los esfuerzos del vendedor será una variable aleatoria  $x_i$ , condicional en el esfuerzo desplegado la que, en el caso particular de un número finito de estados de la naturaleza, se puede escribir:

$$Prob(x = x_i | e) = p_i(e), i = 1 \dots n$$

con  $\sum p_i = 1$ . Suponemos  $p_i(e) > 0, \forall i$ , lo que será importante en el desarrollo posterior.<sup>2</sup> Supondremos que el principal obtiene utilidad de los resultados del agente,  $B(x - w)$ , donde  $w$  representa los pagos hechos al agente. Se tiene  $B' > 0, B'' \leq 0$ , es decir, el principal es neutral o adverso al riesgo. El agente, a su vez, obtiene utilidad de los pagos, pero recibe desutilidad producto del esfuerzo realizado:

---

<sup>1</sup>La mayor parte del material teórico de esta sección proviene de Macho-Stadler y Pérez-Castrillo (1997)

<sup>2</sup>Si se observa un evento con  $p_i(e) = 0$ , sabemos que el esfuerzo no puede haber sido  $e$ , por lo que la información del esfuerzo es conocida en este caso.

$$U(w, e) = u(w) - v(e)$$

Para simplificar hemos supuesto que las preferencias del agente son separables en pagos y esfuerzo. Suponemos que  $u' > 0$ ,  $u'' < 0$ ,  $v' > 0$ ,  $v'' > 0$ . Estos supuestos implican que la aversión al riesgo del agente no depende del esfuerzo, sino sólo de la variación en los ingresos y que la desutilidad del esfuerzo aumenta con el nivel de esfuerzo.

En este modelo simple se puede observar que existe un conflicto entre los intereses del agente y los del principal. Primero, porque solo al principal le interesa (directamente) el resultado; segundo, porque solo al agente le interesa el esfuerzo y; tercero, porque supondremos que a mayor esfuerzo es más probable que ocurra un buen resultado. Supondremos que el principal le ofrece al agente un contrato que especifica cuánto se le paga al agente en base a resultados. Supondremos que al agente no le es posible negociar el contrato, sino que solo puede aceptarlo o rechazarlo. Si lo rechaza, tiene una alternativa que le proporciona su utilidad de reserva  $\mathcal{U}$ , que es lo que obtendría en otra actividad. Esto significa que el agente nunca acepta un contrato que le ofrece menos de  $\mathcal{U}$ .

Ahora bien, el contrato debe estar especificado en términos de variables *verificables*. Una variable es verificable si se puede ir a una corte de justicia y verificar (a bajo costo) el valor de la variable. La cualidad de ser una variable verificable es distinta de la de ser una variable *observable*: podemos observar que el agente no ha respetado el contrato, pero si no podemos verificarlo ante la justicia, no tendrá ningún efecto.<sup>3</sup> Supondremos que un contrato especificado en términos de variables no verificables no será respetado a menos que a las partes les convenga respetarlo *ex post*.

**Ejemplo 21** Algunos casos en que se observan conflictos de este tipo: accionistas versus el gerente de una empresa, votantes versus candidatos, empresa versus contratista.

◇

### 3.1. El caso de información simétrica

En la situación inicial, suponemos que toda la información es verificable. Por lo tanto, el principal puede contratar tanto los pagos por resultados como el esfuerzo a solicitar al agente.<sup>4</sup> El contrato debe ser *eficiente* en el sentido que el principal compara todos los contratos que son aceptables para el agente (es decir le entregan al menos la utilidad de reserva  $\mathcal{U}$ ) y entre ellos debe elegir aquél que consigue a menor costo el esfuerzo deseado. El problema del principal se puede escribir:

$$\begin{aligned} \text{Max}_{\{e, (w(x_i))_1^n\}} \quad & \sum_{i=1}^n p_i(e) B(x_i - w(x_i)) \\ \text{s.t.} \quad & \sum p_i(e) u(w(x_i)) - v(e) \geq \mathcal{U} \end{aligned} \quad (3.1)$$

<sup>3</sup> Aquí se nota la importancia de un sistema de resolución de conflictos eficiente: permite que más tipos de contratos sean verificables, aumentando la eficiencia del sistema económico.

<sup>4</sup> Los pagos dependerán de lo que el principal espera como resultado.

La restricción sobre los contratos se denomina *restricción de participación*. Recordemos que en este caso el principal puede verificar ante la justicia el esfuerzo del agente, por lo que si éste decide aceptar el contrato, tiene que entregar el nivel de esfuerzo comprometido. Dado el nivel de esfuerzo que requiere el principal, el problema del contrato óptimo (es decir encontrar  $w$  eficiente) tiene buenas propiedades: se trata de un problema de maximización con un maximando cóncavo (suma de funciones cóncavas) y una restricción también cóncava.<sup>5</sup> Suponiendo dado el esfuerzo  $e^0$ , el contrato eficiente  $\{w^0(x_i)\}$  satisface las condiciones de primer orden:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial w(x_i)}(w^0, e^0, \lambda^0) = -p_i(e^0)B'(x_i - w^0(x_i)) + \lambda^0 p_i(e^0)u'(w^0(x_i)) = 0$$

de donde se obtiene:

$$\lambda^0 = \frac{B'(x_i - w^0(x_i))}{u'(w^0(x_i))}, \quad \forall i = 1, \dots, n. \quad (3.2)$$

Intuitivamente, el multiplicador tiene que ser positivo, o el principal estaría pagando demasiado al agente. Esto se comprueba ya que si  $\lambda^0$  fuera cero se tendría  $B'(\cdot) = 0$  o  $u'(\cdot) = \infty$ , lo que es imposible dados los supuestos sobre las funciones de utilidad. Por lo tanto la restricción de participación es activa. El resultado importante es:

**Proposición 1** *En todos los estados de la naturaleza el contrato óptimo especifica que las razones de las utilidades marginales del principal y del agente son constantes.*

En el caso de dos estados la solución óptima se puede representar gráficamente en una caja de Edgeworth, como lo muestra la figura 3.1. En ella se muestran los dos resultados en cada estado  $x_1$  y  $x_2$ , con  $x_1 < x_2$ , como el largo y el ancho de la caja de Edgeworth. Las curvas de indiferencia son convexas, reflejando que los agentes prefieren resultados en que se obtienen cantidades similares en los dos estados (son adversos al riesgo). Para determinar el contrato óptimo, notemos que en la solución el agente recibe la utilidad  $\mathcal{U}$  que obtendría en otra actividad (ya que la restricción de participación es activa). Sobre esta curva de indiferencia se aplica la condición (3.2) es decir, la intersección se produce en el punto de tangencia, es decir el punto que satisface:

$$\frac{B'(x_2 - w_2)}{B'(x_1 - w_1)} = \frac{u'(w_2)}{u'(w_1)} \quad (3.3)$$

y la restricción  $\sum p_i(e)u(w(x_i)) - v(e) = \mathcal{U}$ . Las líneas de  $45^\circ \overline{O_A A}$  y  $\overline{O_P P}$  representan combinaciones de resultados en que se obtiene lo mismo en los dos estados (combinaciones sin riesgo). Como el equilibrio descrito en la proposición 1 se encuentra entre ambas líneas de certeza, ambas partes deben asumir algún nivel de riesgo en el equilibrio.

Un caso interesante ocurre cuando el principal es neutro al riesgo,  $B' = cte$ . En este caso, la curva de indiferencia del principal es una recta. Por lo tanto, la ecuación (3.3) queda transformada en  $u'(w_i) = cte$ , lo que puede ocurrir si y solo si  $w_1 = w_2$ . Es decir, cuando el

<sup>5</sup>En cambio, no se puede asegurar tan fácilmente que el problema del esfuerzo óptimo satisfaga las condiciones de Kuhn-Tucker.

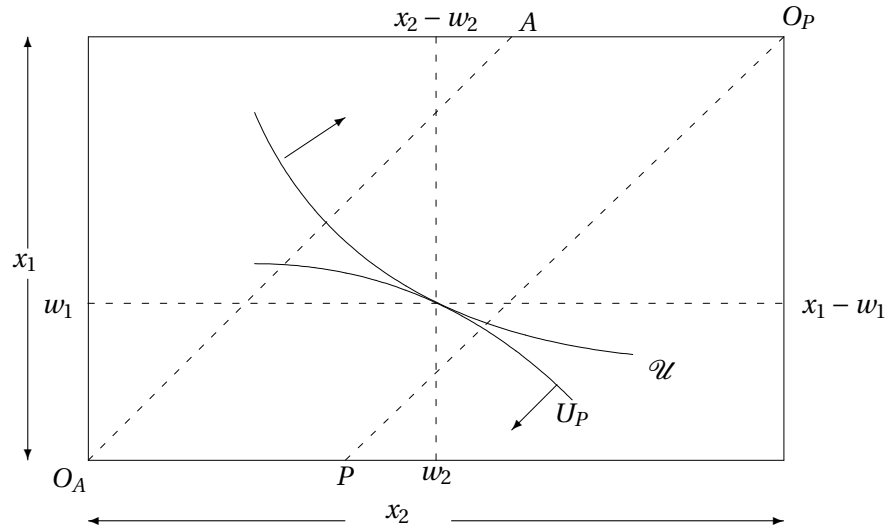


Figura 3.1: Agente-principal con información completa

principal es neutro al riesgo debe asumir todo el riesgo, dando un *seguro completo* al agente. Por consiguiente, el agente recibe el mismo resultado independientemente del resultado.

Cuando ambas partes son adversas al riesgo, el equilibrio requiere que ambos acepten riesgo. Derivando la expresión (3.2) respecto a los resultados  $x_i$  se tiene:

$$-B'' \left[ 1 - \frac{dw^0}{dx_i} \right] + \lambda u'' \frac{dw^0}{dx_i} = 0$$

Sustituyendo (3.2) en la expresión anterior se obtiene:

$$(B''/B') \left[ 1 - \frac{dw^0}{dx_i} \right] + (u''/u') \frac{dw^0}{dx_i} = 0$$

Definiendo los coeficientes absolutos de aversión al riesgo como  $r_P = -B''/B'$  y  $r_A = -u''/u'$  para el principal y el agente respectivamente, se puede reescribir la expresión anterior como:

$$\frac{dw^0}{dx_i} = \frac{r_P}{r_P + r_A} \quad (3.4)$$

que nos indica la sensibilidad del salario del agente a los resultados en cada estado. Mientras más adverso al riesgo el agente, su salario debería ser menos sensible al resultado. Mientras más adverso al riesgo el principal, más variables deberían ser los salarios.<sup>6</sup>

<sup>6</sup>Es interesante señalar que durante los años 60, algunos críticos señalaban que la agricultura chilena (y de otros países en desarrollo) era ineficiente, debido a que no todos los trabajadores agrícolas tenían un sueldo

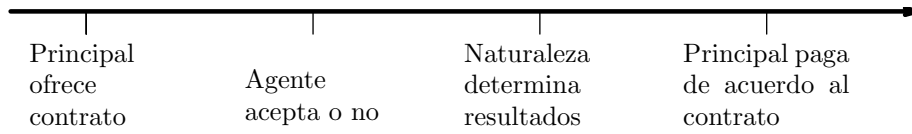


Figura 3.2: Estructura temporal del juego con riesgo moral

### 3.2. Riesgo moral

Supondremos ahora que el esfuerzo no es verificable, por lo que no puede estar incluido en un contrato.<sup>7</sup> Una vez aceptado el contrato, el agente elige el nivel de esfuerzo que más le acomoda. Si el contrato especifica un salario constante, el agente siempre elige el esfuerzo mínimo,  $e^{min}$ , ya que esforzarse no le ofrece ningún beneficio. El principal, que lo sabe, le ofrece el salario mínimo  $w^{min}$  que compensa al agente por ese nivel de esfuerzo. Usando el hecho que la restricción de participación es activa, se obtiene:

$$w^{min} = u^{-1}(\mathcal{U} + v(e^{min})) \quad (3.5)$$

La única forma de obtener un mayor nivel de esfuerzo es mediante un contrato que no asegure totalmente al agente. El principal puede incentivar al agente a esforzarse ofreciéndole un contrato con salarios que dependen del resultado. El problema entonces es como combinar dos efectos que van en direcciones contrarias: el efecto de los incentivos, que introducen riesgo y el hecho que ambas partes son adversas al riesgo. Podemos pensar en el siguiente juego: El principal ofrece un contrato; luego el agente decide si lo acepta o no; si lo hace realiza un nivel de esfuerzo no verificable. Finalmente la naturaleza actúa para producir el resultado final. Este es un juego de información completa (aunque imperfecta), dado que los contratos no dependen del esfuerzo, sino solo del resultado, el que es observable por el principal. Al resolverlo por inducción inversa se obtiene un equilibrio perfecto en el subjuego.

El nivel de esfuerzo  $e$  elegido por el agente satisface<sup>8</sup>

$$e \in \arg \max_{\{\hat{e}\}} \left\{ \sum_{i=1}^n p_i(\hat{e}) u(w(x_i)) - v(\hat{e}) \right\} \quad (3.6)$$

Esta condición es la *restricción de incentivos* (o de compatibilidad de incentivos) y refleja el problema de riesgo moral. Una vez aceptado el contrato y dado que el esfuerzo no es verificable, el agente elige el esfuerzo que maximiza su utilidad. En la etapa anterior, dado el esfuerzo que el agente sabe que llevará a cabo y los términos del contrato, el agente decide

fijo: muchos tenían contratos de mediería. En estos contratos, el agricultor le cede al trabajador un terreno para que lo cultive y luego comparten la cosecha. Estos críticos señalaban que los trabajadores agrícolas tienen bajos ingresos comparados con los dueños de la tierra por lo que son más adversos al riesgo. Concluían que los contratos de mediería son ineficientes ya que el trabajador y el agricultor enfrentan el mismo riesgo. En la sección 3.2 se examina este argumento en más detalle.

<sup>7</sup>O si lo está, no tiene efectos sobre el comportamiento de los agentes.

<sup>8</sup>En la expresión que sigue, la notación,  $e \in \arg \max \{ \dots \}$  indica que  $e$  es un elemento del conjunto de soluciones del problema de maximización.

si aceptar el contrato dependiendo de si éste le da más utilidad que su alternativa externa, esto es, si se cumple la restricción de participación. En la primera etapa del juego, el principal diseña el contrato, teniendo en cuenta el comportamiento del agente. Por lo tanto, el contrato ofrecido es solución del problema:

$$\begin{aligned}
 & \text{Max}_{\{e, \{w(x_i)\}_{i=1}^n\}} && \sum_{i=1}^n p_i(e) B(x_i - w(x_i)) \\
 & \text{s.t.} && \sum_{i=1}^n p_i(e) u(w(x_i)) - v(e) \geq \mathcal{U} \\
 & && e \in \arg \max_{\{\hat{e}\}} \left\{ \sum_{i=1}^n p_i(\hat{e}) u(w(x_i)) - v(\hat{e}) \right\}
 \end{aligned} \tag{3.7}$$

**Ejercicio 15** Considere el siguiente problema de producción en equipo. Un grupo de investigadores deben desarrollar un nuevo producto. Hay  $n$  científicos en el laboratorio, y  $e_i$  es el esfuerzo que hace el científico  $i$ . El valor del nuevo producto depende del esfuerzo de cada científico:  $V = \sum_i \sqrt{e_i}$ . El salario de los científicos es  $w_i$ , y suponemos que son los dueños de la empresa, de manera que  $\sum_i w_i = V$ . Las preferencias son idénticas:  $U_i = w_i - e_i$ . Considere sólo equilibrios simétricos.

1. Suponga que no hay problemas de observabilidad (todos pueden verificar cuánto se esfuerzan los demás), de manera que todos trabajan para maximizar la utilidad promedio,  $\bar{U} = \bar{V}/n - \bar{e}$ . Encuentre el nivel de esfuerzo correspondiente.
2. Suponga que, tal como en la vida real, se distribuye el valor  $V$  en partes iguales, independientes de los esfuerzos que realiza cada agente, el que no se pueden verificar. Cada agente maximiza su utilidad independientemente de los demás. Encuentre el esfuerzo de equilibrio.
3. Muestre que en el segundo caso la ineficiencia aumenta a medida que aumenta el número de científicos y que en particular, mientras más científicos en el laboratorio, más bajo el bienestar. >¿Qué juego le recuerda?

◇

### 3.2.1. El caso de dos niveles de esfuerzo

El caso más sencillo de analizar es aquél en que hay sólo dos niveles de esfuerzo posibles,  $e^H$  y  $e^L$ . Supondremos además que el principal es neutral al riesgo y el agente es adverso al riesgo.<sup>9</sup> La desutilidad del esfuerzo bajo es menor que la del esfuerzo alto:  $v(e^H) > v(e^L)$ . Los resultados se ordenan:  $x_1 < x_2 < \dots < x_n$ . Definimos  $p_i^H$  ( $p_i^L$ ) como la probabilidad del estado  $i$  cuando el esfuerzo es alto (bajo). Suponemos que el principal prefiere que el agente se esfuerce. Un caso en que esto ocurre es cuando:

<sup>9</sup>Otro caso simple es cuando el agente es la parte neutral al riesgo. El contrato óptimo es uno en que el agente se compromete a pagar una suma fija independiente del estado de la naturaleza, es decir es un contrato de franquicia.

$$\sum_{i=1}^k p_i^H < \sum_{i=1}^k p_i^L, \forall k = 1 \dots n-1 \quad (3.8)$$

Esta condición se denomina *dominancia estocástica de primer orden* e implica que cuando el agente no se esfuerza son más probables los malos resultados.<sup>10</sup> La restricción de compatibilidad de incentivos se puede reescribir como:

$$\sum_1^n p_i^H u(w(x_i)) - v(e^H) \geq \sum_1^n p_i^L u(w(x_i)) - v(e^L) \Leftrightarrow \sum_1^n (p_i^H - p_i^L) u(w(x_i)) \geq v(e^H) - v(e^L)$$

Esta última expresión se puede interpretar como sigue: el agente está dispuesto a realizar el esfuerzo alto si el cambio en la utilidad esperada de los salarios es mayor que el cambio en la desutilidad del esfuerzo. En el caso en que el principal es neutral al riesgo, debe resolver el siguiente problema:

$$\begin{aligned} \text{Max}_{\{w(x_i)\}} \quad & \sum_1^n p_i^H (x_i - w(x_i)) \\ \text{s.t.} \quad & \sum_1^n p_i^H u(w(x_i)) - v(e^H) \geq \mathcal{U} \end{aligned} \quad (3.9)$$

$$\sum_1^n (p_i^H - p_i^L) u(w(x_i)) \geq v(e^H) - v(e^L) \quad (3.10)$$

Para resolver este problema derivamos el lagrangiano del problema con respecto a los  $w(x_i)$ . Se tiene:

$$-p_i^H + \lambda p_i^H u'(w(x_i)) + \mu (p_i^H - p_i^L) u'(w(x_i)) = 0$$

que es equivalente a:

$$\frac{p_i^H}{u'(w(x_i))} = \lambda p_i^H + \mu (p_i^H - p_i^L), \forall i = 1, \dots, n \quad (3.11)$$

Se puede reescribir la ecuación anterior de una manera más intuitiva como:

$$\frac{1}{u'(w(x_i))} = \lambda + \mu \left[ 1 - \frac{p_i^L}{p_i^H} \right] \quad (3.12)$$

De la ecuación anterior se obtiene  $\mu > 0$ , por lo que la restricción de incentivos es activa. Para demostrar esto, recordemos que Kuhn-Tucker implica  $\mu \geq 0$ . Si  $\mu = 0$ , la ecuación anterior implica que los salarios serían constantes, como en el caso de información simétrica. Pero en ese caso la restricción de compatibilidad de incentivos (3.10) no puede cumplirse,

<sup>10</sup>El problema en que el principal no desea el esfuerzo alto es sencillo. Basta con pagar la utilidad de reserva del agente para que éste no se esfuerce. El salario constante correspondiente es el definido en (3.5).

ya que su lado izquierdo es igual a cero, mientras que el lado derecho es positivo. Sumando las ecuaciones (3.11) sobre los  $i$  y recordando que las probabilidades suman 1, se tiene:

$$\lambda = \sum_1^n \frac{p_i^H}{u'(w(x_i))} > 0$$

lo que indica que la restricción de participación (3.9) también es activa.

Dado que la restricción de incentivos es activa, el problema de riesgo moral es costoso para el principal, en el sentido de obtener menores utilidades que si el problema no existiera.<sup>11</sup>

La ecuación (3.12) muestra que el salario es mayor mientras menor sea la razón  $(p_i^L/p_i^H)$ , ya que el lado izquierdo de la ecuación es creciente en el salario (ya que la utilidad marginal del ingreso es decreciente.) La *razón de verosimilitud*  $(p_i^L/p_i^H)$  indica la “precisión” que un resultado  $x_i$  señala que el esfuerzo fue alto. Si la razón de verosimilitud es decreciente en  $i$ , mejores resultados resultan en mejores salarios.

Nótese que el *único motivo* por que al agente se le paga más cuando el resultado es bueno es porque en este caso es más probable que se haya esforzado y no porque el principal valora más el buen resultado. Para entender esto, supongamos que si el agente se esfuerza el resultado puede ser muy bueno o muy malo, pero si no se esfuerza el resultado es intermedio. En ese caso, el salario sería más alto en caso del mal resultado que en caso del resultado intermedio, porque señala que el agente se ha esforzado (y es lo que quiere el principal).

Si la razón de verosimilitud es decreciente se dice que se tiene la *propiedad de razón de verosimilitud uniforme*. Es una hipótesis más fuerte que la de dominancia estocástica de primer orden.

### Ejercicio 16

La firma Frescolín S.A. de productos refrigerados está pensando contratar un gerente y debe estudiar un esquema de salarios y bonificaciones para éste. La probabilidad de un buen resultado es  $p$  si el gerente se esfuerza y  $q$  si no lo hace. El buen resultado es  $\Pi^a$ , el malo  $\Pi^b$ . Como los dueños de Frescolín S.A. no pueden verificar si el gerente se esfuerza, deben incentivarlo a hacerlo mediante un esquema de bonificaciones en caso de éxito. Los dueños saben que los gerentes tienen funciones de utilidad

$$U = \begin{cases} (1 - 1/w - g) & \text{si se esfuerza} \\ (1 - 1/w) & \text{si no lo hace} \end{cases}$$

El mercado de los gerentes es competitivo, por lo que los dueños saben que el sueldo (esperado) de los gerentes se lleva todo el beneficio esperado. Además saben que si no hacen esforzarse a los gerentes, las firmas tienen pérdidas.

1. Encuentre las ecuaciones que determinan los salarios.

<sup>11</sup>En ese caso la única restricción relevante es la de participación.

2. Suponga que  $g = 1/5$ ,  $q = 1/4$ ,  $p = 3/4$ ,  $\Pi^a = 1/2$ ,  $\Pi^b = 1/4$ . Encuentre los salarios que incentivan el esfuerzo. (Nota: El salario en el mal estado de la naturaleza puede contener una multa.)

◇

### 3.2.2. Problemas del análisis

En muchos casos es difícil observar los resultados de los esfuerzos del agente, como ocurre en la administración pública. En tales casos, puede convenir pagar un salario constante y recibir el nivel bajo de esfuerzo.

**Ejemplo 22** El gobierno de Chile ha tratado de establecer incentivos al esfuerzo de la burocracia mediante la creación de una serie de medidas de desempeño, y de bonos relacionados con el cumplimiento de las metas de estas medidas. La pregunta es si las metas corresponden efectivamente a lo que se desea que los burócratas hagan y si no los estamos distraendo de otras funciones más difíciles de medir.

En muchos casos no existe una única medida de los resultados: un contratista al que se le paga por pieza puede ofrecer mala calidad, a un profesor al que le da un incentivo por la cantidad de alumnos que pasan de cursos, puede terminar menos interesado en el desempeño de los niños que pasan de curso. Este ha sido el argumento del colegio profesional de profesores para oponerse a la introducción de tests estandarizados para medir calidad y más especialmente, para usar estas pruebas para premiar los buenos resultados.

**Ejemplo 23** A principios de los ochenta, el Ministerio de Salud estableció un pago por atención en la salud primaria. Los médicos rápidamente aprendieron que era eficiente (para ellos) atender lo más rápidamente posible a los pacientes, sin examinarlos, en algunos casos, con la atención necesaria.

**Ejemplo 24** Una forma de incentivar a los ejecutivos en los bancos es dando bonos por la cantidad de créditos de consumo que generan. Después de muy malas experiencias con la calidad de los préstamos generados bajo este sistema, los bancos en general ya no ofrecen este tipo de incentivos.

En general cuando el principal tiene múltiples objetivos nos encontramos en problemas graves con el uso de incentivos. Si se dan incentivos en base a un solo objetivo, todos los esfuerzos recaerán en éste y los demás objetivos serán descuidados. Existen dos opciones: la primera consiste en crear un índice de resultados en que cada objetivo tiene un peso en el total y la segunda consiste en concentrarse en uno de los objetivos, siempre y cuando se alcance un estándar de calidad mínimo en los demás objetivos. La primera alternativa tiene el inconveniente que si las ponderaciones de cada objetivo no están relacionados con los costos relativos para el agente, el problema continúa existiendo. Como estos costos normalmente no tienen que ver con la valoración del principal de los objetivos generalmente este problema existe. La segunda alternativa no tiene este problema, pero nos asegura que los objetivos secundarios solo se alcanzarán en su mínimo técnico.

**Ejemplo 25** *El caso del Banco Barings*

Uno de los problemas que tienen muchas empresas es que dependen de unos pocos vendedores estrellas para la mayor parte de sus ingresos. Esto significa que estos vendedores disponen de mucho poder al interior de la empresa. En el caso de los bancos comerciales, y sobre todo los bancos de inversión, los operadores que realizan las transacciones de tipo “mesa de dinero” (bancos comerciales), o de especulación financiera con fondos propios (bancos de inversión) cumplen este rol. El problema, en el caso de los bancos es que los operadores pueden poner en peligro la estabilidad del banco al “apostar” cantidades cada vez más grandes en operaciones especulativas cuando les va mal, para tratar de mejorar su situación. Por lo tanto, los bancos disponen de sistemas de análisis de riesgo que limitan cuánto pueden manejar los operadores, los que dependen de la exposición del banco a los distintos instrumentos especulativos. Los operadores, por supuesto, odian estas restricciones, por lo que el ejecutivo que debe controlar los niveles de riesgo debe tener la capacidad de imponer sus criterios. El problema es que a menudo los operadores son los que generan las ganancias del banco, por lo que el directorio o la gerencia tratan de complacerlos, limitando la actividad del ejecutivo de control de riesgo. Esto ocurrió en el caso del Banco Barings. Este banco de inversión inglés ya había quebrado en los 1890's luego de prestar a la industria ferroviaria argentina, pero se recuperó y a fines de los 90's tenía utilidades importantes. Sin embargo, casi todas provenían de la especulación con fondos propios, ya que el banco no tenía grandes ventajas (tenía una capitalización relativamente pequeña en un mundo globalizado y era anticuado). Cuando el controlador de riesgo intentó limitar la exposición de riesgo del operador principal, Nick Leeson, el controlador fue despedido, porque el directorio no quería matar la gallina de los huevos de oro. El problema, por supuesto, fue que gran parte de las especulaciones (y las ganancias) provenían de una “bicicleta”, en la que el operador había perdido el control de sus especulaciones y necesitaba sumas cada vez mayores para tratar de recuperarse. Eventualmente el Banco Barings, uno de los bancos más tradicionales del Reino Unido, quebró y fué vendido en una suma nominal a ING Bank de Holanda.

◇

**Ejemplo 26 (Holmstrom y Milgrom (1987))** Supongamos un agente que tiene como alternativa un salario de 0. Supongamos que el agente tiene una función de utilidad con coeficiente absoluto de aversión al riesgo constante:  $u(w) = -e^{-rw}$ . Suponemos que el resultado del esfuerzo es  $x = e + \epsilon$ , donde  $\epsilon$  sigue una distribución normal con media 0 y varianza  $\sigma^2$ . En tal caso, el valor esperado del resultado (que es lo que le interesa a un principal neutral al riesgo) es  $E(x) = e$  y  $var(x) = \sigma^2$ . Supongamos ahora que el contrato con el agente es lineal:  $w(x) = a + bx$ . El equivalente cierto  $w_e$  de su esquema de incentivos (lo que le interesa maximizar) es:

$$e^{-rw_e} = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-r(a+bx-v(e))} e^{-(x-e)^2/2\sigma^2} \frac{dx}{\sqrt{2\pi}\sigma}$$

de donde se obtiene que el equivalente cierto del salario es<sup>12</sup>

$$w_e = a + be - v(e) - rb^2\sigma^2/2.$$

Maximizando respecto a  $e$  se tiene  $v'(e) = b$ , y en el caso particular de un costo cuadrático del esfuerzo,  $v(e) = e^2/2$ , se tiene  $e = b$ . Al principal le interesa  $E(x - w(x)) = E(e + \epsilon - be - a) = (1 - b)e - a$ . Considerando el salario alternativo de 0, se puede calcular  $a$  para que  $w_e = 0$ , lo que requiere que  $a = (r\sigma^2 - 1)e^2/2$ . Por lo tanto el problema de maximización es:

$$\begin{aligned} & \max_{\{b, a, e\}} (1 - b)e - a \\ \text{s.a. } & b = e \\ & a = (r\sigma^2 - 1)e^2/2 \end{aligned}$$

Reemplazando, el problema queda:

$$\max_{\{e\}} e - e^2(1 + r\sigma^2)/2,$$

de donde se obtiene que el esfuerzo óptimo bajo riesgo moral es

$$e^* = \frac{1}{1 + r\sigma^2} < 1$$

donde  $e = 1$  es el óptimo con información completa. Es interesante verificar que mientras más difícil sea observar el esfuerzo ( $\sigma^2$  mayor), menor es el esfuerzo que se solicita. Lo mismo ocurre si el agente es más adverso al riesgo ( $r$  mayor).

**Ejemplo 27 ((cont.) El caso de múltiples objetivos)** En el caso de objetivos múltiples, por ejemplo cantidad y calidad, es posible que uno de los objetivos se sacrifique, particularmente si uno de ellos (como la calidad), es poco observable. Supongamos que para asegurar calidad y cantidad se debe ejercer un vector de esfuerzo  $e = (e_1, e_2)$ . La desutilidad del esfuerzo es una función cuadrática  $v(e) = 1/2 e'Ve$ , donde

$$V = \begin{pmatrix} V_{11} & V_{12} \\ V_{21} & V_{22} \end{pmatrix}.$$

Las dos componentes del vector de resultados son  $x_i = e_i + \epsilon_i$ , donde  $\epsilon_i$  es una variable aleatoria bi-dimensional normalmente distribuida, con media cero y matriz de varianza covarianza

$$\Sigma = \begin{pmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} \end{pmatrix},$$

---

<sup>12</sup> Este resultado proviene de notar que

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{(-ax - x^2/(2\sigma^2))} \frac{dx}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} = e^{\left(-\frac{\sigma^2 a^2}{2}\right)}$$

donde asumiremos que sólo los elementos de la diagonal son no-nulos, para simplificar. Suponemos que el contrato es  $w(x_1, x_2) = a + b_1 x_1 + b_2 x_2 \equiv a + b'x$ . Realizando cálculos similares a los del ejemplo anterior, se obtiene:

$$w_e = a + b'e - e'Ve/2 - rb'\Sigma b/2$$

Optimizando respecto a  $e$  se obtiene  $b = Ve$ , el que se puede usar para reemplazar en la expresión para el salario equivalente.

En el caso particular en que los esfuerzos son sustitutos imperfectos, con  $V_{11} = V_{22} > V_{12} = V_{21}$ , se obtiene el siguiente resultado para el esfuerzo óptimo:

$$b_1^* = \frac{1 + r\sigma_2^2(1 - V_{12})}{1 + r(\sigma_1^2 + \sigma_2^2) + r^2\sigma_1^2\sigma_2^2(1 - V_{12}^2)}$$

$$b_2^* = \frac{1 + r\sigma_1^2(1 - V_{12})}{1 + r(\sigma_1^2 + \sigma_2^2) + r^2\sigma_1^2\sigma_2^2(1 - V_{12}^2)}$$

En el caso particular en que uno de los resultados no es observable por el principal (por ejemplo, la calidad), se tiene  $\sigma_2 = \infty$ , por lo que

$$b_1^* = \frac{1 - V_{12}}{1 + r\sigma_1^2(1 - V_{12}^2)}$$

$$b_2^* = 0.$$

Como no se puede remunerar apropiadamente el esfuerzo dedicado a la segunda actividad (porque no se puede observar), todo el peso se pone en la primera actividad. Un ejemplo de esta situación son los colegios en que se premia lo que es fácil de medir: tasa de repetición, resultados en el SIMCE, pero se omiten las variables de calidad de educación como la capacidad de aprender, los valores y otras características importantes en la educación.

### 3.2.3. Racionamiento de crédito

Hasta los años 70, uno de los problemas de la teoría económica era como explicar el racionamiento de crédito de los bancos. En general, un demandante de un producto o servicio que está dispuesto a pagar su precio de mercado puede obtenerlo en un mercado libre. Este no es siempre el caso en el mercado del crédito, y se dice que una empresa está racionada en el mercado del crédito si está dispuesta a pagar la tasa de interés del mercado y sin embargo no recibe crédito. Mostraremos que esto puede ser consecuencia del riesgo moral.

Un empresario puede elegir entre dos proyectos de inversión,  $a$  y  $b$ , los que requieren obtener recursos  $I$ , los que se piden prestados para luego devolver  $R$  (incluye interés). El resultado  $\tilde{x}_p$  es riesgoso:

$$\tilde{x}_p = \begin{cases} x_i > 0 & \text{con probabilidad } p_i \\ 0 & \text{con probabilidad } 1 - p_i \end{cases}$$

El proyecto  $a$  es menos riesgoso, pero paga menos en caso de éxito:

$$p_a x_a > p_b x_b > I, x_b > x_a, 1 > p_a > p_b > 0$$

Las deudas se pagan solo en caso de éxito, ya que si la firma quiebra, no se le pueden exigir pagos. El valor esperado para el empresario es:  $U(R, I) = p_i(x_i - R)$ . Para el banco, el valor esperado es:  $\Pi(R, I) = p_i R - I$ . Es decir, hemos supuesto que ambas partes son neutrales al riesgo. Si hubiera información simétrica, el banco podría exigir que sólo se hicieran proyectos  $a$ , exigiría  $R = x_a$  y el inversionista no perdería nada por no tener acceso al crédito y por lo tanto no habría racionamiento de éste.

Si existe riesgo moral, en el sentido que el banco no puede exigir que el inversionista invierta en proyectos de tipo  $a$  (este es el esfuerzo del agente) entonces aparecen problemas. Dado que el pago  $R$  está fijo, los empresarios eligen el proyecto más rentable. Se invierte en un proyecto tipo  $a$  si y solo si:

$$p_a(x_a - R) \geq p_b(x_b - R) \Leftrightarrow R \leq \frac{p_a x_a - p_b x_b}{p_a - p_b}$$

Si denotamos por  $\hat{R}$  la deuda que satisface la igualdad en la expresión anterior, el empresario elige el proyecto  $a$  si  $R < \hat{R}$  y  $b$  si no. Por lo tanto, las utilidades del banco está dadas por:

$$\Pi_i^* = \begin{cases} p_a R - I & \text{si } 0 \leq R \leq \hat{R} \\ p_b R - I & \text{si } \hat{R} < R \leq x_b \end{cases}$$

La figura 3.3 muestra las utilidades del banco. Si suponemos que el banco es un monopolio, entonces compara los dos máximos de su función de beneficio. Si  $p_a \hat{R} > p_b x_b$  el banco hace  $R = \hat{R}$ , ya que  $\Pi^*(\hat{R}) > \Pi^*(x_b)$  y si ocurre lo contrario se tiene  $R = x_b$ .

Supongamos que la cantidad de dinero que el banco puede prestar es  $I \leq L < NI$ , donde  $N$  es el número de firmas. Cuando es óptimo usar  $R = x_b$ , las utilidades de la firma son cero y las firmas son indiferentes entre pedir prestado y no hacerlo (dado el precio de la deuda), por lo que no hay racionamiento de crédito.

Si, por el contrario, se tiene que  $R = \hat{R}$ , las utilidades de la firma que consigue un préstamo son:

$$U(\hat{R}, a) = \frac{p_b p_a (x_b - x_a)}{p_a - p_b} > 0$$

lo que significa que todas las firmas van a pedir el préstamo, es decir, la demanda por préstamos es  $NI > L$ , es decir, va a haber empresas que querrían un préstamo y no pueden acceder a él a pesar de estar dispuestos a pagar la tasa del mercado.<sup>13</sup>

**Ejemplo 28** El mercado desarrolla distintos sistemas para reducir estos problemas. Por ejemplo, en la construcción, las empresas reciben préstamos por etapas, a medida que van construyendo los pisos de un edificio. Para entregar financiamiento adicional, el banco envía a

<sup>13</sup>El fenómeno de la selección adversa también puede explicar el racionamiento de crédito Stiglitz y Weiss (1981).

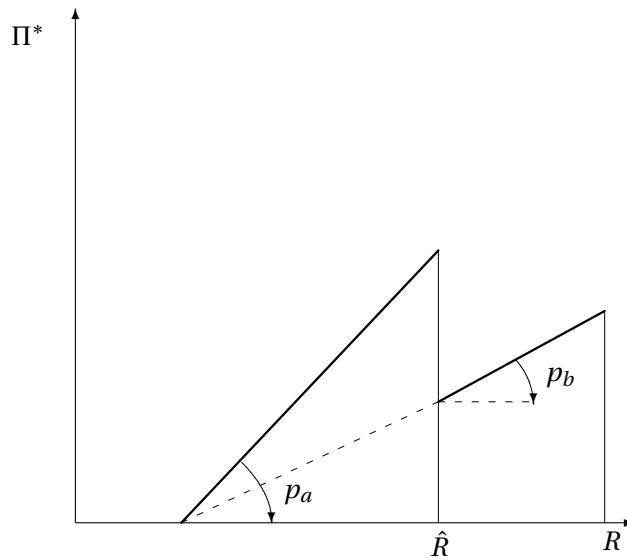


Figura 3.3: Utilidades de un banco con racionamiento de crédito

especialistas que revisan el edificio en cada etapa, y si sus comentarios no son atendidos (por ejemplo, sobre la calidad de la construcción), el financiamiento se corta hasta que el problema se resuelve. Con esto, los bancos evitan que la firma constructora destine los dineros a otros proyectos o a pagar deudas anteriores.

El problema es que este tipo de monitoreo es caro, y en muchos casos casi imposible de realizar porque no es tan obvia la inversión como lo es en el caso de la construcción. Esto explica los problemas que enfrentan las Pymes (Pequeña y mediana empresa) para tener acceso al crédito, especialmente en momentos de crisis, en el que los financistas no tienen clara la situación crediticia de las empresas.

**Ejercicio 17** Suponga que en una relación agente-principal existen tres estados de la naturaleza, con los resultados que se muestran en la tabla 17

Cuadro 3.1: Un problema de Agente principal

		<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>
Esfuerzo	$e = 6$	60.000	60.000	30.000
	$e = 4$	30.000	60.000	30.000

Tanto el agente como el principal saben que la probabilidad de cada uno de los estados de la naturaleza  $s = A, B, C$  es un tercio. Las funciones objetivo de agente y principal

son:  $B(x, w) = x - w$  y  $U(w, e) = \sqrt{w} - e$ , donde  $x(e, s)$  es el resultado y  $w = w(x)$  es el salario. La utilidad de reserva del agente es  $\mathcal{U} = 114$ . >Cual sería el esfuerzo y el salario en el caso simétrico? En el caso asimétrico: >qué esquema de pagos permite el esfuerzo bajo? >cuál permite el esfuerzo alto? >cuál es el preferido por el principal?

◇

**Ejercicio 18** Suponga que Ud. está ha creado una empresa de mucho éxito. Sin embargo, ha llegado el momento de retirarse para dedicarse a nuevos proyectos. Por lo tanto, desea contratar un gerente que maneje su empresa. Su problema es el de diseñar el contrato de incentivos, ya que no desea vigilar constantemente el esfuerzo de su gerente. La función de utilidad del gerente es conocida:

$$U = 10 - 10/w - G$$

donde  $w$  es el salario en \$MM y  $G$  es el costo en útiles del esfuerzo que realiza el gerente. Si éste se esfuerza,  $G = 2$  y si no lo hace,  $G = 0$ . Ud. sabe que si el gerente se esfuerza, con probabilidad  $p = 2/3$  la empresa tendrá utilidades altas  $\Pi^a := \$5\text{MM}$ , y con probabilidad  $(1 - p) = 1/3$  la empresa tendrá utilidades bajas  $\Pi^b := \$1\text{MM}$ . Por el contrario, si el gerente no se esfuerza, la probabilidad de las utilidades altas es  $q = 1/3$ . Ud. también sabe que el salario que el gerente podría encontrar en trabajos comparables en los que no se esfuerza es de \$1.25MM.

1. Escriba las restricciones de compatibilidad de incentivos y de participación que enfrenta el gerente.
2. Encuentre el salario correspondiente al contrato eficiente de incentivos.
3. Encuentre las utilidades de la firma.

◇

**Ejercicio 19** Suponga que el dueño de un terreno es adverso al riesgo. Un capitalista que es neutral al riesgo está dispuesto a establecer un contrato con el dueño del terreno para establecer una agroindustria. ¿Que tipo de contrato esperaríamos observar?

◇

### 3.3. El problema de selección adversa

Este problema existe cuando el agente conoce mejor sus características de lo que las conoce el principal antes de la firma del contrato. Por ejemplo, un conductor conoce mejor sus características de lo que las conoce su compañía de seguros, una firma regulada conoce mejor sus costos que el regulador, una persona que desea afiliarse a una ISAPRE conoce mejor su posibilidad de enfermedad que la ISAPRE, etc. En este tipo de situaciones se dice que existe *selección adversa*. En estos casos el agente revela información al principal sólo si le conviene. El efecto de este tipo de asimetrías de información son equilibrios ineficientes y en algunos casos la inexistencia de equilibrio. Un caso sencillo es el problema de los limones.

### 3.3.1. El problema de los limones Akerlof (1970)

Supongamos el mercado de los automóviles usados. En él hay vehículos de distintas calidades. El vendedor tiene un mejor conocimiento de la calidad del auto que el comprador, por lo que se trata de un caso de selección adversa. Supongamos que la calidad se puede representar por una variable aleatoria  $k$  distribuida en forma uniforme con  $k \in [0, 1]$ . Los peores autos son los de calidad 0. Supondremos que ambas partes son neutras al riesgo, es decir, maximizan el valor esperado de su utilidad. El valor para el comprador de un vehículo de calidad  $k$  es  $p_1 k$  y de  $p_0 k$  para el vendedor. Suponemos que  $p_1 = 3p_0/2$ , lo que indica que el bienestar aumenta si el vendedor vende su auto.

Si la información fuera simétrica, todos los autos se venderían a un precio  $p \in [p_0 k, 3p_0/2 k]$ , el precio estando determinado por las capacidades de negociación de las dos partes. Si el comprador no conoce la calidad del auto, el precio anterior no puede ser un equilibrio. Supongamos que el comprador no conoce la calidad del automóvil y es un consumidor racional (Bayesiano). Esto significa que utiliza la regla de Bayes para calcular la calidad esperada, sabiendo que ésta depende del precio de venta. Supongamos que el precio de venta es  $P$ . Dado que este es el precio que van a recibir, los únicos vendedores interesados en vender a este precio son aquellos para quienes  $P \geq p_0 k$ , es decir, ese precio sólo es posible encontrar autos de calidad  $k \leq P/p_0$ . El valor esperado, dada la distribución de  $k$  es  $K = P/(2p_0)$ . Esto implica que un consumidor que compra un auto a un precio  $P$  recibe una utilidad promedio  $p_1 K = P p_1 / (2p_0) = (3/4)P$ . Pero entonces el comprador compra por  $P$  un auto que le produce utilidad (esperada)  $3/4P$ . Pero en este caso, el único precio al que los compradores están dispuestos a comprar es  $P = 0$ , al que solamente se venden *limones*, que es el nombre que se le da en EE.UU. a los autos que son de mala calidad. Es decir, el mercado desaparece. En general el efecto de las asimetrías de información no es la desaparición del mercado ya que el principal a menudo es capaz de discriminar entre los distintos tipos de agentes pero si hace que se establezcan menos contratos o que éstos sean más ineficientes.

En el caso de los vendedores de autos, el ofrecimiento de garantías permitiría discriminar entre quienes venden autos buenos (y están dispuestos a ofrecer garantías) de los que venden limones.

### 3.3.2. El caso de las enfermedades catastróficas en las ISAPRE <sup>14</sup>

Las ISAPRE enfrentan el problema de no saber si un potencial cliente tiene el riesgo promedio o tiene mayor riesgo de lo normal. Las ISAPRE saben que si diseñan planes que cubren las enfermedades catastróficas más caras, los más interesados en participar en el plan son quienes tienen más probabilidades de utilizarlos.<sup>15</sup> Por lo tanto, y dado que la ley no permite utilizar el estado de salud (determinado, por ejemplo, mediante un examen previo a la incorporación) para discriminar entre los potenciales clientes, no ofrecen planes con este tipo de cobertura en forma individual. Recientemente, y luego de fuertes críticas al sistema debido justamente a la inexistencia de buena cobertura de enfermedades catastró-

<sup>14</sup>Ver Fischer y Serra (1996).

<sup>15</sup>Una enfermedad se dice catastrófica si el costo de la atención es muy elevado en relación al ingreso del cotizante.

ficas, las ISAPRE en forma conjunta han decidido ofrecer planes de este tipo, pero para ello debieron coordinar sus acciones. Si no se coordinan, cada ISAPRE tiene incentivos a robarse (entre ellas) a los clientes más sanos ofreciendo planes con buena cobertura ambulatoria y mala cobertura de enfermedades catastróficas. Incluso en este caso, la cobertura de enfermedades catastróficas tiene serias limitaciones a la libertad de elección de los afiliados, lo que es razonable dados los problemas de riesgo moral que enfrentan las ISAPRE.

### 3.3.3. Un modelo de selección adversa

Suponemos un principal neutral al riesgo que debe contratar un agente. Supondremos que el esfuerzo del agente es verificable y un esfuerzo  $e$  resulta en un beneficio esperado de  $\Pi(e) \equiv \sum_1^n p_i(e)x_i$  para el principal. Suponemos  $\Pi' > 0$ ,  $\Pi'' < 0$ .

El agente puede ser de dos tipos, indistinguibles para el principal. La única diferencia entre ellos es que la desutilidad del esfuerzo del tipo 1 es  $v(e)$  mientras que para el tipo 2 es  $kv(e)$ , con  $k > 1$ . Las utilidades de los dos tipos de agentes son:  $U^1(w, e) = u(w) - v(e)$  y  $U^2(w, e) = u(w) - kv(e)$ . El esquema del juego viene dado en la figura 3.4

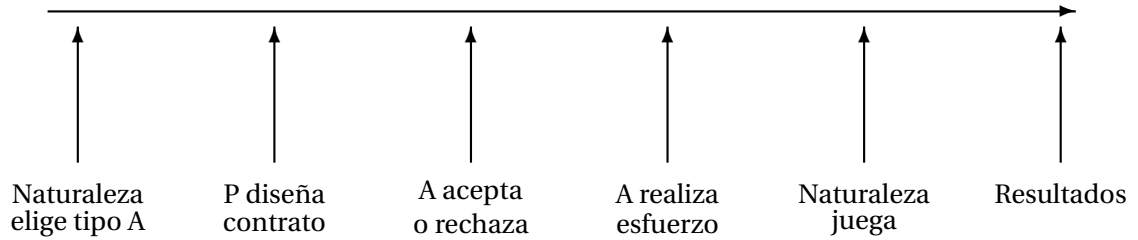


Figura 3.4: Estructura temporal del juego de selección adversa

Si no existieran asimetrías de información y el principal estuviera negociando con un agente de tipo 1, resolvería el siguiente problema:

$$\begin{aligned} \text{Max}_{\{e, w\}} \quad & \Pi(e) - w \\ \text{s. t.} \quad & u(w) - v(e) \geq \mathcal{U} \end{aligned} \quad (3.13)$$

el cual es un problema cóncavo en  $(e, w)$ . El contrato óptimo viene dado por:

$$\begin{aligned} u(w^{1*}) - v(e^{1*}) &= \mathcal{U} \\ \Pi'(e^{1*}) &= \frac{v'(e^{1*})}{u'(w^{1*})} \end{aligned}$$

La primera ecuación es la restricción de participación ya conocida. La segunda es la condición de eficiencia, que requiere que la razón de las tasas marginales de sustitución entre esfuerzo y salarios sea igual al efecto marginal del esfuerzo sobre las utilidades.

**Ejercicio 20** En el problema anterior,

1. Demuestre este resultado .
2. Encuentre las condiciones del contrato para los agentes de tipo 2.

◇

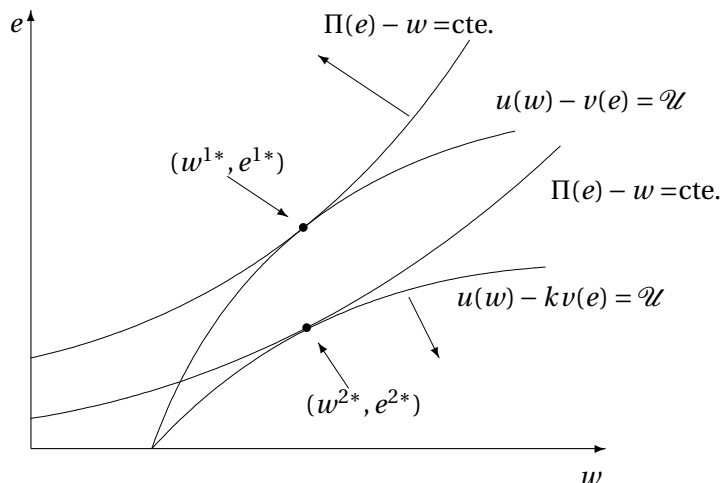


Figura 3.5: Contratos con información simétrica

Es posible dibujar ambos tipos de contratos, como se muestra en la figura 3.5. En ella se muestran las curvas de isoutilidad del principal y las de los agentes. El equilibrio se encuentra en el punto de tangencia. Se puede ver claramente que se demanda más esfuerzo del agente de tipo 1, pero en cambio no es necesariamente cierto que se le pague más, lo que es razonable pues por un lado el agente de tipo 2 hay que pagarle más para cada nivel de esfuerzo, pero por otro lado, al principal no le interesa que se esfuerce mucho ya que es muy caro.

Cuando el principal no conoce los tipos de los agentes, los contratos anteriores no son una buena idea, ya que el agente de tipo 1 obtiene más utilidad haciéndose pasar por un agente de tipo 2, ya que se mueve en la dirección que aumenta su bienestar. Por lo tanto, el principal va a tener que modificar el contrato para tener en cuenta las asimetrías de información. Supongamos que la probabilidad de que un agente sea del tipo 1 es  $q \in (0, 1)$ .

Veremos que el contrato eficiente va a estar diseñado para que cada tipo de agente seleccione un tipo de contrato distinto (es decir  $(e^1, w^1) \neq (e^2, w^2)$ ), un fenómeno de auto-selección).<sup>16</sup> El problema del principal es el de diseñar un menú de contratos que conduzca a la auto-selección de los agentes y que maximice su utilidad. El problema es:

<sup>16</sup>Si ahondar, se puede mostrar que el contrato discriminante no es sólo el mejor entre aquellos que ofrecen esfuerzos y salarios sino que entre todos los posibles mecanismos más complejos de contratos, lo que denomina el *principio de revelación*.

$$\begin{aligned} \text{Max}_{\{(e^1, w^1), (e^2, w^2)\}} \quad & q [\Pi(e^1) - w(e^1)] + (1 - q) [\Pi(e^2) - w(e^2)] \\ \text{s.t} \quad & u(w^1) - v(e^1) \geq \mathcal{U} \end{aligned} \quad (3.14)$$

$$u(w^2) - kv(e^2) \geq \mathcal{U} \quad (3.15)$$

$$u(w^1) - v(e^1) \geq u(w^2) - v(e^2) \quad (3.16)$$

$$u(w^2) - kv(e^2) \geq u(w^1) - kv(e^1) \quad (3.17)$$

Las dos primeras restricciones son las restricciones de participación, las dos segundas aseguran que los agentes no tienen incentivos a hacerse pasar por miembros de otro grupo y se denominan restricciones de *autoselección* o de compatibilidad de incentivos. En realidad, se puede eliminar la restricción (3.14), ya que es implicada por (3.15) y (3.16).

**Ejercicio 21** Demostrar esta afirmación. ◇

Esta es una característica de los problemas de selección adversa: la restricción de participación no es relevante para los agentes de tipo 1 (de menor desutilidad del esfuerzo). Esto nos indica que obtendrán una utilidad mayor que en su alternativa, es decir, obtienen una renta informacional, debido a la asimetría de información. Debe notarse también que al agente de tipo 1 se le demanda un esfuerzo mayor, ya que de (3.16) y (3.17) se obtiene:

$$v(e^1) - v(e^2) \leq u(w^1) - u(w^2) \leq k(v(e^1) - v(e^2)) \quad (3.18)$$

lo que implica que  $v(e^1) \geq (e^2)$  dado que  $k > 1$ .

**Proposición 2** El problema de maximización anterior implica que:

$$\begin{aligned} u(w^1) - v(e^1) &= \mathcal{U} + (k - 1)v(e^2) \\ u(w^2) - kv(e^2) &= \mathcal{U} \\ \Pi'(e^1) &= \frac{v'(e^1)}{u'(w^1)} \\ \Pi'(e^2) &= \frac{kv'(e^2)}{u'(w^2)} + \frac{q(k - 1)}{(1 - q)} \frac{v'(e^2)}{u'(w^1)} \end{aligned}$$

**Demostración:** Asignamos multiplicadores  $\lambda, \mu, \delta$  a las restricciones (3.15), (3.16) y (3.17) respectivamente. Derivando el lagrangiano se obtiene:

$$\mu - \delta = \frac{q}{u'(w^1)} \quad (3.19)$$

$$\lambda - \mu + \delta = \frac{1 - q}{u'(w^2)} \quad (3.20)$$

$$\mu - \delta k = \frac{q\Pi'(e^1)}{v'(e^1)} \quad (3.21)$$

$$\lambda k - \mu + \delta k = \frac{(1 - q)\Pi'(e^2)}{v'(e^2)} \quad (3.22)$$

Considerando las expresiones anteriores por pares se tiene:

$$\lambda = \frac{q}{u'(w^1)} + \frac{1-q}{u'(w^2)} \quad (3.23)$$

$$\lambda k = \frac{q\Pi'(e^1)}{v'(e^1)} + \frac{(1-q)\Pi'(e^2)}{v'(e^2)} \quad (3.24)$$

De lo cual se concluye que la restricción de participación de los agentes de tipo 2 es activa ( $\lambda > 0$ ). Más aún,  $\mu > 0$ , porque si no, (3.19) implicaría que  $\delta < 0$ , lo que es imposible (Kuhn-Tucker). Esto implica que la restricción de compatibilidad de incentivos es activa para los individuos de tipo 1. Se puede ver también que  $e^1 \neq e^2$ , porque si no, por (3.18) se tiene que  $u'(w^1) = u'(w^2)$ . Entonces, usando (3.23) y (3.24), se tendría

$$\lambda = \frac{1}{u'(w)} = \frac{\Pi'(e)}{kv'(e)}$$

Por último, se tendría, usando (3.19) y (3.21):

$$\begin{aligned} \mu &= \frac{q}{u'(w)} + \delta = q\lambda + \delta \\ \mu &= \frac{q\Pi'(e)}{v'(e)} + \delta k = k(q\lambda + \delta) \end{aligned}$$

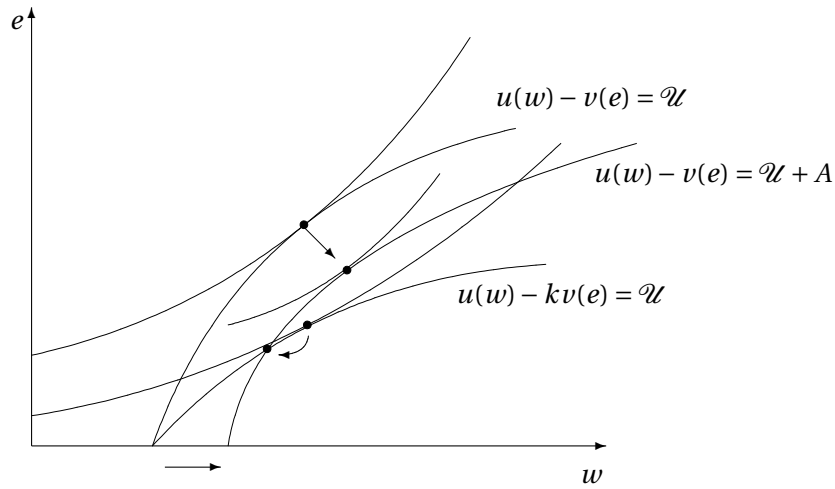


Figura 3.6: Contratos con información asimétrica

lo que es obviamente imposible ya que  $k > 1, \mu > 0$ . Por lo tanto, los contratos tienen que ser distintos. Ahora bien, dado que  $e^1 > e^2$ , no es posible que ambas restricciones de autoselección sean activas, ya que por (3.18), y  $k > 1$ , sólo una de las dos puede ser activa. Dado que

$\mu > 0$ , la restricción de autoselección de los agentes de tipo 1 es activa, lo que implica que las de los agente de tipo 2 no lo es, es decir,  $\delta = 0$ . De aquí pueden derivarse directamente las igualdades de la proposición. Es interesante verificar que la primera igualdad muestra que el agente de tipo 1 recibe una utilidad estrictamente mayor que su alternativa, que le da  $\mathcal{U}$ . Además es una restricción activa, es decir, el contrato es eficiente para ese agente (pero no para el de tipo 2 que se ve sujeto sólo por la restricción de participación).

■

La figura 3.6 muestra la renta informacional que obtienen los agentes del tipo 1, los que obtienen una combinación salario esfuerzo mejor que la que tenían en el caso de información simétrica. En el caso particular en que los agentes son neutros al riesgo, la condición de eficiencia

$$\Pi'(e^1) = \frac{v'(e^1)}{u'(w^1)}$$

no depende de  $w$ , ya que  $u'$  es constante. Por lo tanto,  $e^1 = e^{1*}$ , y el esfuerzo es el óptimo bajo información simétrica. También es importante notar que el contrato para los agentes de tipo 2 también es modificado para hacerlo menos atractivo para los agentes de tipo 1. Se les paga menos por menos esfuerzo que en el caso de información simétrica. La magnitud de esta distorsión depende de  $q$ . Cuando es menos probable encontrarse con un agente de tipo 2, el principal está dispuesto a sacrificar más eficiencia en los contratos destinados a este tipo, con el objeto de pagarles menos a los agentes de tipo 1.<sup>17</sup>

Una última consideración. El principal podría estar interesado en contratar solamente a los agentes de tipo 1, diseñando un solo contrato, el que que nunca les interesaría a los del tipo 2. Ese contrato sería el eficiente para el tipo 1 (ya no hay problemas de información), y las utilidades esperadas serían  $q(\Pi(e^{1*}) - w^{1*})$ . Para saber que conviene, se deben comparar las utilidades esperadas en cada caso:

$$q(\Pi(e^{1*}) - w^{1*}) \leq q(\Pi(e^1) - w^1) + (1 - q)(\Pi(e^2) - w^2)$$

### 3.3.4. Seguros

Suponemos un mundo en el que hay muchas compañías de seguros que compiten entre ellas. Existen dos tipos de agentes: aquellos con baja probabilidad de accidente  $\pi_1$  y de alta probabilidad de accidente  $\pi_2$ .<sup>18</sup> Un agente, si no tiene un accidente, dispone de una riqueza  $W$ . Con un siniestro, su pérdida es  $L$  y el ingreso que le queda es  $W - L$ . Los agentes son adversos al riesgo, pero las compañías de seguro no lo son. La Ley de los Grandes Números les asegura que enfrentan un riesgo muy bajo, ya que tienen muchos clientes con riesgos independientes.

**Ejercicio 22** En base al comentario anterior, ¿porqué son renuentes las compañías de seguros a ofrecer seguros contra terremotos o contra destrozos por actos terroristas?

<sup>17</sup>Vale la pena recordar que la aversión al riesgo de los agentes no es importante en los resultados, ya que todo el problema aparece porque el principal no sabe a quien le ofrece su contrato.

<sup>18</sup>Es importante notar que los agentes de "baja" demanda por seguros son los que tienen menos accidentes.

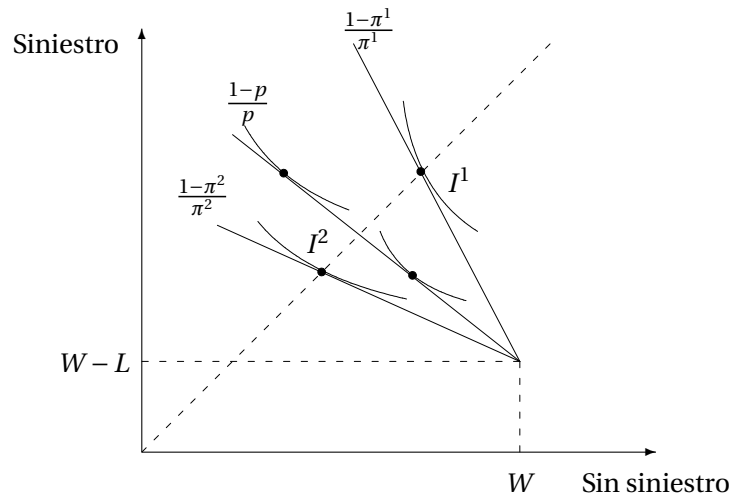


Figura 3.7: Precios de seguros y elección

◇

El precio del seguro es  $p$  por unidad, lo que significa que si se paga  $pz$  se recibe  $z$  en caso de siniestro. El problema de maximización de un agente de tipo  $i$  es:

$$\text{Max}_z \pi^i u(W - L - pz + z) + (1 - \pi^i) u(W - pz)$$

El valor de  $z$  óptimo es el que resuelve las CPO:

$$\frac{u'(W - L - pz + z)}{u'(W - pz)} = \frac{(1 - \pi^i)p}{\pi^i(1 - p)}$$

Dado que  $(1 - \pi^1)/\pi^1 > (1 - \pi^2)/\pi^2$  se tiene que  $z_1 < z_2$ , es decir, los agentes con mayor tasa de siniestralidad son los que más demandan seguros. Notemos que las condiciones de cero-utilidad de las firmas aseguradoras implican que (sin costos de administración)  $0 = -\pi^i z + pz \Rightarrow \pi^i = p$  para cada tipo de agente. Consideremos las curvas de indiferencia de los agentes en el espacio de estados de la riqueza del agente con y sin siniestro. En este plano, indicado en la figura 3.7, el punto O corresponde a no tener seguro, con riqueza  $W$  sin siniestro y  $W - L$  si hubo accidente. La línea de  $45^\circ$  es aquella en la que los agentes no enfrentan riesgo ya que tienen la misma riqueza en ambos estados de la naturaleza. La utilidad aumenta a medida que nos movemos a lo largo de la línea, pues el agente tiene más riqueza en ambos estados de la naturaleza. Las curvas de indiferencia tienen la curvatura usual, ya que un agente siempre prefiere tener riqueza similar en ambos estados (es adverso al riesgo), por lo que el punto más cercano al punto (0, 0) es la diagonal. El punto esencial es que curvas de indiferencia de los agentes con menor probabilidad de accidente tienen más pendiente, lo que es consistente con el hecho que estos agentes están dispuestos a sacrificar

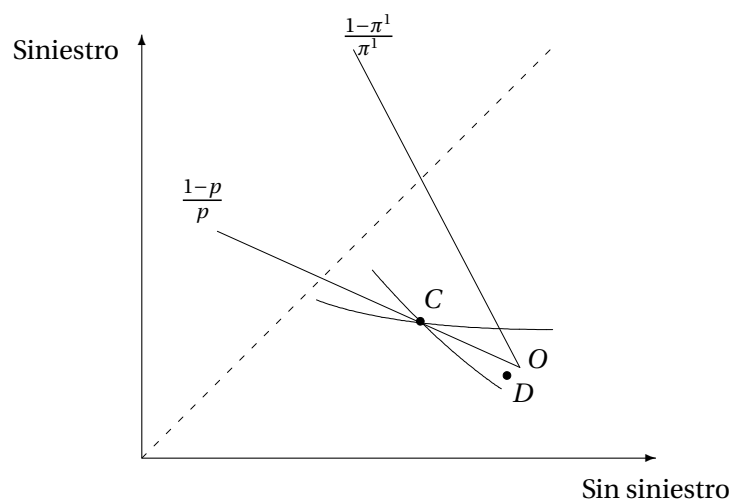
menos ingreso para asegurarse. Esta propiedad implica que las curvas de indiferencia de ambos agentes *se cortan una sola vez*.

En el plano indicado en la figura 3.7, las curvas de isoutilidad de la firma son rectas, ya que no es adversa al riesgo. A mayor precio por el seguro, la curva de indiferencia de un agente que compra el seguro se desplaza hacia  $(0, 0)$  (el agente está peor), y la de la firma se mueve en la misma dirección, con lo que tiene más utilidades. Las dos rectas de isoutilidad que parten desde el punto original (sin seguro)  $O$  con pendientes  $(1 - \pi^i)/\pi^i$  son aquellas en las que la tasa de seguro es justa, ya que le da cero utilidad a la aseguradora, lo que es lo único posible en un equilibrio con competencia de aseguradoras. Sobre estas rectas de isoutilidad, lo mejor para ambos tipos de agentes es el punto de seguro completo sobre la diagonal, indicados por  $I_i$ . Si pudiera, el agente de tipo 2 le gustaría hacerse pasar por un agente de tipo 1, ya que pagaría menos por un seguro total. Por lo tanto, a menos que la compañía aseguradora pueda distinguir entre los dos tipos de clientes, no podrá ofrecerles estos seguros, pues nadie tomaría el de precio más alto.

Alternativamente, la aseguradora podría ofrecer un precio único a todos,  $p$  con  $p \in [\pi^1, \pi^2]$ . En tal caso, el agente de alto riesgo se sobreasegura (tiene más utilidad que en el punto de seguro completo, dada que la pendiente  $p/(1 - p) > \pi^2/(1 - \pi^2)$  y por lo tanto, tiene más utilidad sobreasegurándose si el precio es  $p$ . El mismo razonamiento indica que el agente de tipo 1 se subasegura, ya que le sale muy caro el seguro completo. La compañía pierde plata con los agentes de tipo 2 y gana con los agentes de bajo riesgo, y es posible que la compañía tenga pérdidas, pues los de alto riesgo compran mucho seguro, mientras que los de bajo riesgo compran poco (por lo que la empresa gana poco con ellos). Nótese que los de bajo riesgo están subsidiando a los clientes de alto riesgo. Si sube el precio más aún, para revertir las pérdidas, más seguro desean los de alto riesgo (pues el subsidio que reciben de los de bajo riesgo aumenta), y menos compran los de bajo riesgo. Es decir, es bastante probable es que no hayan contratos de equilibrio con un solo precio. Mientras mayor sea la diferencia entre la probabilidad de siniestro, se hace más probable que el seguro único desaparezca. Al final, los únicos clientes que permanecen son los de alto riesgo (o limones), en cuyo caso, es mejor ofrecerles un seguro total solo para ellos, al precio  $p = \pi^2$ . Este caso es similar al de los limones: solo se transan los autos de mala calidad (o solo se aseguran los agentes con mucho riesgo).

### Combinaciones de precio y cobertura

Las compañías de seguro generalmente ofrecen paquetes que combinan precio y cobertura, y no permiten a los agentes elegir la cobertura a un precio dado. Esto les permite reducir los problemas anteriores. En principio podrían existir dos tipos de contratos de seguros: aquellos en que las condiciones del seguro son iguales para todo tipo de agentes (*contratos tipo pooling*) y aquellos que separan a los agentes en altos y bajos riesgos (*contratos tipo separating*). Veremos primero que los equilibrios con contratos de tipo *pooling* no son viables, y por lo tanto, si se quiere cubrir a todo el mundo, deben ofrecerse al menos dos seguros distintos. Considérese la figura 3.8. Al precio  $p$ , se ofrece un contrato  $C$  a todos los agentes. Para todos los agentes, este seguro es mejor que el punto  $O$ , pero ¿es un equilibrio? Suponga que una compañía alternativa ofrece un paquete de seguros correspondiente al punto  $D$ . Este

Figura 3.8: Imposibilidad de los contratos *pooling* de seguros

seguro es preferido por los agentes tipo 1, pero no lo toman los agentes de tipo 2, que prefieren los seguros de tipo C (ver las curvas de indiferencia). Debido a que el precio del seguro  $D$  es más alto que la probabilidad de accidente de los tipo 1,  $\pi^1$ , y como solo lo toman los clientes tipo 1, este seguro produce utilidades positivas, lo que no es compatible con la existencia de competencia en seguros. Por lo tanto, el equilibrio  $C$  no maximiza utilidades para las firmas bajo competencia.

Consideremos entonces un contrato de tipo separante. Si se quiere atender a los dos tipos de agentes, el único seguro relevante es el de la figura 3.9. Este seguro satisface tres condiciones:

1. Ambos contratos (para altos y bajos riesgos) le dan cero utilidad a las firmas (a cada agente se le cobra de acuerdo al riesgo).
2. Los agentes de tipo 2 no quieren hacerse pasar por agentes de tipo 1.
3. Los agentes tipo 2 tienen seguro completo (Si no, habrían contratos mejores para los agentes de tipo 2), los de tipo 1 tienen un seguro parcial.

Ahora bien, ni siquiera en este caso es seguro que existen equilibrios en que ambos grupos son atendidos. Si  $q$  es alto, puede que no hayan equilibrios ya que podrían existir contratos de *pooling* con utilidad positiva que son mejores para ambos agentes (ver Macho-Stadler y Pérez-Castrillo (1997)). En tal caso, las aseguradoras solo harían contratos con los agentes de alto riesgo, con seguros completos.<sup>19</sup>

<sup>19</sup>Esto es similar al caso analizado antes, en el que el empleador con selección adversa decide concentrarse sólo en los empleados con bajo costo de esfuerzo.

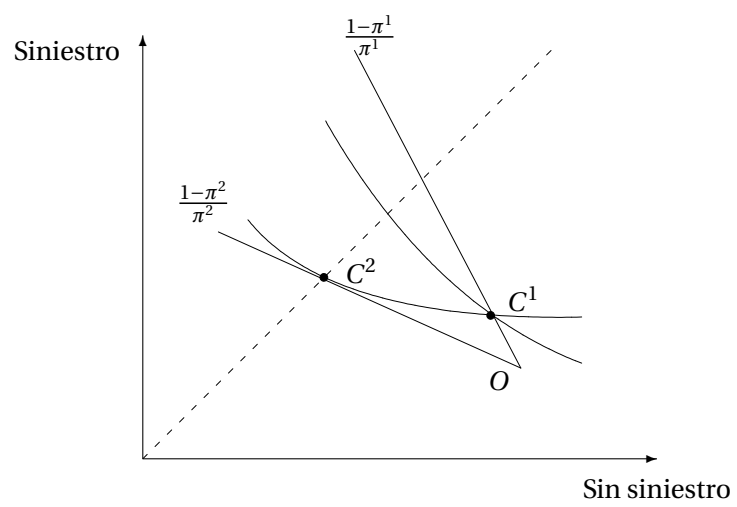


Figura 3.9: Posibilidad de contratos *separantes* de seguros

# Bibliografía

- Akerlof, G. (1970). The market for 'Lemons': Qualitative uncertainty and the market mechanism. *QJE*, 89, 488–500.
- Fischer, R. D. y Serra, P. (1996). Análisis económico del sistema de seguros de salud en Chile. *Revista de Análisis Económico*.
- Macho-Stadler, I. y Pérez-Castrillo, D. (1997). *An Introduction to the Economics of Information: Incentives and Contracts*. Oxford University Press, Oxford.
- Mirrlees, J. (1971). An exploration in the theory of optimal income taxation. *Review of Economic Studies*, 38, 175–208.
- Mirrlees, J. (1974). Notes on welfare economics, information and uncertainty. En M. Balch, D. M. y Wu, S., editores, *Essays in Economic Behavior in Uncertainty*. North-Holland, Amsterdam.
- Mirrlees, J. (1975). The theory of moral hazard and unobservable behavior. Working paper, Nuffield College, Oxford.
- Stiglitz, J. E. y Weiss, A. (1981). Credit rationing in markets with imperfect information. *American Economic Review*, 71(3), 393–410.

## Capítulo 4

# Licitaciones<sup>1</sup>

Las licitaciones o subastas se usan para vender y comprar bienes y servicios o para adjudicar contratos. Lo esencial en las licitaciones es que son esporádicas. Las comprar continuas se pueden hacer directamente en el mercado. Las dos razones para utilizarlas son:

1. El que licita no conoce con seguridad las características del negocio: sus costos, los beneficios, las probabilidades, etc. Por ejemplo, cuando el Estado licita las empresas sanitarias, aunque sabe cuales son las utilidades y los costos cuando las empresas son estatales, no tiene una noción clara de cuanto mejor lo podrían hacer los privados. Si lo supiera, podría negociar directamente con el operador más eficiente, extrayendo una parte importante de su renta.
2. El que licita, aún cuando supiera todas las características de los participantes (por ejemplo, cuanto estarían dispuestos a pagar), podría tener bajo poder de negociación. La licitación le permite hacer competir a los interesados, lo que elimina la necesidad de negociar con el licitante. En el Estado chileno, todas las compras importantes deben hacerse por licitación abierta. De esa forma se reducen los problemas de agencia (ver 3.2 que se producen dado que el Estado negocia a través de empleados públicos, quienes podrían coludirse con los licitantes).<sup>2</sup>

**Ejemplo 29** Una persona quiere vender un cuadro que valora en \$20. Hay dos posibles interesados, que lo valoran en \$70 y \$100 respectivamente. Todo esto es conocido. El dueño puede negociar el precio con quién valora más el cuadro o licitarlo. Si lo licita al mejor postor, obtiene \$70. Si lo negocia, obtiene una fracción del excedente que se genera:  $\alpha(100 - 20) = \alpha 80$ . Dependiendo de su poder de negociación (valor de  $\alpha$ ), le conviene una u otra opción.

◇

---

<sup>1</sup>Una parte importante del material de esta sección proviene de A. Galeovic. Ver también Klemperer (1999) y Klemperer (2000). Un nombre alternativo para licitaciones es *subastas*.

<sup>2</sup>Siempre existe el riesgo de que el diseño de la licitación favorezca a algunos participantes.

Hay dos tipos de licitación relevantes: aquellas en que se adjudica un objeto y se acaban las relaciones con el licitante, como en el caso de un objeto comprado en un remate por quiebra y aquellas en las que lo que se adjudica es un contrato de largo plazo. En este último caso, las interacciones entre licitante y el ganador del proceso continúan en forma posterior, y su análisis es más interesante ya que hay incentivos para renegociar el contrato, es decir, que las partes se comporten en forma oportunista. En otras palabras, la licitación original, que es un proceso competitivo, se transforma en un proceso de negociación bilateral, que es precisamente lo que se quería evitar con la licitación. Williamson (1985) llama a esto la *transformación fundamental* en licitaciones de contratos de largo plazo.

## 4.1. Mecanismos de licitación

Al comparar mecanismos de licitación, nos interesan las siguientes características de estos mecanismos: a) si son eficientes, es decir si la gana quién valora más el objeto (o contrato) licitado; b) cual genera más ingresos para el licitante y c) cuán vulnerables son a la colusión entre participantes.

### 4.1.1. Tipos de licitación

Un aspecto esencial en las licitaciones es que los agentes enfrentan información imperfecta. El tipo de equilibrio relevante es el de Bayes-Nash, ya que las estrategias de los jugadores dependen de la información que tiene y de las creencias que tienen respecto a la información de los otros jugadores. Se dice que una licitación tiene *valores privados* cuando cada participante conoce el valor del objeto licitado, pero es la única persona que lo conoce. Una licitación es de *valor común puro* si el valor es el mismo para todos, pero ningún jugador conoce con exactitud este valor y todos tienen información diferente sobre cuál es ese valor. Como un ejemplo, el valor de una concesión para explorar por petróleo depende de las investigaciones geológicas que cada firma haya realizado y que mantiene secretas. Sin embargo, la cantidad de petróleo en la concesión es la misma para todos. Por supuesto, existe un caso más general, en que cada participante tiene un valor privado pero éste depende de las valoraciones de (o, más generalmente de la información que reciben) los demás participantes. Un ejemplo sería el caso en que el valor de un cuadro se vea afectado por el valor que los demás participantes le atribuyen, ya que aumenta el valor de reventa del cuadro.

Se pueden estudiar algunas propiedades importantes de licitaciones, considerando la siguiente taxonomía de tipos simples.

**Inglesa** Corresponde al remate común. Hay un martillero quién sube el precio a partir de una postura mínima. Gana el último en aceptar un precio;

**Sobre cerrado, primer precio** Es el tipo de licitación usual en el Estado de Chile. Gana el que ofrece más por el bien en cuestión.

**Sobre cerrado, segundo precio** Gana la mejor postura, pero paga el segundo mayor precio ofrecido.

**Holandesa** El martillero parte de un precio alto y lo baja hasta que un participante decide aceptar el precio.

#### 4.1.2. Propiedades

Para comparar licitaciones estudiamos un modelo simple. El licitante valora un cuadro en 0. Los  $N$  potenciales compradores los valoran en  $v_i \in [0, V]$ . La información que tienen los participantes es:

1. Cada comprador conoce su valoración o precio de quiebre, el máximo valor que está dispuesto a pagar.
2. El licitante sabe que el precio de quiebre de cada participante se distribuye como una variable aleatoria independiente con  $v_i \sim U[0, V]$ .
3. Ningún participante en la licitación conoce el precio de quiebre de otro participante.
4. Los participantes son neutrales al riesgo, por lo que maximizan el valor esperado de su excedente:  $E(v_i - p_i)$ .
5. Lo anterior lo saben todos.

## 4.2. Comparación de licitaciones

Nos interesa primero saber cuales son los mecanismos eficientes y cuales le aseguran al mayor valor al licitante. Estudiamos por lo tanto la estrategia de equilibrio de cada licitante. Como un ejemplo de estudio consideramos el siguiente caso:

**Ejemplo 30**  $N = 5$ ,  $v_1 = 40$ ,  $v_2 = 70$ ,  $v_3 = 100$ ,  $v_4 = 140$ ,  $v_5 = 170$ .

◇

**Proposición 3** *En las licitaciones inglesa y de sobre cerrado, segundo precio:*

1. *Son eficientes*
2. *El ganador paga el segundo mayor precio de quiebre.*

**Demostración:** En la licitación inglesa la estrategia de aceptar todos los precios hasta alcanzar el precio de quiebre es dominante. Por lo tanto, gana quién tiene el precio de quiebre más alto. Paga el segundo precio más alto.

En la licitación de sobre cerrado, segundo precio, consideremos la postura del jugador 3 en el ejemplo. Si gana ofreciendo \$150, por ejemplo, y la postura que sigue es  $p$ : si  $p > 100$ , pierde  $p - 100$ . Habría sido mejor elegir  $p = 100$ . Si  $p < 100$ , el jugador paga  $p$ . Si hubiera escrito su precio de quiebre, nada habría cambiado. Un análisis similar para el caso de elegir una postura menor que su precio de quiebre nos muestra que escribir la valoración es

dominante.<sup>3</sup> Si todos lo hacen, la licitación es eficiente y el ganador paga el segundo precio de quiebre. ■

**Proposición 4** *Las licitaciones holandesa y de sobre cerrado, primer precio, son equivalentes.*

**Demostración:** Consideremos primero la licitación de sobre cerrado. Si el jugador valora en \$100 el objeto, nunca le conviene ofrecer más. Si lo hace, aunque gane la licitación, pierde. Por lo tanto, necesita ofrecer menos que \$100. Supongamos que considerando toda su información obtiene una fórmula:  $p_3^*(100) < 100$ . Los otros jugadores hacen lo mismo. Consideremos ahora la licitación holandesa. Aquí la estrategia de cada jugador le dice a que precio debe gritar “<pare!”. La estrategia es  $p_3^*(100) < 100$ , por los argumentos anteriores. Supongamos que el martillero, en vez de ir bajando los precios, le pide a cada participante que anote en un papel el número que desea y gana la postura más alta. Pero esto es una licitación de sobre cerrado, primer precio. Por lo tanto  $p_i^*(v_i) = p_i^*(v_i)$  ■

La pregunta que subsiste es como se determina la postura que los participantes utilizan en este caso. Esto va a depender de las creencias sobre las valoraciones (o tipos) de los demás jugadores. El problema es que si se baja se gana más, pero con probabilidad decreciente. Se puede encontrar la estrategia óptima en algunos casos sencillos.

**Ejemplo 31** En el caso de que los jugadores creen que los demás tienen valoraciones  $v_i \sim U([0, \bar{v}])$ , independientes. El jugador  $i$  obtiene el bien con probabilidad  $Prob\{p_i > \text{Max}_{j \neq i} p_j(v_j)\}$ . Su excedente esperado es:

$$(v_i - p_i) Prob\{p_i > \text{Max}_{j \neq i} p_j(v_j)\}$$

Vamos a hipotetizar que  $p_j(v_j) = (1 - 1/n)v_j$ , es decir, cada jugador realiza una postura que es menor que su valoración en una cantidad que depende negativamente del número de participantes. Se debe mostrar que esta estrategia para  $i$  resuelve:

$$\begin{aligned} \text{Max}_{p_i} (v_i - p_i) Prob\{p_i > \text{Max}_{i \neq j} p_j(v_j)\} &= \text{Max}_{p_i} (v_i - p_i) Prob\{p_i > \text{Max}_{i \neq j} (1 - 1/N) v_j\} \\ &= \text{Max}_{p_i} (v_i - p_i) Prob\left\{p_i \left(\frac{N}{N-1}\right) > \text{Max}_{j \neq i} v_j\right\} \\ &= \text{Max}_{p_i} (v_i - p_i) \prod_{j \neq i} Prob\left\{p_i \left(\frac{N}{N-1}\right) > v_j\right\} \\ &= \text{Max}_{p_i} (v_i - p_i) \left(\frac{p_i N}{N-1}\right)^{N-1} \left[\frac{1}{\bar{v}}\right]^{n-1} \end{aligned}$$

porque  $Prob\{v_i < a\} = \int_0^a (1/\bar{v}) dv = a/\bar{v}$ . Derivando:

<sup>3</sup> Este tipo de licitación pertenece al tipo de mecanismos que revelan la verdad (aquí, la valoración real).

$$\begin{aligned}
0 = \frac{\partial V}{\partial p_i} &= - \left( \frac{p_i N}{N-1} \right)^{N-1} \left[ \frac{1}{\bar{v}} \right]^{n-1} + (N-1) p_i^{N-2} (v_i - p_i) \left( \frac{N}{N-1} \right)^{N-1} \left[ \frac{1}{\bar{v}} \right]^{n-1} \\
&= -p_i + (N-1)(v_i - p_i)
\end{aligned}$$

$$\Rightarrow p_i = v_i(N-1)/N.$$

◇

En el ejemplo anterior vemos que la licitación de primer precio es eficiente bajo las condiciones de 4.1.2.<sup>4</sup>. >Maximiza la recaudación (en valor esperado)? La postura de equilibrio en el ejemplo 30 del jugador  $v_5$  es  $p_5 = (5-1/5) \cdot 170 = 136$ . En la licitación inglesa el jugador 5 habría pagado 140. Por lo tanto, no es obvio cual recauda más dinero. Existe un resultado famoso –y bastante contraintuitivo– de William Vickrey (1961):

**Proposición 5** *Bajo los supuestos enunciados más arriba en 4.1.2, los cuatro tipos de licitación generan la misma recaudación esperada para el vendedor.*

**Demostración:** Ver final de la sección. ■

Es interesante notar que la mayor diferencia entre las licitaciones holandesa y de sobre cerrado, primer valor respecto a las otras dos, es que en las primeras existe interacción estratégica, ya que las posturas dependen de los que los jugadores conjeturan sobre los demás. En las otras modalidades, existe una estrategia dominante que no depende de las conjeturas, por lo que no hay interacción estratégica.

### Ejercicio 23

Suponga que Ud. desea licitar una mina de cobre. Los  $n$  compradores saben cuánto cobre tiene la mina, pero dado que tienen costos de producción distintos, sus valoraciones de la mina son también distintas. Supondremos que estas valoraciones  $v_i$  están distribuidas independientemente y uniformemente en  $[0, 1]$  y que no existe aversión al riesgo entre los participantes en la licitación. El problema que usted enfrenta es como licitar para conseguir el mayor valor esperado posible. Usted dispone de dos opciones: licitación de segundo precio y licitación de primer precio.

1. La utilidad esperada por el participante  $i$  si hace una postura  $b_i$  es  $E(\Pi_i | b_i) = (v_i - b_i) \text{Prob}\{b_i > \max_{j \neq i} b_j\}$ , donde  $[nv/(n-1)]^{n-1}$  es la distribución del máximo de  $n$  variables independientes distribuidas en forma uniforme en  $[0, 1]$ . Utilice la distribución del máximo para encontrar las ofertas  $b_i^*(v)$  que forman el equilibrio de Nash (simétrico) en el caso de licitación de primer precio.

<sup>4</sup> Este resultado no es válido en general. Consideremos el siguiente ejemplo, en que la valoración de 1 es 101 y la de 2 es 50 con probabilidad 4/5 y 75 con probabilidad 1/5. Notemos que si en la modalidad holandesa 1 ofrece 51 gana el 80 % del tiempo, con un excedente esperado de 40. Si 1 ofrece 62 o más, no puede ganar más de 30 (101-62), por lo que son estrategias dominadas. Dado que nunca usaría una estrategia que tiene probabilidad positiva en un valor mayor o igual a 62, a veces gana el segundo jugador, lo que es ineficiente.

2. Utilice las ofertas  $b_i^*(v)$  obtenidas antes para calcular el valor que usted espera recibir en la licitación. (Nota: El valor esperado de una variable es la integral de la variable multiplicada por la probabilidad de la variable).
3. Usted ya conoce la oferta que debe hacer un participante en la licitación de segundo precio. Utilice esta información junto al hecho que la probabilidad de que la distribución del segundo valor más alto cuando hay  $n$  variables independientes uniformemente distribuidas en  $[0, 1]$  es  $n(n-1)v^{n-2}(1-z)$  para encontrar el valor que espera recibir en una licitación de segundo precio. >Cual sistema prefiere usted?



### 4.3. Colusión

Uno de los problemas más importantes a que se enfrentan los que licitan es la posibilidad de colusión entre licitantes. Esta posibilidad es particularmente importante en el caso de ofertas repetidas del gobierno. Por ejemplo, en Nueva Zelanda se usó el método de sobre cerrado segunda oferta para licitar bandas de frecuencia de radio. Un participante ofreció NZ\$100.000 por una banda y el segundo ofreció NZ\$6. . . Existen dos características que facilitan la colusión:

1. Si quienes participan en licitaciones lo hacen a menudo, los encuentros repetidos dan la posibilidad de compensar a los participante en un acuerdo colusivo. Pensemos, por ejemplo, en los escándalos de las licitaciones de recolección de residuos en las municipalidades.
2. La colusión es más fácil si los participantes pueden observar las posturas de cada uno.<sup>5</sup>

Se puede mostrar que la licitación en sobre cerrado, segunda opción y la licitación inglesa son las más propicias a los acuerdos colusivos. Esto se debe a que la desviación de un acuerdo colusivo no produce beneficios por lo que hay poco incentivo a desviarse.

**Ejemplo 32** Consideremos nuestro ejemplo 30 y supongamos que las valoraciones son conocidas por todos. Si no hay colusión, gana 5, y obtiene un excedente de 30 (ya que paga 140). Supongamos que 3, 4 y 5 se ponen de acuerdo para que 5 ofrezca 70, lo que les da un excedente de 100, el que se puede repartir (con la restricción de que 5 no puede recibir menos de 30). El acuerdo es que en la licitación de sobre cerrado, 5 ofrece 170 y 3 y 4 ofrecen 70. Nótese que no hay ningún incentivo para que uno de los jugadores se aparte de lo acordado, ya que 5 está usando su estrategia dominante, y 3 y 4 pueden desviarse pero no pueden ganar por hacerlo. Lo mismo sucede en los remates, ya que 5 siempre puede observar una falta al acuerdo de 3 y 4, lo que no les permite obtener beneficios de un desacuerdo.<sup>6</sup>

<sup>5</sup>Ver también los experimentos descritos en Davis y Holt (1998).

<sup>6</sup>Es por esto que los periódicos se han referido a la existencia de una mafia en los remates judiciales.

En la licitación de sobre cerrado, primer precio, la única manera de tener un acuerdo colusivo es con 5 arriesgándose a escribir  $70 + \epsilon$  en su sobre. Pero entonces 4 puede verse tentado a anotar  $70 + 2\epsilon$  y gana. lo mismo sucede en la licitación holandesa. Por lo tanto estas modalidades de licitación son más resistentes a la colusión –al menos si no se repite el juego–.

◇

#### 4.4. La maldición del ganador

Entre los 50 y los 60, el gobierno de los EE.UU. subastó al mejor postor parcelas limitadas del fondo marino del Golfo de México para exploración petrolera. Las empresas petroleras participantes hacían sondeos experimentales (si lo deseaban) y en base a estos hacían ofertas, y la postura más alta recibía los derechos de la parcela, luego de pagar la suma indicada en su postura. En 1971 un grupo de ingenieros (Cappen~E. y Campbell, 1971) se dedicó a estudiar la rentabilidad de estas concesiones. Para sorpresa de los autores, en 1223 parcelas examinadas, las pérdidas promedio fueron de US\$192,128 por parcela, usando una tasa de descuento de 12.5 %. Entre aquellas parcelas que no arrojaron pérdidas, la tasa de retorno fue de apenas un 18.74 % después de impuestos.

Como explicar este resultado? Supongamos que los sondeos exploratorios dan resultados insesgados sobre el valor de la parcela  $\bar{v}$  (considerando el costo relevante de capital para la explotación petrolera). Es decir, el valor observado por la firma  $i = 1, \dots, n$  es  $v_i = \bar{v} + \epsilon_i$ , donde suponemos que los  $\epsilon_i$  son independientes con distribución  $\epsilon_i \sim F_i(\epsilon_i)$  y  $E(\epsilon_i) = 0$ . En promedio, por lo tanto, las estimaciones son correctas, pero cada una de ellas contiene un margen de error dado por los  $\epsilon_i$ .

En una subasta como las definidas en la sección 4.1.2, el ganador (independientemente de si se trata de primer o segundo precio) será el participante cuya observación sea la más alta, es decir, el mayor de los  $\epsilon_i$ .<sup>7</sup> La distribución del máximo de las variables aleatorias  $\epsilon_m = \text{Max}_i \epsilon_i$  viene dada por:

$$\epsilon_m \sim F_m(\epsilon_m) = \sum_j^n f_j(\epsilon_m) \prod_{k \neq j} F_k(\epsilon_m) \quad (4.1)$$

donde  $f_j$  es la densidad asociada a la distribución  $F_j$ , es decir  $F_j(v) = \int_0^v f_j(s) ds$ .<sup>8</sup> En el caso particular en que las distribuciones de los errores son las mismas,  $F_j = F$ ,  $\forall j$ , se puede escribir:

$$\epsilon_m \sim n f(\epsilon_m) (F(\epsilon_m))^{n-1} \quad (4.2)$$

Es posible usar esta expresión para calcular el valor esperado de la maldición del ganador, la que se puede expresar como  $E(F_m)$ .

<sup>7</sup> Siempre y cuando los participantes no sepan de la *maldición del ganador*. Si lo saben, tomarán resguardos para protegerse.

<sup>8</sup> La intuición es simple: para que  $\epsilon_j = \epsilon_m$  sea el máximo, debe ser mayor que todas las demás, lo que ocurre con una probabilidad  $f_j(\epsilon_m) \prod_{k \neq j} F_k(\epsilon_m)$ . Como cada firma puede alcanzar el máximo, se debe sumar sobre todas las firmas, por lo que se obtiene la expresión (4.1).

**Ejercicio 24** Muestre que en el caso en que los errores en las estimaciones están distribuidos según una uniforme  $U[0, V]$ , el valor esperado del máximo de los estimadores es  $nV/(n+1)$ .

Muestre que la distribución del segundo mayor valor viene dada por:

$$f_{2m}(v) = n(n-1)(1-F(v))f(v)F^{n-2}(v)$$

Use esta distribución para mostrar que el ingreso que se obtiene en las licitaciones de primer y segundo precio es el mismo cuando la distribución de las valoraciones es  $U[0, 1]$ .

◇

>Que hacer frente a la maldición del ganador? En primer lugar, se deben ajustar las estimaciones del valor del objeto de manera que sean insesgadas. El ajuste debe depender del número de participantes. En el caso del ejercicio 24, el ajuste consiste en restar  $V(n-1)/(2n)$  a las estimaciones obtenidas. El ajuste será menor mientras menor sea la desviación estándar de las estimaciones, por lo que quien licita debería entregar toda la información disponible. Como la desviación de un promedio de estimaciones independientes es menor que la desviación de cada una de las estimaciones, puede ser útil para el participante en la licitación tener más de un grupo de estudios realizando las estimaciones en forma independiente. Por último, es útil utilizar métodos de licitación que reduzcan la incertidumbre.<sup>9</sup>

**Ejercicio 25** Suponga que el dueño de un paquete mayoritario de acciones conoce exactamente el valor  $v$  de la compañía. Quiere salirse del negocio y por lo tanto está dispuesto a vender con una rebaja de un 10 % del valor, y eso lo saben los compradores potenciales. Los compradores no conocen el valor de la fábrica, sino solamente que  $v \sim U[0, \bar{v}]$ .

1. Muestre que no hay compradores por el paquete accionario. >De qué tipo de problema de información se trata?
2. >Cuál es la rebaja necesaria para que los compradores estén interesados?

◇

## 4.5. Demostración de la equivalencia de licitaciones

La siguiente proposición se aplica tanto al caso de valores privados como al de valores comunes en los que las señales (o información) es independiente (la demostración proviene de Klemperer (1999)). Antes de comenzar la demostración notemos que una subasta con valores privados es una en que la valoración (o tipo) del participante  $i$  es  $v_i$ , y que desde el punto de vista de  $i$  las valoraciones de los demás son variables aleatorias de las que él puede conocer a lo más la distribución.

**Proposición 6** *Supongamos que los participantes en una licitación son neutrales frente al riesgo y que reciben una señal independiente de una distribución común, estrictamente creciente sin átomos. Entonces, bajo cualquier mecanismo de licitaciones en las que:*

---

<sup>9</sup>Ver Engel *et-al.* (1996).

- I. El objeto lo recibe el participante con la mayor señal (o valoración),
- II. El licitante con la menor señal recibe un excedente de cero;

entrega el mismo valor esperado por el objeto.

Se puede observar que este resultado se aplica tanto a los 4 tipos de licitaciones estudiadas como a otros tipos de licitación menos comunes.

**Demostración:** Consideramos el caso simple en el que  $n$  participantes compiten por un objeto. El participante  $i$  valora el objeto en  $v_i$ , que es información privada, pero se sabe que proviene de realizaciones independientes de una distribución común  $F(v) : [\underline{v}, \bar{v}] \rightarrow [0, 1]$ , con  $f(\underline{v}) = 0$ ,  $f(\bar{v}) = 1$ . Consideremos cualquier mecanismo que asigne el objeto entre los participantes. Dado el mecanismo, el excedente esperado que recibe  $i$  se denota como  $S_i(v)$ , como función de su tipo  $v$  (nos olvidamos del subíndice para simplificar la notación). Sea  $P_i(v)$  la probabilidad de recibir el objeto en el equilibrio. Por lo tanto, se tiene que el excedente esperado de  $i$  es  $S_i(v) = vP_i(v) - E(\text{pago del tipo } v \text{ del jugador } i)$ . Se tiene entonces la siguiente ecuación clave:

$$S_i(v) \geq S_i(\bar{v}) - (v - \bar{v})P_i(\bar{v}) \quad (4.3)$$

El lado derecho nos muestra lo que obtendría el agente  $i$  de tipo  $v$  si se desvía de su comportamiento de equilibrio y se comporta como un agente de tipo  $\bar{v}$  en el equilibrio del juego. Es decir, el tipo  $c$  imita a  $\bar{v}$ , hace el mismo pago y recibe el objeto el mismo número de veces que el tipo  $\bar{v}$ . Es decir,  $v$  obtiene la utilidad  $S_i(\bar{v})$ , salvo que en aquellos estados en que  $\bar{v}$  obtiene el objeto (lo que ocurre con probabilidad  $P_i(\bar{v})$ ), el tipo  $v$  lo valora en  $v - \bar{v}$  más que el tipo  $\bar{v}$ , por lo que el tipo  $v$  obtiene la suma adicional  $P_i(\bar{v})(v - \bar{v})$ . En un equilibrio, el tipo  $v$  no debe desear desviarse, por lo que se debe cumplir la desigualdad. Consideremos el caso de pequeñas desviaciones: dado que el tipo  $v$  no quiere imitar al tipo  $v + dv$ , se tiene:

$$S_i(v) \geq S_i(v + dv) + (-dv)P_i(v + dv)$$

y como el tipo  $v + dv$  no desea imitar a  $v$  se tiene:

$$S_i(v + dv) \geq S_i(v) + (dv)P_i(v)$$

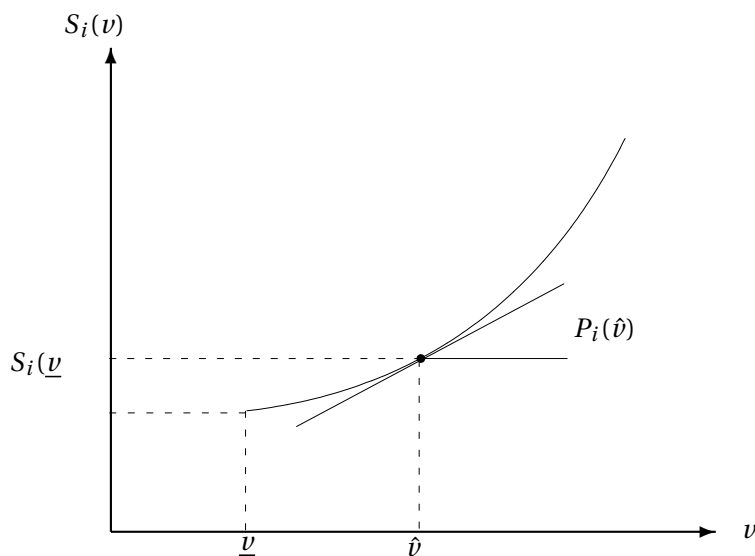
de donde

$$S_i(v + dv) \geq \frac{S_i(v + dv) - S_i(v)}{dv}$$

tomando límites cuando  $dv \rightarrow 0$

$$\frac{dS_i}{dv} = P_i(v)$$

integrando:

Figura 4.1: Excedente esperado de  $i$  como función de su tipo.

$$S_i(v) = S_i(\underline{v}) + \int_{\underline{v}}^v P_i(x) dx \quad (4.4)$$

La figura 4.1 nos muestra como se ve la función definida en (4.4). Notemos que si conocemos la constante de integración ( $S_i(\underline{v})$ ), la función definida en (4.4) queda totalmente definida. Ahora consideremos dos mecanismos con el mismo valor de  $S_i(\underline{v})$  y las mismas funciones  $P_i(v)$  para cada  $v$  y cada jugador  $i$ .<sup>10</sup> Claramente tienen la misma función de excedente asociada  $S_i(v)$ . Por lo tanto, para cada tipo  $v$ , el jugador  $i$  hace el mismo pago esperado, ya que  $S_i(v) = vP_i(v) - E(\text{pago del tipo } v \text{ del jugador } i)$  y el jugador  $i$  es neutral al riesgo. Por lo tanto, el pago esperado de  $i$ , promediado a través de todos sus tipos posibles  $v$ , es el mismo bajo ambos mecanismos. Dado que esto es válido para todos los participantes  $i$ , ambos mecanismos entregan el mismo valor esperado para el subastador.

Para terminar, consideremos el caso de mecanismos que le entregan el objeto al participante que obtuvo el mayor valor de  $v$  en el equilibrio (todas las subastas usuales tienen esta propiedad). En este caso,  $P_i(v) = F(v)^{(n-1)}$ , (la probabilidad que con un valor  $v$  el agente  $i$  sea el mayor valor es equivalente a la probabilidad que todos los demás tengan menos de  $v$ ). Asimismo, la mayoría de los mecanismos usuales no le dan nada al agente con el menor valor posible de  $v$ ,  $S_i(\underline{v}) = 0$ , así que todos estos mecanismos hacen que todos los licitantes paguen lo mismo en valor esperado y que por lo tanto el subastador reciba lo mismo en valor esperado bajo cada mecanismo.

<sup>10</sup>Este es el motivo para imponer la condición ii) del teorema. Cualquier otro valor para  $S(\underline{v})$  que sea igual para las licitaciones que se comparan habría servido.



# Bibliografía

- Cappen E., R. C. y Campbell, W. (1971). Competitive bidding in high risk situations. *Journal of Petroleum Technology*, 23, 641–653.
- Davis, D. D. y Holt, C. A. (1998). Conspiracies and secret price discounts in laboratory markets. *Economic Journal*, 108, 1–21.
- Engel, E. M., Fischer, R. D. y Galetovic, A. (1996). Licitación de carreteras en Chile. *Estudios Públicos*, (61), 5–38.
- Klemperer, P. (1999). Auction theory: A guide to the literature. *Journal of Economic Surveys*, 13(3), 227–286.
- Klemperer, P. (2000). Why every economist should know some auction theory. [Http://www.nuff.ox.ac.uk/economics/people/klemperer.htm](http://www.nuff.ox.ac.uk/economics/people/klemperer.htm).
- Vickrey, W. (1961). Counterspeculation, auctions and competitive sealed tenders. *Journal of Finance*, 16, 8–37.
- Williamson, O. (1985). *The Economic Institutions of Capitalism*. The Free Press, New York, NY.

## Capítulo 5

# El problema de la firma<sup>1</sup>

### 5.1. Introducción

En la teoría neoclásica, las empresas son cajas negras que reciben insumos y producen de manera de maximizar utilidades. En 1937, Ronald Coase se preguntó: >¿qué es lo que distingue a las firmas?, >¿Por qué son necesarias las empresas y no se puede llegar a subcontratar todas las actividades que actualmente realizan las firmas? Después de todo, si se subcontratan ciertos servicios como secretarías temporales, servicios de limpieza y cafetería, de investigación, de producción de componentes, publicidad, y otros, porque no es posible llegar a empresas unipersonales? La subcontratación de servicios se realiza mediante el mercado o sea, usando el mecanismo de precios para asignar recursos en la economía y no como se hace al interior de la empresa, es decir, usando mecanismos jerárquicos. En este sentido, la existencia de la empresa y su forma de organización aparece más cercana a una economía con planificación centralizada que a una economía de mercado, lo que puede aparecer como una contradicción pues la teoría económica ha resaltado al mecanismo de mercado como una forma descentralizada para alcanzar una asignación óptima de los recursos (en ausencia de fallas de mercado).

La pregunta de por qué existen las empresas y qué determina su tamaño se puede analizar en dos dimensiones:

- vertical: Cuántas etapas del proceso productivo son realizadas al interior de la empresa?
- Horizontal: Que tamaño debe tener la empresa: cuánto producir (volumen de producción)?

La existencia de la firma y su tamaño puede responder a dos tipos de motivaciones: la búsqueda y el ejercicio de poder de mercado y la búsqueda de mayor eficiencia (minimización de costos). Dentro de la primera podemos encontrar respuestas del tipo: “la empresa crece para aprovechar poder de mercado” y “la empresa se integra verticalmente para

---

<sup>1</sup> Gran parte del material de esta sección proviene de Soledad Arellano.

cobrar distintos precios a distintos clientes pues la discriminación de precios está prohibida por la legislación”, entre otros. Dentro del segundo grupo, se encuentran argumentos como “la empresa se integra verticalmente para eludir un impuesto a la compraventa”, “la empresa crece hasta llegar al tamaño de organización que minimiza sus costos de administración y operación” y “la empresa se organiza en cadenas para comprar insumos a menor costo”.<sup>2</sup>

Dejaremos el tema de poder de mercado para los capítulos siguientes concentrándonos en este capítulo en los motivos relacionados con la eficiencia. Estos pueden ser analizados desde tres puntos de vista:

- Punto de vista tecnológico,
- Punto de vista de contratos,
- Existencia de activos específicos y comportamiento oportunista.

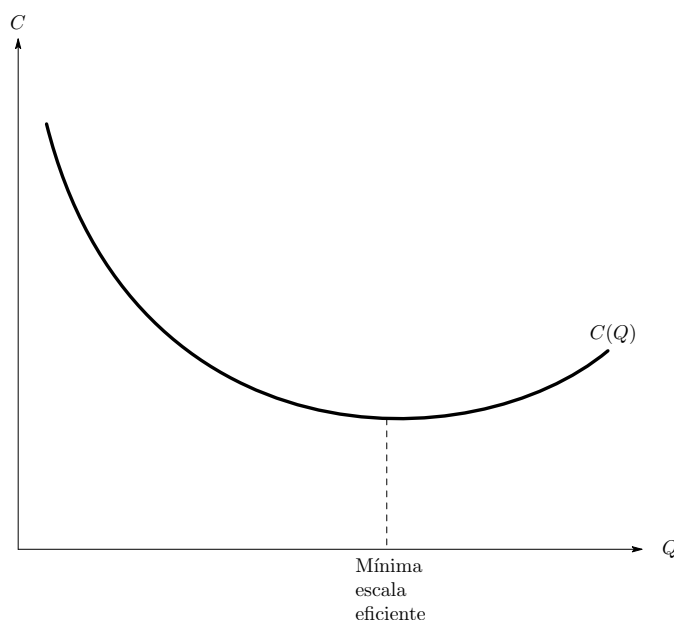


Figura 5.1: Firma con economías de escala

### 5.1.1. Punto de vista tecnológico

La empresa se ve como una forma para obtener sinergias entre unidades distintas, con el objeto de explotar economías de escala o ámbito. De acuerdo a este enfoque, el interés

<sup>2</sup>En estos casos uno podría preguntarse por qué no se establecen acuerdos entre firmas independientes para replicar lo que hacen las cadenas. Aquí se pueden producir problemas del tipo Dilema del prisionero.

radica en el estudio de la función de costos, su forma y en discusiones en torno a la existencia de complementaridades en la producción o en el consumo. Esta teoría sin embargo es insuficiente pues no permite explicar fenómenos de común ocurrencia como por ejemplo por qué las firmas no producen siempre en el punto de mínimo costo (ver figura 5.1). En general, las firmas producen mas allá del punto de mínimo costo (“mínima escala eficiente”) lo que es ineficiente de acuerdo a este análisis, ya que la firma podría crear más plantas de manera que todas ellas tuvieran el tamaño eficiente. La explicación es que existe un recurso no reconocido por este enfoque, que es la capacidad de administración que impide –o hace ineficiente– la subdivisión de las operaciones productivas. Esta teoría no constituye una teoría de la firma sino más bien una teoría del tamaño de una planta.

### 5.1.2. Punto de vista de contratos

La producción puede ser organizada de dos maneras: usando mecanismos jerárquicos en los que un superior (o administración central) decide cómo se asignan los recursos y cómo deben hacerse los procesos; y usando el sistema de precios y el mercado para contratar recursos productivos.

Según Coase dentro de la firma el mecanismo de precios no opera para asignar recursos, sino que estos se asignan mediante un mecanismo jerárquico.<sup>3</sup> Esta es la característica esencial de una firma: se asignan recursos sin utilizar el mercado. La razón para esto, de acuerdo a Coase, es que al interior de una firma es menos costoso usar un mecanismo jerárquico que un mecanismo de mercado. >¿Cuáles son estos costos? Cuando los bienes son heterogéneos, los costos de establecer contratos, especialmente en el caso de los contratos de largo plazo, pueden ser sustanciales: es difícil establecer todas las posibles contingencias (existen riesgos no predecibles), llegar a acuerdo en torno a las acciones que se deben tomar en caso de presentarse cada una de ellas. Además es costoso escribir el contrato de un modo comprensible, vigilar el cumplimiento del contrato, etc. Estos costos, denominados “costos de transacción” son mayores mientras más específica es la relación. En estos casos es más eficiente tener contratos “incompletos”, es decir las partes están conscientes de que existen situaciones para las cuales el contrato no especifica qué hacer. En particular, mientras más complejo e incierto es el futuro, más incompleto es el contrato.

De acuerdo a Coase, al interior de la firma se pueden establecer contratos de largo plazo (por ejemplo, de empleo) que especifican en forma vaga las actividades, estableciendo límites a lo que se puede pedir, pero sin ser específicos, debido a las dificultades de hacerlo. Al interior de la empresa es menos costoso alinear los objetivos entre las partes. Desde este punto de vista, la firma es un conjunto de contratos de largo plazo.

La teoría de la firma de Coase también implica un mecanismo para limitar el tamaño de las firmas: éstas dejan de crecer cuando el costo de organización de una firma excede el que tendría operar mediante el mercado. Esto explica por qué el tamaño de las firmas varía a través del tiempo y entre industrias. Por ejemplo, el desarrollo de las comunicaciones a fines del siglo pasado permitió que se establecieran firmas multi-plantas, al reducir el costo de supervisión. A su vez, la influencia de la informática ha permitido que un supervisor

---

<sup>3</sup>Aunque pueden existir firmas en las que usan precios internos, estos son decididos en forma jerárquica.

pueda controlar a mas empleados lo que ha llevado a firmas con una estructura mas plana y a la desaparición de niveles de ejecutivos intermedios.

### 5.1.3. Inversiones específicas y oportunismo

El tamaño de las firmas y su eventual grado de integración vertical también puede ser explicado en virtud de la existencia de inversiones o relaciones específicas y del consecuente incentivo al comportamiento oportunista. Para entender el sentido de oportunismo es necesario definir lo que es un activo específico. Estos son activos cuyo valor al interior de una relación contractual entre dos partes supera al valor del activo fuera de ella, lo que genera una cuasi-renta.

Los activos específicos fueron clasificados por Williamson de la siguiente manera:

**Activo fijo específico:** Máquina o equipo especialmente diseñado para un determinado comprador, como por ejemplo la máquina que produce la chapa con el logo para los autos Mercedes Benz (no le sirve a ningún otro vendedor de autos). También incluye el caso de una empresa que adapta su proceso productivo a una materia prima en especial (cocina a gas natural por ejemplo)

**Activo específico al lugar:** Cuando la inversión en un activo determinado se hace cerca de un lugar específico, como en el caso de las centrales generadoras de electricidad en la boca del pozo de gas en Argentina. En estos casos la especificidad es consecuencia de que el activo no puede ser trasladado a otro lugar.

**Capital humano específico:** Una inversión en capital humano específico corresponde a educación que sólo sirve al interior de la empresa, como es el caso de la universidad McDonald's o los conocimientos de los mecánicos de Ferrari que no pueden ser aplicados a los autos McLaren en las carreras de Fórmula 1. Un ejemplo de capital humano no específico son las clases de inglés.

**Activo dedicado:** Aquel activo cuya producción está orientada a un determinado consumidor. En este caso la especificidad no viene dada por las características del activo o de la producción – ambos pueden ser no-diferenciados – sino por el hecho de que la producción está destinada a un comprador en particular, y si éste se desiste, el productor no tiene a quién venderle.

**Especificidad temporal:** se produce cuando el valor del producto depende de su entrega a tiempo, como el caso de alimentos perecibles o de insumos para producción en serie (si se atrasa una materia prima, se atrasa todo el proceso productivo). En estos casos, la amenaza de atraso es efectiva.

La característica principal de las relaciones en que existen inversiones específicas es que una vez hecha la inversión, éste se transforma en un costo hundido; una parte o todo el monto invertido no se recupera en caso de ser ofrecido a otro usuario.

En todos estos casos la dinámica es usualmente la siguiente: la partes se seleccionan ex-ante mutuamente dentro de un pool competitivo de compradores y vendedores. Una

vez que entran en una relación que involucra alguna forma de especificidad, ambas partes quedan en una situación de mutua dependencia en la cual cada uno prefiere interactuar con la contraparte que con un tercero. El hecho de que esta relación sea específica y que el activo valga más dentro de la relación que fuera de ella, da origen a cuasi-rentas. Estas indican el beneficio neto que obtiene el agente por estar dentro de la relación y se calculan como la diferencia entre el valor del activo dentro de la relación y el valor del activo en un uso alternativo.

La existencia de cuasi-rentas genera ex-post incentivos a apropiarse del beneficio de la otra parte. Este comportamiento recibe el nombre de “comportamiento oportunista”.

**Ejemplo 33 (Comportamiento oportunista)** Una empresa productora de bebidas llama a una licitación para comprar 100.000 botellas de color amarillo, las que serán utilizadas para lanzar una nueva bebida al mercado. Al momento de la licitación no existe ningún productor con capacidad para producir tales botellas por lo que quien gane la licitación deberá invertir en una máquina especial (las máquinas comunes producen botellas transparentes). Quien gana la licitación cobra  $F$  a la empresa productora de bebidas por las 100.000 botellas. Esta empresa sabe que en caso de que el productor de bebidas anule el contrato, él podrá vender las botellas en el mercado a un precio máximo  $S < F$ . A su vez, el productor de bebidas sabe que si el productor de botellas intenta presionarlo, entonces él podría importar desde Asia las botellas amarillas a un costo  $T > F$ . La transacción entre ambas empresas produce *cuasi-rentas*  $T - F + F - S$ , siendo  $T - F$  la cuasi-renta para el productor de bebidas y  $F - S$  la cuasi-renta para el productor de botellas. Si  $F = S$  y  $T = F$  la relación no genera ninguna cuasi-renta, no hay ninguna especificidad en la relación pues ambas partes pueden cambiarse de “socio” sin incurrir en ninguna pérdida adicional. Luego, ninguna de las partes tiene incentivo a apropiarse del excedente de la otra parte. Si  $F > S$  y/o  $T > F$  entonces la relación sí produce cuasi-rentas y ambas partes tienen incentivo a apropiarse del excedente del otro. Así por ejemplo, una vez comprada la máquina, la empresa productora de bebidas podría negarse a pagar  $F$  por las botellas y ofrecer como máximo  $S + 1$ , una alternativa que el productor de botellas se vería obligado a aceptar aún cuando de esa manera pierde un excedente  $F - S - 1$ . Por otro lado el productor de botellas, sabiendo que su contraparte necesita de las botellas y de que sólo puede conseguirlas por  $T$ , puede decidir vendérselas a  $T - 1$ , una alternativa que el productor de bebidas también se vería obligado a aceptar, aún cuando con ello pierda prácticamente todo su excedente.

Mientras mayor es la cuasi-renta, mayor es el riesgo de comportamiento oportunista. Este comportamiento tiene implicancias de distinto tipo:

- Afecta las decisiones de inversión ex-ante.
- Influye en la forma organizacional elegida para la transacción: mercado, contrato de largo plazo, integración vertical.

#### **Ejemplo 34 (Efecto inversión)<sup>4</sup>**

---

<sup>4</sup> Este ejemplo proviene de Tirole (1988).

En el ejemplo anterior en que un productor de bebidas licita la compra de botellas. Supongamos que este productor valora las 100.000 botellas en  $v = 3$ . El productor de las botellas puede producir las botellas amarillas a un costo que depende de la inversión realizada en la máquina para producir el bien. Si el embotellador no invierte en ninguna máquina, entonces el costo de producción es  $c(0) > 3$  por lo que la transacción no se realiza. En cambio si invierte 2 ( $I = 2$ ), el costo de producción es  $c(2) = 0$ . Las partes anticipan que una vez firmado el contrato se producirá un excedente a repartir y querrán re-negociar el contrato. Luego, optan por una solución tal en que ambos obtienen el mismo excedente neto del costo de la inversión, pues ésta está hundida y no afecta las decisiones (esto se llama “Negociación a la Nash”).

En estas circunstancias, las botellas se venderán en aquel precio al que el excedente que ambas partes reciban sea el mismo:  $v - p = p - c(I)$ , con lo que  $p = (v + c)/2 = 1,5$ . En base a este precio, el embotellador decide si le conviene invertir en la máquina o no. Si sí invierte, sus utilidades son  $\Pi(2) = P - c(I) - I = -0,5 < 0$  por lo que el productor *no* invierte en la máquina. Observe que desde el punto de vista social, sí es conveniente invertir pues  $V - c(I) - I = 1 > 0$ . Luego, la existencia de comportamiento oportunista determina que la inversión sea subóptima. Esto se explica en que la parte que invierte no se apropia de todo el beneficio de su inversión (dado por el ahorro de los costos) pues la otra parte puede amenazar con no comprar el bien una vez que la inversión ya se realizó. Dado que esto no le conviene al embotellador, éste se ve obligado a compartir su renta.

**Ejemplo 35 (Efecto inversión cuando  $I$  es una variable continua)** Supongamos ahora que  $I$  es una variable continua. El valor de las botellas para el productor de bebidas es  $v$  y suponemos que el costo de producir las botellas es  $c(I)$ , donde  $I$  es la inversión inicial en activos específicos y  $c' < 0$ ,  $c'' > 0$  y suponemos que  $v > c(0)$ . Al igual que en el caso anterior las partes deciden repartirse el excedente neto de inversión. Luego si  $p(I)$  es el precio que obtiene el proveedor, se tiene:

$$(v - c(I))/2 = v - p(I) = p(I) - c(I)$$

En esas condiciones el proveedor debe encontrar la inversión óptima, resolviendo:

$$\text{Max}_I p(I) - c(I) - I = \text{Max}_I v/2 - c(I)/2 - I$$

Lo importante a notar es que como el proveedor recibe solamente la mitad de los ahorros sociales que genera, sus incentivos son a invertir menos de lo socialmente óptimo:  $-c'(I) = 2$ , cuando lo socialmente óptimo es resolver:

$$\text{Max}_I v - c(I) - I \implies -c'(I) = 1$$

El efecto del comportamiento oportunista del comprador es el de reducir la inversión óptima.

**Ejemplo 36 (Inversión con compradores alternativos del producto)** Supongamos ahora que existen compradores alternativos del producto, pero que en vez de botellas amarillas necesitan botellas naranjas por lo que es necesario hacer algunos ajustes a la máquina para

producirlas. La inversión tiene un efecto, para ellos de  $c(\lambda I)$ , es decir, si  $\lambda = 0$  la inversión no tiene uso alternativo y si  $\lambda = 1$ , la inversión no es específica. Estos compradores alternativos son competitivos, por lo que se quedan sin excedentes, es decir el vendedor obtiene  $p = v$  y su excedente es  $p - c(\lambda I)$  de venderles el producto. En ese caso, el proveedor puede usar la amenaza de vender a los proveedores alternativos para mejorar las condiciones de su negociación frente al comprador original. En este caso, se tiene:

$$v - p = [p - c(I)] - [v - c(\lambda I)]$$

donde la expresión del lado derecho muestra que lo que se divide es sólo el aumento en el excedente respecto a vender a los compradores alternativos. El resultado es:

$$-(c'(I) + \lambda c'(\lambda I)) = 2$$

Si  $\lambda = 1$  es decir, el caso de perfecta sustitutabilidad de la inversión, se tiene la inversión eficiente. Si  $\lambda = 0$  se tiene el resultado anterior, ya que se trata de inversión totalmente específica.

En presencia de comportamiento oportunista, el desafío es cómo diseñar ex-ante un contrato de largo plazo que garantice un retorno justo ex-post a las partes, de modo que el nivel de inversión específica ex-ante sea el adecuado. En la medida que no se pueda diseñar un contrato completo, los incentivos entre las partes no estarán completamente alineados por lo que el riesgo de comportamiento oportunista se mantiene. Esto se traduce en contratos de largo plazo más complejos, mayor gasto en recursos para evitar ser víctima de comportamiento oportunista, etc. Así por ejemplo, los contratos pueden incluir cláusulas que impidan o castiguen el incumplimiento del contrato. Sin embargo si bien el contrato de largo plazo puede servir para aliviar el problema de comportamiento oportunista, también es posible que este contrato dé origen al problema como sería el caso de un contrato de largo plazo con cláusulas rígidas que resultan ser incorrectas ex-post, pues si esto beneficia sólo a una de las partes, ésta será reticente a renegociar. Por otro lado, se debe considerar que los contratos de largo plazo suelen facilitar la colusión entre personal de las empresas pues como el horizonte de tiempo es largo, hay tiempo suficiente para hacer y devolver favores.

Ante la ineficiencia en la inversión que producen los activos específicos y en presencia de altos costos de diseñar un contrato, una alternativa interesante es la de que la firma proveedora internalice los beneficios haciendo ella misma la inversión.

Un ejemplo clásico es el de la línea de ferrocarril que va a la boca de la mina. Lo común es que esta línea sea propiedad de la mina. El motivo es que el ferrocarril teme que si instala una línea de su propiedad, la mina pueda intentar cambiar los términos del contrato en su favor, lo que tendría que aceptar, ya que la línea no tiene ningún uso alternativo. La mina, para reducir el costo tiene que integrarse verticalmente, construyendo la línea y quedando ésta de su propiedad.<sup>5</sup> Es decir, la no integración haría que se invirtiera menos, lo que sería socialmente ineficiente: ambas firmas temen que la otra se aproveche si realiza una inversión específica.

---

<sup>5</sup>Ver el caso de Fisher Body y General Motors de Klein *et-al.* (1978). Sin embargo, se debe considerar que este ejemplo ha sido rebatido por Coase y otros.

**Ejercicio 26** Explique por qué los diarios son generalmente dueños de sus imprentas, las revistas mensuales generalmente no lo son y las editoriales de libros casi nunca.

**Ejemplo 37** En el Sistema Interconectado Central existen tres generadoras relevantes: Endesa: 66 %, Gener: 22 % y Colbún 18 %. Gener tiene centrales termoeléctricas próximas a Santiago, por lo que paga poco en servicios de transmisión. Colbún y Endesa generan hidroelectricidad, lo que se hace en gran medida en los ríos al Sur de Santiago. Endesa está relacionada patrimonialmente con Transelec, la firma a cargo de la transmisión, con líneas de 500.000 voltios a al Sur de Santiago. Para entregar su energía, Colbún requiere transmitirla y en el proceso de negociación del contrato de transmisión, la tarifa de Transelec estaba justo por debajo del costo de construir una línea independiente, es decir, Transelec pretendía extraer todo el excedente posible de Colbún. Por razones estratégicas, Colbún decidió que no podía estar sometida al oportunismo de Transelec y construyó su propia línea, mas ineficiente, ya que tenía sólo 220.000 volts. En este caso, la integración vertical es ineficiente.

**Ejemplo 38 (Subinversión en capital humano)** Uno de los grandes problemas relacionados con las dificultades para controlar el oportunismo están relacionados al capital humano. Dado que las inversiones en capital humano son difícilmente apropiables, las empresas pueden subinvertir en capital humano. Los siguientes ejemplos muestran distintas facetas de este problema.

1. Un garaje de tractores en Chillán no les daba más que un entrenamiento básico a sus mecánicos. El motivo era que si los entrenaba, comenzaban a instalar sus propios talleres y le hacían la competencia.
2. Las empresas de abogados en EE.UU. son normalmente partnerships. En estas empresas, pasado un cierto número de años, los abogados jóvenes son incorporados a la firma como co-dueños o deben irse a otra empresa. En los partnerships, la mayor parte del salario de un partner proviene de los clientes del partner. Este esquema logra varios objetivos. En primer lugar, los abogados jóvenes se esfuerzan mucho por ser partners, lo que beneficia a los partners existentes. Esa es la inversión de los abogados jóvenes en la empresa y está cercana al óptimo debido al mecanismo de hacerlos dueños si lo hacen bien.<sup>6</sup> Una vez hechos partners, ya son abogados con un portafolio de clientes, que podrían llevarse a otra empresa, por lo que sería difícil retenerlos si no se los nombrara co-dueños y sus salarios no reflejaran el volumen de negocios que generan. Es decir la estructura de partnerships es una manera de resolver los problemas de apropiabilidad de las inversiones en capital humano.
3. Algunas empresas, como McDonalds, tienen sus propios sistemas de entrenamiento (la Universidad McDonalds). Desde el punto de vista de los empleados, es una inversión en capital humano poco apropiable (por lo tanto menos atractivo), pues los conocimientos están dirigidos a las necesidades de McDonalds. Pero por lo mismo, McDonalds está dispuesto a invertir en forma eficiente en este tipo de capital

---

<sup>6</sup>Una empresa que no nombre partners a sus buenos abogados perdería no sólo los clientes de éstos, sino que no podría atraer a los abogados jóvenes que necesitan.

humano. Los empleados preferirían un MBA de tipo más general, que les permitiera cambiarse de empresa si reciben una buena oferta.

4. Cuando JB se vendió (una empresa de pickles y otros alimentos envasados), el comprador estipuló en el contrato que por un período de varios años, el vendedor no podría entrar al negocio de los pickles. Cuando se cumplió el plazo, el antiguo dueño instaló una nueva empresa que ha resultado un importante competidor en el mercado. En este mercado es importante el know how que posee el dueño de la empresa, y este conocimiento no se puede traspasar. Si hubiera podido hacerse, quitándoselo al antiguo dueño, el precio que el comprador hubiera pagado habría sido mayor.

# Bibliografía

Klein, B., Crawford, R. y Alchian, A. A. (1978). Vertical integration, appropriable rents and the competitive contracting process. *Journal of Law and Economics*, 21, 297–326.

Tirole, J. (1988). *The Theory of Industrial Organization*. The MIT Press, Cambridge, MA.

## Capítulo 6

# Monopolios

Se tiene un monopolio cuando existe una sola firma en un mercado. Existen pocos mercados con un monopolista puro, ya que en general una firma no copa el 100 % del mercado. Por ejemplo, en 1995 CTC (la compañía de telefonía local en Chile), que puede tomarse como un ejemplo de monopolio, era una firma regulada a pesar de tener *solo* el 95 % del mercado en Santiago y cifras similares en casi todas las otras regiones del país.<sup>1</sup> Por otro lado, los monopolios son ubicuos si se piensa que aquellos en que los bienes no son perfectamente sustituibles corresponden a mercados distintos. Si consideramos productos diferenciados, cada fabricante de pasta de dientes tiene su pequeño monopolio puro (100 %), a pesar de ser totalmente irrelevante como monopolio (no así una firma que produjera todas las variedades). La moraleja es que es necesario considerar las posibilidades de sustitución de los bienes y servicios producidos por el monopolio para poder evaluar su alcance e importancia. Esto se denomina definir el *mercado relevante*. Una forma de determinar el mercado relevante es estudiando el efecto sobre la demanda que tiene un aumento en el precio. Si existe mucha sustitución hacia otros productos, el grado de poder monopólico en ese mercado es pequeño.

Un monopolio enfrenta una curva de demanda y sabe que sus ventas afectan el precio. Si la demanda es  $D(p)$ , el problema de maximización de utilidades es:<sup>2</sup>

$$\text{Max}_p pD(p) - c(D(p)) \Rightarrow pD'(p) + D(p) - c'(D(p))D'(p) = 0$$

Las condiciones de primer orden implican que el ingreso marginal de una unidad adicional es igual al costo marginal de producirla.<sup>3</sup> Como comparación, bajo competencia perfecta la firma no puede afectar los precios y se tiene  $p = c'$ . Se puede reescribir la condición anterior

<sup>1</sup> La situación en telefonía local ha cambiado debido a la entrada de nuevos competidores estimulados por cambios tecnológicos y regulatorios.

<sup>2</sup> Buena parte del material de esta sección proviene de Tirole (1988).

<sup>3</sup> Para que el problema anterior sea un máximo, se deben cumplir las condiciones de segundo orden:  $2D'(p) + pD''(p) - c'' < 0$ , las que se cumplen, por ejemplo, si  $D'' < 0$  y  $c'' > 0$ .

de una manera más interesante:

$$\begin{aligned} p^m - c'(D(p^m)) &= -\frac{D(p^m)}{D'(p^m)} \\ \Leftrightarrow \frac{p^m - c'}{p^m} &= \frac{1}{\epsilon} \end{aligned} \quad (6.1)$$

donde  $\epsilon \equiv -pD'(p)/D(p)$ , es la elasticidad de la demanda del bien. La expresión en el lado izquierdo de (6.1) se denomina el *margen de Lerner*, e indica que el porcentaje de margen del precio sobre el costo es el recíproco de la elasticidad de la demanda del bien. Es una medida del poder de un monopolio. Cuando la elasticidad de la demanda aumenta, el margen se reduce y el monopolio puede extraer menos rentas. En el límite,  $\epsilon = \infty$  y nos encontramos en competencia perfecta, con  $p = c'$ .

### Ejercicio 27

1. Encuentre el margen de Lerner de un monopolio con costos  $C(q) = cq$  y que enfrenta demanda  $D(p) = 1 - p$ .
2. Encuentre el margen de Lerner para un monopolio con demanda  $d(p) = kp^{-\epsilon}$  y los costos del caso anterior.
3. Muestre que un monopolio nunca opera donde  $\epsilon < 1$ .

◇

Un primer resultado interesante muestra que un aumento en los costos marginales de un monopolista nunca es absorbido en su totalidad ya que siempre traspasa al menos una parte a precios.

**Proposición 7** *A medida que aumenta el costo marginal de producción, el precio del monopolista también aumenta.*

**Demostración:** Sean  $c_1$  y  $c_2$  dos funciones de costos, con  $c'_1(q) < c'_2(q)$ . Sean  $p_1^m, p_2^m, q_1^m, q_2^m$  las cantidades y precios de monopolio en cada caso. Se tiene:

$$p_1^m q_1^m - c_1(q_1^m) \geq p_2^m q_2^m - c_1(q_2^m)$$

$$p_2^m q_2^m - c_2(q_2^m) \geq p_1^m q_1^m - c_2(q_1^m)$$

que implica

$$c_2(q_1^m) - c_2(q_2^m) \geq c_1(q_1^m) - c_1(q_2^m)$$

$$\Rightarrow \int_{q_2^m}^{q_1^m} (c'_2(x) - c'_1(x)) dx \geq 0$$

como  $c'_2 > c'_1$ , se tiene  $q_1^m \geq q_2^m \Rightarrow p_1^m < p_2^m$ .

■

**Ejemplo 39** Considere el caso de la compra de bienes como autos, refrigeradores o casa, en las que la demanda es unitaria, es decir, el potencial comprador compra a lo más una unidad (por supuesto el comprador puede tener otro auto, pero normalmente las personas compran los autos en forma individual). En tal caso, podríamos suponer que existe un continuo de agentes, cada uno con utilidad:

$$U(p; \theta) = \begin{cases} \theta - p & \text{si compra el bien} \\ 0 & \text{si no compra} \end{cases} \quad (6.2)$$

donde el parámetro  $\theta$  del individuo tiene una distribución  $\theta \sim U[0, 1]$ . Con esta función de utilidad, todos los agentes con  $\theta > p$  compran una unidad del bien. El consumidor que está indiferente entre comprar y no comprar tiene  $\theta = p$ .

Por último, se debe notar que podemos derivar una función de demanda a partir del hecho que cuando el precio es  $p$ , el número de individuos que compran está dado por  $1 - F(p)$ , donde  $F(p)$  es la distribución asociada a la densidad uniforme. Dado que  $F(p) = p$ , la demanda asociada a la función de utilidad (7.1) es  $D(p) = 1 - p$ .

En tal caso, si el costo es  $c = 0$ , el precio de monopolio es  $p^m = 1/2 > 0 = p^c$ .

## 6.1. Ineficiencia del monopolio

Como es bien sabido, los monopolios son ineficientes en la producción. Esta ineficiencia, que se denomina estática (a diferencia de otro tipo de ineficiencias derivadas del monopolio, que son dinámicas) se muestra en la figura 6.1.

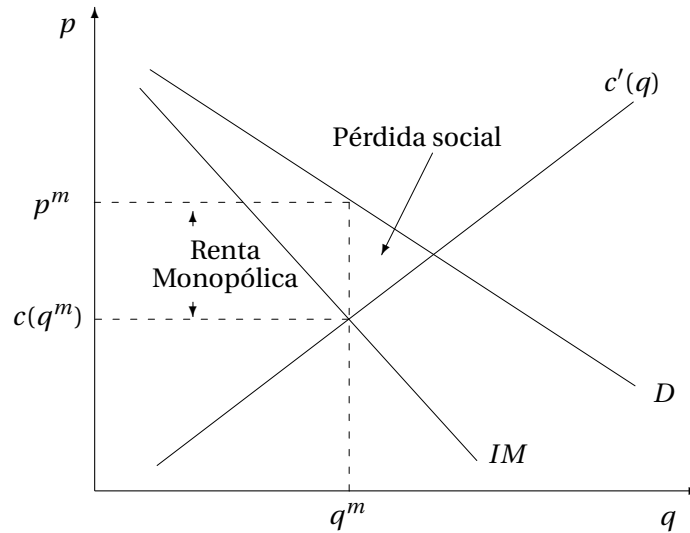


Figura 6.1: Ineficiencia estática del monopolio

Durante los '50, Harberger realizó un estudio muy ingenioso en el que trató de determinar la ineficiencia social estática producida por los monopolios en EE.UU. mediante la estimación del triángulo (ver Figura 6.1) de pérdida social en distintas industrias. Los valores a que llegó fueron muy pequeños, del orden de 1/2 % del producto de los EE.UU., lo que lo llevó a concluir que una política antimonopolios no era una prioridad.<sup>4</sup>

Además de este tipo de ineficiencias, muchos economistas argumentan que los monopolios sufren de X-ineficiencia, que son las ineficiencias asociadas a una firma que no necesita competir para generar ganancias y por lo tanto se hace menos ágil y renuente a tomar decisiones enérgicas.<sup>5</sup> Como un ejemplo, Entel, en sus épocas de monopolio tenía rentabilidades sobre el capital que llegaban al 60 % en algunos años, pero no era una firma eficiente. Una vez que comenzó la competencia del multicarrier, Entel descubrió que tenía niveles completos de ejecutivos medios que eran prescindibles. Luego de la fijación tarifaria de 1999, Telefónica-CTC despidió a más de 2.000 trabajadores (y 1600 adicionales en 2001), sin que esto tuviera ningún efecto en los servicios de Telefónica-CTC, lo que es una buena indicación que estos trabajadores no eran esenciales, por lo que eran un ejemplo X-ineficiencia en un monopolio de un servicio de utilidad pública regulado (antes) en forma deficiente.<sup>6</sup>

Posner (1975), por el contrario, partió de la base que debería haber competencia por llegar a ser monopolio. Suponiendo libre entrada a esta lucha por ser monopolio, las firmas estarán dispuestas a disipar todas las rentas (en valor esperado) del monopolio. Suponiendo que este gasto no es productivo, se llega a que la pérdida social del monopolio es la renta monopólica + el triángulo de pérdida social. En tal caso la pérdida social es bastante más importante que los triángulos de Harberger.<sup>7</sup>

Posner (1975) supone que:

- I) Conseguir un monopolio es una actividad competitiva, por lo que, en el margen, la utilidad esperada del monopolio es igual al costo de alcanzar a ser monopolista.
- II) La oferta de largo plazo de todos los insumos que se requieren para llegar a ser un monopolista es perfectamente elástica, por lo que su precio no incluye rentas.
- III) Los costos incurridos en llegar a ser monopolio no tienen ningún subproducto utilizable. Esto obviamente no incluye casos en que la competencia se traduce en aviso que ayuda a producir periódicos, cuando se traduce en mejor calidad de los servicios.

<sup>4</sup>Por supuesto, ya existía una política antimonopolios en EE.UU., lo que podría indicar cuán eficiente había sido la política antimonopolios.

<sup>5</sup>Hay una relación directa entre X-ineficiencia y problemas de riesgo moral (principal, el accionista) al interior de la empresa.

<sup>6</sup>Telefónica-CTC, que considera el decreto tarifario como expropiatorio, señala que gran parte del personal estaba dedicado a nuevas inversiones, las que se han detenido debido a las bajas tarifas, por lo que este personal no era necesario. Es decir, el argumento de Telefónica-CTC es que era una empresa eficiente antes de la fijación tarifaria. Ver artículo en La Segunda, <http://www.lasegunda.com/Economia/comentarios/fischer/index.asp>.

<sup>7</sup>Posner (1975) estaba interesado en mostrar que los monopolios establecidos por el gobierno (transporte de camiones, transporte aéreo y otros en aquella época) tenían un alto costo social.

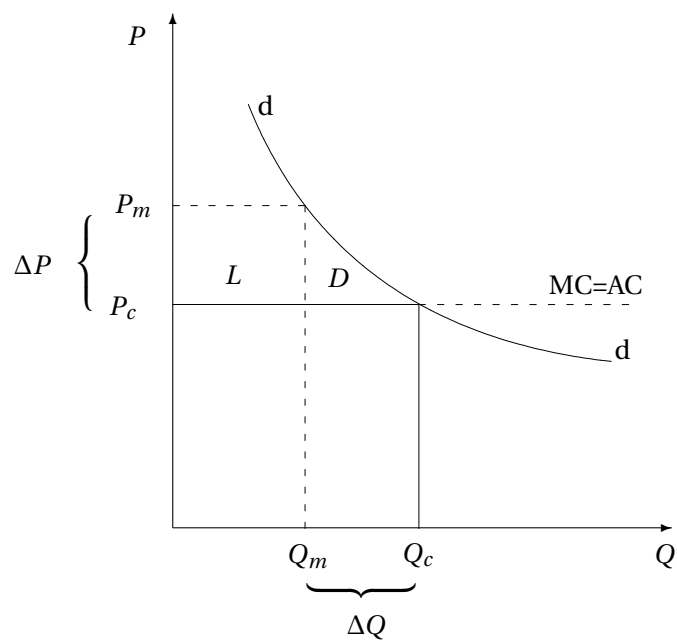


Figura 6.2: Costos sociales del monopolio

El costo total de un monopolio se puede determinar a partir de la figura 6.2 como  $D + L$ . Ahora bien,  $D \simeq \Delta P \Delta Q / 2$  y  $L = \Delta P (Q_c - \Delta Q)$ , los tamaños relativos de  $D$  y de  $L$  son:

$$\frac{D}{L} = \frac{\Delta Q}{2(Q_c - \Delta Q)}$$

que se puede expresar como una función de la elasticidad precio de la demanda ( $\epsilon$ ) y del aumento porcentual en el precio inducido por el monopolio:  $p$ , como;

$$\frac{D}{L} = \frac{p}{2(1/\epsilon - p)}$$

y denominando  $R_c$  al ingreso por ventas al precio competitivo se tiene además que las pérdidas totales se pueden escribir como:

$$D + L = R_c(p - \epsilon p^2 / 2)$$

Un problema para utilizar esta expresión es que desde principios de siglo, los carteles han estado prohibidos en EE.UU., por lo que no es fácil encontrar ejemplos que tengan datos. Usando estos datos para algunas industrias internacionales cartelizadas en los primeros años del siglo (cuando todavía no se aplicaban las reglas antimonopolio) se obtienen los resultados que muestra el cuadro 6.1.<sup>8</sup>

Dado que no había posibilidad, al menos en EE.UU. para carteles y monopolios, la alternativa son los monopolios creados por regulación, como lo eran el transporte en camión y la aviación civil hasta los 70. Posner (1975) menciona que los monopolios creados por la regulación se traducen en grandes costos sociales debido a que las empresas luchan por conseguirlo. En Chile casi no existen monopolios creados por regulación, ya que existe libre entrada en casi todas las actividades económicas.<sup>9</sup>

**Ejercicio 28** Supongamos que se desea que el monopolio se comporte en forma eficiente. Muestre que para que esto suceda, es necesario subsidiar al monopolio en  $t/(p + t) = -1/\epsilon$ . ¿Por qué cree usted que estos subsidios no son comunes?

◇

Considerando las ineficiencias del monopolio, un argumento importante para que un país pequeño se abra al comercio internacional es que esto aumenta el grado de competencia en la economía, ya que las firmas domésticas enfrentan la competencia del resto del mundo.

<sup>8</sup>Recientemente se han descubierto carteles internacionales en el mercado de las vitaminas y algunos otros productos bioquímicos. Las empresas involucradas han debido pagar multas de cientos de millones de dólares. Otro caso reciente es de las grandes casas de remate Sotheby's y Christie's que se coludieron en las ventas de obras de arte. Los ejecutivos principales han ido a la cárcel. Entre multas y compensaciones civiles, las empresas han pagado cientos de millones de dólares.

<sup>9</sup>En el pasado fueron comunes este tipo de monopolios.

Cuadro 6.1: Costo social de la cartelización

Industria	Aumento pre- cio cartel	Elasticidad	Costo/Ventas
Nitrógeno	.75	2.33	.21
Aluminio	1.00	2.00	.25
Caucho	1.00	2.00	.25
Ampolletas	.37	3.70	.14
Cobre	.31	4.25	.12

Cifras provenientes de Posner (1975).

## 6.2. Monopolio multiproducto

Consideramos el caso de una firma que produce una gama de  $n$  productos con precios  $p_i, i = 1 \dots, n$ . Al vector de precios lo llamamos  $p$  y se tiene  $q_i = D_i(p)$ , es decir, la demanda por el bien  $i$  depende de todo el vector de precios, debido a sustitución o complementariedad entre los bienes. En el caso particular en que los costos son separables:  $C(q) = \sum_{i=1}^n c_i(q_i)$  y las demandas son independientes  $D_i(p) = D_i(p_i)$ , estamos de vuelta en el caso del monopolio monoprodutor y se tendría un margen de Lerner  $1/\epsilon_i$ , donde  $\epsilon_i$  es la elasticidad de la demanda por el producto  $i$ .<sup>10</sup>

En el caso general, el problema del monopolista es:

$$\text{Max}_{\{p_i\}_{i=1}^n} \sum_{i=1}^n p_i D_i(p) - c(D_1(p), \dots, D_n(p))$$

los que origina las condiciones de primer orden:

$$\left( p_i \frac{\partial D_i(p)}{\partial p_i} + D_i(p) \right) + \sum_{j \neq i} p_j \frac{\partial D_j}{\partial p_i} - \sum_{j=1}^n \frac{\partial C}{\partial q_j} \frac{\partial D_j}{\partial p_i} = 0, \quad \forall i. \quad (6.3)$$

En lo que resta del capítulo, se aplica esta ecuación a varios casos de interés.

### 6.2.1. Bienes complementarios y sustitutos

La expresión (6.3) es algo compleja, por lo que estudiamos algunos casos particulares. Supongamos en primer lugar, que los costos son separables, es decir:  $C(q) = \sum_{i=1}^n c_i(q_i)$ . En ese caso, las condiciones de primer orden (6.3) se transforman en:

$$\frac{p_i - c'_i}{p_i} = \frac{1}{\epsilon_{ii}} - \sum_{j \neq i} \frac{(p_j - c'_j) D_j \epsilon_{ij}}{R_i \epsilon_{ii}} \quad (6.4)$$

<sup>10</sup>En la sección 8 sobre regulación se verá que los precios eficientes de un monopolio regulado para su autofinanciamiento, los llamados *precios de Ramsey*, son proporcionales a los precios que pondría un monopolista.

donde  $\epsilon_{ij} = -(\partial D_j / \partial p_i)(p_i / D_j)$  es la elasticidad cruzada de la demanda de  $j$  respecto al precio de  $i$ , que mide el efecto porcentual de un cambio de un 1 % en el precio del bien  $i$  sobre la demanda del bien  $j$ , y  $R_i \equiv p_i D_i$  es el ingreso proveniente del bien  $i$ .

En el caso en que todos los bienes son sustitutos,  $(\partial D_j / \partial p_i) > 0$ , lo que implica que  $\epsilon_{ij} < 0$ ,  $i \neq j$ . Esto implica que el margen de Lerner es más alto que el de un monopolio monoprodutor. En otras palabras, si el monopolio multiproducto se hubiera dividido en  $n$  monopolios que producen cada uno de los bienes, éstas no hubieran tenido en cuenta el efecto de un aumento de sus ventas sobre las ventas de las otras firmas, por lo que hubieran terminado vendiendo más. En el caso del monopolio multiproducto, la firma *internaliza* el efecto de sus ventas de un producto sobre las ventas en los demás productos. Pero este comportamiento aumenta la probabilidad que entren competidores a un monopolio multiproducto con bienes sustitutos. Dado que la firma sufre en varios mercados si baja los precios en un segmento, un competidor que entra en un solo mercado no recibirá una respuesta tan agresiva a su entrada que la que hubiera ocurrido si no hubiera sustitución.<sup>11</sup>

En el caso de bienes que son complementos, se vende más que lo que harían  $n$  monopolios individuales, ya que el monopolio multiproducto internaliza el hecho que sus ventas de un producto tienden a aumentar las ventas de sus otros productos. Incluso es posible que el monopolio venda algunos de sus productos a pérdida, si esto es necesario para aumentar la rentabilidad. Existen varios ejemplos de este fenómeno: maquinas de afeitar y hojas, televisión por cable e instalación gratis, etc.

**Ejercicio 29** Suponga que las empresas Malta S.A. y Huevos Ltda. son monopolios independientes. Suponga que a muchos consumidores les gusta la malta con huevos. ¿Existen motivos para fusionarse y que resultados tendría sobre las cantidades vendidas?

◇

**Ejercicio 30** Considere un monopolio que produce dos bienes. La demanda por el bien 1 depende sólo de su precio, pero la demanda por el bien 2 cae con las ventas del bien 1. Los costos de producción del bien 1 dependen sólo de su producción, pero los costos del bien 2 aumentan con la producción del bien 1. La forma funcional de la demanda es:

$$\begin{aligned} p_1 &= f(q_1) \\ p_2 &= g(q_1, q_2) \end{aligned}$$

y la forma funcional de los costos es

$$\begin{aligned} c(q_1) &= c(q_1) \\ c(q_2) &= c(q_1 + q_2) \end{aligned}$$

<sup>11</sup> Este argumento supone que el monopolio no se siente atacado en todos los mercados, sino solo el mercado en el que entra el competidor. Si el efecto de la entrada se transmite a todos los mercados, el monopolio tiene más incentivos a restringir la entrada.

1. Encuentre las condiciones de primer orden para el monopolio e interprete sus resultados.
2. Considere ahora las siguientes formas funcionales específicas y resuelva en forma explícita para obtener la utilidad del monopolio.

$$\begin{aligned} p_1 &= a - bq_1; & c(q_1) &= c \cdot q_1 \\ p_2 &= a - b \cdot (q_1 + q_2); & c(q_2) &= c \cdot (q_1 + q_2) \end{aligned}$$

3. Compare con los beneficios que obtendrían dos monopolios maximizando independientemente, con las mismas demandas y costos, si  $a = 4$ ,  $b = 1$ ,  $c = 1$ .

◇

### 6.2.2. Monopolio intertemporal I

En esta sección se modela un caso en que el monopolio intenta generar *buena voluntad* entre sus clientes. Aprovechamos que un monopolio monoprodutor intertemporal es un caso particular de monopolio multiproducto, ya que vende productos en distintos períodos. Por buena voluntad entendemos el hecho que un precio inicial más bajo aumenta las ventas futuras.

Suponemos dos períodos y un producto. La demanda en el primer período es  $D(p_1)$  y en el segundo período es  $D(p_1, p_2)$ . Los costos son separables en cada período.

El efecto de buena voluntad lo modelamos como sigue: una reducción en los precios del primer período (una promoción, por ejemplo) aumenta la demanda en el segundo período ( $\partial D_2 / \partial p_1 < 0$ ). Las utilidades del monopolio son, considerando una tasa de descuento  $\delta$  de descuento del futuro:

$$\Pi(p_1, p_2) = p_1 D_1(p_1) - c_1(D_1(p_1)) + \delta (p_2 D_2(p_2, p_1) - c_2(D(p_1, p_2)))$$

Si definimos  $\tilde{D}_2 = \delta D_2$ , podemos escribir el problema en forma análoga al del monopolio multiproducto. Notemos que en el segundo período, el futuro se acaba, por lo que el monopolio puede poner el precio de monopolio de un período, sin que eso afecte sus utilidades futuras. En cambio, el bien del primer período es un complemento del bien en el segundo período. Por lo tanto, de acuerdo a la expresión (6.4), al ser el bien vendido en el período 1 complementario con el bien vendido en el período 2 es necesario reducir el precio en el primer período, mediante un promoción, por ejemplo.

**Ejercicio 31** Se dice que existe una *externalidad de red* cuando los beneficios de usar un producto aumentan con el número de usuarios. Un ejemplo son los teléfonos, ya que su utilidad depende de cuantas personas lo poseen. Suponga que un monopolio está introduciendo un producto que posee externalidades de red. En ese caso, la demanda en el primer período depende de la cantidad de unidades vendidas en el primer y el segundo período. Plantee el problema de maximización del monopolista. Encuentre las condiciones de primer orden e interprételas.

### 6.2.3. Aprendizaje mediante la experiencia (*Learning by doing*)

Este es un caso en el que los costos no son independientes, sino que caen al aumentar la producción histórica (es decir, al acumular experiencia). Un ejemplo famoso son los *Liberty ships*, barcos producidos en EE.UU. bajo un patrón común y de los que se produjeron varios miles durante la segunda guerra mundial. El costo de producción individual de estos barcos como función del número de unidades producidas es una recta con pendiente negativa en un gráfico semi-logarítmico, lo que indica que los precios cayeron exponencialmente. Otros casos interesantes son los chips RAM de memoria, en que los costos unitarios pueden caer más de 100 veces a medida que aumenta el *yield* o fracción utilizable en cada proceso de fabricación *batch*.

Para modelar el comportamiento de un monopolio sujeto a este tipo de costos, supongamos un modelo de dos períodos. La demanda es independiente cada período,  $q_t = D(p_t)$  y los costos son  $c_1(q_1)$  y  $c_2(q_2, q_1)$ , con  $\partial c_2 / \partial q_1 < 0$ , para reflejar que una mayor producción en el primer período reduce los costos futuros. La empresa maximiza:

$$\Pi(p_1, p_2) = (D_1(p_1)p_1 - c_1(q_1)) + \delta [D_2(p_2)p_2 - c_2(q_2, q_1)]$$

En este modelo, el comportamiento de la firma el segundo período es igual que en un monopolio de un período. Sin embargo, en el primer período “invierte” en conocimiento reduciendo los precios y aumentando las ventas respecto a un monopolista que opera un período:

$$\left( D_1 + p_1 \frac{\partial D_1}{\partial p_1} \right) + \underbrace{p_2 \frac{\partial D_2}{\partial p_1}}_{=0} = \frac{\partial c_1}{\partial q_1} \frac{\partial D_1}{\partial p_1} + \underbrace{\frac{\partial c_2}{\partial q_1} \frac{\partial D_1}{\partial p_1}}_{\geq 0}$$

Si formamos el margen de Lerner y lo comparamos con el margen de Lerner para el monopolio monoprodutor (6.1), se tiene

$$\frac{p_1 - c_1}{p_1} = \frac{1}{\epsilon} + \frac{1}{p_1} \frac{\partial c_2}{\partial q_1} < \frac{1}{\epsilon}$$

### 6.3. Monopolio con bien duradero

Definimos un bien *duradero* como uno que tiene una duración mayor que un período. Si un agente compra una unidad, no va a comprar en el período siguiente. Es decir, el monopolista crea su propia competencia futura al vender hoy. Esto significa que el monopolista, si desea vender más unidades en el futuro, deberá bajar sus precios. Los consumidores, que tienen *expectativas racionales*, se dan cuenta que los precios van a bajar en el futuro y compran menos de lo que lo habrían hecho si creyeran que el monopolista va a mantener los precios.

**Ejemplo 40** Consideremos el caso de 7 consumidores cuyo valor futuro descontado del flujo de beneficios de un nuevo producto es  $v = 1, 2, \dots, 7$ . Suponemos que los consumidores tienen un factor de descuento  $\delta$  y que el costo de producción es cero.

Si el monopolista pone precios una sola vez, maximiza utilidad con el precio  $p^m = 4$ , vendiendo a los consumidores 4 a 7. Al iniciar el período 2 el monopolista no puede vender más al precio  $p^m = 4$ , pero aumentaría sus ganancias si vendiera unidades adicionales a un precio menor. La demanda residual en el período 2 son los consumidores con valoraciones 1, 2 y 3. Para esa demanda, el precio de monopolio es  $p^m = 2$ . El problema es que los consumidores del grupo 1 se dan cuenta que el monopolista va bajar el precio en el futuro y algunos de ellos, que valoran menos consumir en el primer período, prefieren esperar la caída en los precios. Esto es particularmente válido para el consumidor 4, que se ha quedado sin excedente al precio  $p^m = 4$ . Luego,  $p^m = 4$  no puede ser un precio de equilibrio. Para encontrar el equilibrio es necesario buscar precios y expectativas de precios que sean compatibles.

◇

**Proposición 8 (Conjetura de Coase (1972))** *Cuando la tasa de descuento tiende a cero en bienes con duración indefinida, el precio del monopolista tiende al precio de competencia.*

Este fenómeno es bastante común y las firmas hacen esfuerzos para esquivar el problema. Por ejemplo, los libros de texto se pueden vender a otros estudiantes, lo que hace que funcionen como bienes duraderos. Para evitar el problema, en EE.UU. los editores sacan nuevas ediciones cada pocos años, de manera de limpiar el mercado de textos usados.

En Chile, la comisión resolutoria acusó a CTC de aprovechar su información sobre las áreas de desarrollo de teléfonos para hacer que hogares compraran sus teléfonos a un precio alto. De acuerdo a testigos, a fines de los '80 CTC anunciaba una expansión (luego de muchos años en que las inversiones fueron pequeñas) en una localidad, declarando que no haría nuevas ampliaciones en muchos años. Ante esto, CTC podía vender las líneas ofrecidas a un alto precio, ya que mucha gente prefería comprar ante la alternativa de esperar años hasta el próximo período de expansión. Al año siguiente, sin embargo, la compañía anunció planes de expansión adicionales con un costo por línea mucho menor. Los compradores iniciales estaban indignados, pero lo que es claro es que CTC encontró una forma de resolver el problema del monopolio con un bien durable.

Otra alternativa disponible para un monopolio es la de arrendar en vez de vender. La ventaja de esta alternativa es que una vez terminado el período de arriendo, la firma reencuentra su demanda completa (y no la residual), por lo que no enfrenta los incentivos a bajar precios. Es tal vez por este motivo que en EE.UU. se prohibió que firmas como IBM y Xerox arrendaran sus equipos.

**Ejemplo 41** El siguiente ejemplo compara las opciones de arriendo y venta para un monopolista que produce un bien duradero. Supongamos dos períodos, y costos de producción cero. Al final del segundo período, el bien queda obsoleto. La tasa de descuento es  $\delta = 1/(1+r)$  y la demanda es  $D(p) = 1 - p$ .

1. Arrendar: En cada período se maximiza  $p_t D(p_t)$ , lo que implica:  $p_1 = p_2 = 1/2$ ,  $q_1 = 1/2$ ,  $q_2 = 1/2$ . Utilidades son:  $\Pi = (1 + \delta)/4$ .

2. Vender: La cantidad vendida en el período 1 es competencia para el monopolista en el período 2, pues puede ser revendida:  $p_2 = 1 - q_1 - q_2$ . Por lo tanto, el problema de maximización en el segundo período es:

$$\text{Max}_{q_2} q_2(1 - q_1 - q_2) \Rightarrow q_2 = \frac{1 - q_1}{2}$$

de donde obtenemos:  $\Pi_2 = (1 - q_1)^2/4$ . El precio a pagar en el primer período depende del precio esperado  $p_2^e$  en el segundo período. El precio a pagar en el primer período satisface:  $p_1 = (1 - q_1) + \delta p_2^e$ . Supongamos que hay expectativas racionales, por lo que el valor esperado es igual al valor que resulta:  $p_2^e = p_2 = (1 - q_1)/2$ . Reemplazando en la expresión para precios en el primer período:

$$p_1 = (1 - q_1) + \delta \left( \frac{1 - q_1}{2} \right) = (1 - q_1) (1 + \delta/2)$$

La cantidad demandada al precio  $p_1$  es menor que la que se hubiera demandado si el monopolista se hubiera comprometido a no producir el segundo período. En ese caso se habría tenido  $p_1 = (1 - q_1)(1 + \delta)$ . El monopolista resuelve:

$$\text{Max}_{q_1} \left[ q_1(1 - q_1) \left( 1 + \frac{\delta}{2} \right) + \delta \left( \frac{1 - q_1}{4} \right)^2 \right]$$

De esta maximización se obtiene  $q_1 = 2/(4 + \delta)$ ,

$$p_1^v = \frac{(2 + \delta)^2}{2(4 + \delta)} < \frac{1 + \delta}{2} = p_1^a \Rightarrow \Pi^v < \Pi^a$$

◇

El problema importante aquí es que el monopolio no puede comprometerse a mantener los precios, si pudiera hacerlo (es decir, si pudiera limitar su libertad de acción) estaría mejor. Hay fórmulas para comprometerse: arrendar, destruir el molde en el caso de grabados o crear reputación como la compañía De Beers, que opera en el mercado de diamantes. Por último existen las cláusulas de nación más favorecida, en que el monopolista se compromete contractualmente a ofrecerles a todos los clientes las mismas condiciones, por lo que una reducción de precios a algunos clientes le significa reducirse los a todos, lo que no provoca ningún beneficio.

El monopolista podría haber obtenido el mismo resultado que arrendando si se pudiera comprometer a un esquema de precios, es decir, si maximizara

$$\text{Max}_{\{p_1, p_2\}} p_1(1 - p_1) + \delta p_2(1 - p_2)$$

que daría como resultado  $p_1 = p_2 = 1/2$ . El problema es que el esquema de arriendo le permite amarrarse las manos, pero no puede hacerlo bajo el esquema de venta.

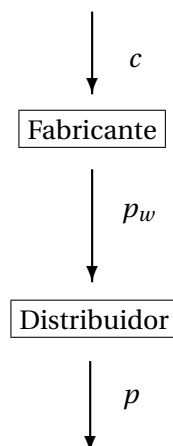


Figura 6.3: Doble marginalización

#### 6.4. Integración vertical y doble marginalización

**Definición 19** Se dice que existe *integración vertical* en una industria cuando una empresa posee dos o más partes de la cadena productiva. La integración es *aguas arriba* cuando el comprador de un insumo se compra al proveedor y *aguas abajo* cuando el proveedor del insumo es el que compra a la empresa que le compra el insumo.

Existen muchas razones para la integración vertical, como ya se estudió en la sección 5. Entre ellas se cuentan: i) los problemas de las inversiones hundidas en presencia de oportunismo; ii) la existencia de impuestos a las transacciones; y iii) dificultar la labor del regulador (ver sección 8); iv) por ventajas de coordinación de actividades o para internalizar externalidades y economías de ámbito;<sup>12</sup> y, v) el problema de doble marginalización que analizamos en esta sección.

Las comisiones antimonopolio se han opuesto en el pasado a la integración vertical, bajo el argumento que contribuye a reducir la competencia. En la mayoría de los casos esto no es así, es decir, no existe una relación directa entre integración vertical y grado de competencia en un mercado. Sin embargo, notaremos –en el caso 4 del ejemplo 42– un caso muy importante en que las comisiones antimonopolios tienen razón. El argumento en favor de la integración vertical es a) que un monopolio que le vende a una industria competitiva no afecta el bienestar social si se integra verticalmente y, b) si hay dos monopolios la integración vertical mejora el bienestar. Sin embargo, si el monopolio se entregó mediante licitación por menor tarifa, la integración vertical puede permitirle recuperar el poder monopólico perdido al *competir por la cancha*. Examinaremos estos temas en lo que sigue.

<sup>12</sup>Este parece ser el caso de la integración entre transmisión y generación en el sector eléctrico.

Es importante señalar también que en algunos casos la integración vertical aumenta la eficiencia productiva al aumentar la coordinación en el proceso productivo y porque pueden haber economías de ámbito que se aprovechan mejor al estar integrado.

**Ejemplo 42** Comenzamos examinando un caso en que existen dos monopolios, uno en producción, con costo marginal  $c < 1$  y un monopolio en distribución, que enfrenta costos marginales 0. La demanda es  $q = D(p) = 1 - p$  (ver figura 6.3).

**Caso 1.** El monopolio integrado resuelve:

$$\begin{aligned} \max_p \{(p - c)D(p)\} &= \max_p \{(p - c)(1 - p)\} \\ \Rightarrow p^I &= \frac{1 + c}{2}; \quad \pi^I = \frac{(1 - c)^2}{4} \end{aligned}$$

**Caso 2.** Monopolio en producción con minoristas competitivos. El monopolio cobra  $p^w$  a los minoristas, quienes como son competitivos, cobran  $p^w$ . Por lo tanto, al fijar el precio a los distribuidores, el monopolista fija el precio al público. Su problema es:

$$\max_p \{(p - c)D(p)\} = \max_p \{(p - c)(1 - p)\}$$

que es un problema igual al anterior, por lo que al monopolista le da lo mismo integrarse.

**Caso 3.** Consideremos el caso en que también hay un monopolio en distribución. En este caso éste último resuelve:

$$\max_{p^m} \{(p^m - p^w)D(p^m)\} \Rightarrow p^m = \frac{1 + p^w}{2}$$

Consideremos ahora el problema del monopolio productivo. Resuelve:

$$\max_{p^w} \{(p^w - c)(1 - (1 + p^w)/2)\} = \max_{p^w} \{(p^w - c)(1 - p^w)/2\}$$

por lo tanto

$$\frac{d\pi}{dp^w} = \frac{1 - p^w}{2} - \frac{p^w - c}{2} = 0 \Rightarrow p^w = \frac{1 + c}{2}$$

Lo que implica un precio al público de:

$$p^m = \left(1 + \frac{1 + c}{2}\right)/2 = \frac{3 + c}{4} > \frac{1 + c}{2}$$

con utilidades  $3(1 - c)^2/16 < (1 - c)^2/4$ . Por lo tanto, las utilidades son mayores bajo integración vertical, pero además aumentan las ventas (y baja el precio).

**Cadena de monopolios.** En el punto anterior se mostró que un monopolio en distribución independiente de un monopolio en producción es incluso peor que un monopolio único que integre producción y distribución. El problema es que el productor percibe una demanda reducida por sus productos: la demanda derivada del monopolio en distribución. Los dos márgenes que resultan son peor que uno solo. En tal caso, la integración vertical de los monopolios aumenta el bienestar social: *¿Qué es peor que un monopolio? Una cadena de monopolios.*

**Caso 4.** Para mostrar que no siempre es beneficiosa la integración vertical, consideremos el caso en que se entrega una concesión monopólica sobre la producción al oferente que ofrece el mínimo precio por el bien. En este caso, el resultado de una licitación competitiva es  $p^w = c$  y por lo tanto no obtiene rentas de la concesión.

Un buen ejemplo fueron las concesiones portuarias, en que siguió este procedimiento. En el ejemplo, aguas abajo están un mercado competitivo de empresas navieras que requieren los servicios del puerto monopólico. Con la licitación competitiva, y competencia entre navieras aguas abajo, el precio es  $p = p_w = c$ .

Si el monopolista pudiera integrarse verticalmente con una naviera y dar un mal servicio a las navieras de la competencia, podría conseguir que su naviera terminara como un monopolio, al sacar a las otras firmas del mercado. De esta manera se transformaría en un monopolio marítimo integrado (puerto más naviera monopólica), lo que le permite obtener los precios y las utilidades de monopolio, burlando los propósitos de la licitación competitiva. Estos argumentos fueron los que usó el gobierno al imponer restricciones a la integración vertical de los puertos recientemente concesionados.<sup>13</sup>

◇

**Ejercicio 32** Suponga que Vitasil S.A., un laboratorio farmacológico, vende a través de dos cadenas de distribuidores independientes que compiten entre sí. Vitasil vende solamente productos patentados, es decir sobre los que tiene monopolio. Suponga que la demanda por cada uno de los fármacos viene dada por  $D(p) = 1 - q$  y que los costos marginales de producción son  $c$ , constantes y de distribución son  $c = 0$ .

1. Desde el punto de vista de Vitasil, ¿es mejor que las cadenas de distribuidores compitan en precios o en cantidades y por qué?
2. Proponga políticas para que Vitasil resuelva sus problemas con los distribuidores.

◇

<sup>13</sup>El mismo argumento se aplica al caso de la integración vertical en empresas reguladas. En el caso bastante hipotético en que éstas estuvieran bien reguladas, su rentabilidad económica sería cero. En tal caso, al usar su monopolio para extenderse a mercados aguas abajo pueden obtener un monopolio en este último mercado y recuperar las rentas perdidas por la buena regulación.

**Ejercicio 33** Antes de la unificación alemana de mediados del siglo XIX, existían muchos principados independientes. Cada uno de los que limitaba con el Rin, un río navegable, imponía un peaje (o arancel) monopólico sobre la navegación. Suponga que hay  $N$  principados en el Rin, y que un productor monopólico de cerveza carga un barco con barriles de cerveza destinados al mercado del principado  $N$ . Los barriles de cerveza tienen un costo de producción  $c$  por unidad, y deben pagar un peaje  $t_1$  por barril para entrar al primer principado, un peaje  $t_2$  por barril para pasar al segundo principado, y así sucesivamente, pagando  $t_i$  por barril para pasar al principado  $i$ . Cada principado  $i$  elige su peaje conociendo los peajes  $j = 1, \dots, i - 1$ , de los principados aguas arriba (ver figura 6.4). El monopolio decide el precio de venta  $p$  en el principado  $N$ , dada la demanda  $q(p) = 1 - p$ , y su ganancia, por lo tanto, es  $p - \sum_{i=1}^N t_i - c$  por unidad.

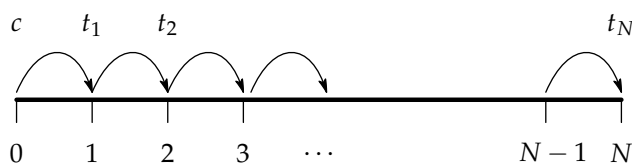


Figura 6.4: Peajes sobre el río Rin

1. Suponga que  $N = 1$ ; usando inducción hacia atrás, encuentre el peaje del principado, el precio final y la utilidad de la cervecera y del principado. (8pts)
2. Suponga que los principados se unen para formar un imperio y que el emperador compra la planta cervecera para sí. Compare precios, utilidades y excedente de los consumidores con el caso anterior. (8pts)
3. Suponga que  $N = 2$ , encuentre los peajes de los principados, el precio final y la utilidad de la cervecera y de los principados. (10pts)
4. (opcional) Encuentre una expresión para el peaje en cada principado cuando hay  $N$  principados. Muestre que si  $N \rightarrow \infty$  el transporte desaparece. ¿Cuánto es el excedente del consumidor? (5pts)

◇

## 6.5. Restricciones verticales<sup>14</sup>

Se denominan restricciones verticales a las restricciones impuestas por los fabricantes o distribuidores sobre quienes compran sus productos. Por ejemplo, en el caso de libros: no se pueden fotocopiar ni reproducir; a menudo tienen precios mínimos y, en algunos países, se prohíbe que se empaste un libro de tapa blanda con tapa dura. Cada una de estas restricciones es anticompetitiva en su intención y efectos. La primera tiene el objeto de impedir que otro editor saque el mismo libro a un precio menor. La segunda intenta reducir

<sup>14</sup>Ver Kay (1998).

la competencia entre distribuidores finales y la tercera trata de segmentar el mercado para poder discriminar. Al menos algunas de estas restricciones ofrecen beneficios: por ejemplo, la prohibición de copia hace que los editores puedan pagarle a los autores y la posibilidad de discriminar en precios permite que se publiquen libros que nunca se habrían publicado. El hecho que las restricciones verticales reduzcan la competencia pero ofrecen beneficios es lo que causa las dificultades para poder determinar cuando deben prohibirse las restricciones verticales. Es por esto que al considerar la conveniencia de medidas antimonopolio frente a restricciones verticales, se ha comenzado a utilizar la *regla de la razón* y no la *regla per se*.<sup>15</sup>

### 6.5.1. Objetivos de las restricciones verticales

Existe una variedad de objetivos asociados a las restricciones verticales:

1. Influnciar la calidad o cantidad de los recursos utilizados en la distribución final. Por ejemplo, un productor de perfumes prefiere que éstos se vendan en un local elegante.
2. Reducir el oportunismo. A menudo son necesarias inversiones específicas por ambas partes en una relación vertical y es necesario protegerse de comportamiento oportunista.
3. Sesgar a los distribuidores finales. Por ejemplo, una línea aérea puede desear que sus vuelos aparezcan primero en la pantalla del agente de viajes.
4. Segmentación del mercado. La segmentación geográfica de los distribuidores cae en este acápite.
5. Elevar los costos de cambio o búsqueda.
6. Hacer más difícil la entrada, ya que aumentan los costos hundidos de entrar. Por ejemplo, si para vender autos es necesario crear cadenas de distribución porque cada comercializadora tiene un contrato de exclusividad, es más difícil entrar.
7. Extender un monopolio. Un monopolio regulado en una etapa puede extender su monopolio a otras etapas competitivas. Ejemplo: puertos que se otorgan en concesión a menor tarifa, pero pueden obtener rentas haciendo que una compañía naviera asociada sea monopolio. También a través de transmisión de información, como se acusaba a Transelec y ENDESA cuando estaban integradas. Sin embargo, en estos casos existen economías de ámbito que pueden compensar estas desventajas.

Claramente, existen objetivos positivos en las restricciones verticales y otros objetivos que implican costos sociales importantes.

---

<sup>15</sup>Se dice que una regla antimonopolio es *per se* cuando prohíbe un comportamiento en la industria sin que haya que justificarlo. Una regla de la *razón* se usa cuando una acción tiene potenciales efectos benéficos y nocivos, por lo que es necesario evaluar su conveniencia mediante análisis económico. En principio, solo debería usarse la regla de la razón, pero esto puede imponer un costo demasiado alto a la agencia antimonopolio, por lo que se prohíben las conductas más claramente anticompetitivas.

### 6.5.2. Tipos de restricciones verticales

Algunas de las formas más importantes que pueden tomar las restricciones verticales son las siguientes:

**Términos del contrato** Un contrato especifica las condiciones en las que se puede vender el producto.

**Mantención del precio de venta** En general a los productores no les debería interesar el precio de venta del producto, a menos que tenga efectos secundarios, por ejemplo en términos de la dedicación de recursos (avisaje, mantención post-ventas) de los distribuidores finales.

**Distribución exclusiva** Los distribuidores finales no pueden vender productos de la competencia.

**Tarifas no lineales** que favorecen a una compañía.

**Exclusividad territorial** Un solo distribuidor en una zona geográfica.

**Elevando los costos y toma de rehenes** Se obliga a las firmas aguas abajo a comprar equipos especializados o a entregar boletas de garantía.

**Denegación de venta** Un mecanismo para influenciar la calidad y cantidad de distribuidores, pero también facilita la segmentación de mercado y eleva los costos de búsqueda.

**Restricciones a la reventa** Restringen la competencia.

**Pagos por exclusividad** Supermercados y displays.

**Ejercicio 34 (Este ejercicio combina temas de monopolio e integración vertical)** Suponga que la empresa de helados Frescolín desea cambiar el diseño de sus helados y para esto contrata a la empresa Alamín, que produce palitos de helado. Los palitos que Frescolín le pide a Alamín son totalmente diferentes de los usuales, por lo que hay que efectuar inversiones especiales, que no tienen uso alternativo. Suponga que con los nuevos helados, Frescolín obtiene un monopolio en la industria de helados. La demanda inversa por helados es  $q = 1 - p$ , y el único costo de producción es el precio pagado a Alamín por los palitos,  $p_p$ . A su vez, el costo de producción de los palitos depende de la inversión hundida (no recuperable)  $I$  que realiza Alamín, donde el costo por palito es  $c = -\log(1/I)/10$ . (25pts)

1. Suponga que Frescolín y Alamín son divisiones del mismo holding, que considera la maximización de beneficios de las empresas integradas. Calcule la inversión óptima y la producción óptima. (No se preocupe si hay pérdidas.)
2. Suponga que las empresas no están integradas. Frescolín es oportunista, por lo que Alamín sabe que después de renegociar, el precio de los palitos terminará siendo la mitad de la diferencia entre el precio de venta de los helados y el costo de los palitos (es decir, Frescolín se queda con la mitad del excedente):  $p - p_p = p_p - c$ . Muestre que

la inversión es ineficiente en este caso, por lo que las utilidades totales son necesariamente menores, por lo que hay incentivos a la integración vertical.

# Bibliografía

Coase, R. (1972). Durability and monopoly. *Journal of Law and Economics*, 15, 143–149.

Kay, J. (1998). Vertical restraints in European competition policy. En Philips, L., editor, *Applied Industrial Economics*, capítulo 14. Cambridge University Press, Cambridge, UK, páginas 284–294. First published in *European Economic Review*, 1990, vol 34, pp. 551-561.

Posner, R. A. (1975). The social costs of monopoly and regulation. *Journal of Political Economy*, 83(4), 807–827.

Tirole, J. (1988). *The Theory of Industrial Organization*. The MIT Press, Cambridge, MA.

## Capítulo 7

# Monopolio y discriminación

Un monopolio puede aumentar sus utilidades si es capaz de discriminar en precio o calidad, separando la demanda en grupos distintos. La discriminación no está necesariamente asociada a un monopolio, pero siempre se requiere algún grado de poder monopolístico para poder discriminar.<sup>1</sup> Este mecanismo, que es universalmente utilizado, explica la mala calidad de los asientos turista en los aviones, lo malo que son los asientos baratos en la ópera (en la famosa *nosebleed section*), por qué es tanto más bajo el precio unitario de los productos para consumidores de mayor demanda, etc. Lo importante de la discriminación de precios o de calidad es que debe ser difícil que los agentes compren la categoría de bienes no diseñada para ellos. Si esto es imposible, ya que existe *arbitraje* entre clientes, no se puede discriminar. En la figura 6.1, al monopolista le gustaría elevar el precio a los agentes de alta demanda, pero sin que esto reduzca la demanda de los agentes con baja demanda. Un monopolista realmente exitoso le cobraría a cada agente su *disposición a pagar*.

**Definición 20** (Stigler) Hay discriminación de precios si la relación precio/costo marginal es distinta para dos o más bienes similares.

De acuerdo a esta definición, no es discriminatorio que el precio de la fruta sea distinto en Santiago y Punta Arenas. Lo sería si el precio fuera el mismo.

**Ejemplo 43** Algunos casos de discriminación de precios o calidad:

Médicos que cobran según el ingreso de los pacientes.

Descuentos a ancianos y estudiantes.

Descuentos por cantidad

Miércoles de cine barato.

Libros de tapa blanda y dura.

Software para académicos y estudiantes.

Dumping.

---

<sup>1</sup>Un mercado con un número finito de firmas que compiten, también puede discriminar, así como un mercado con libre entrada y diferenciación de productos, como se verá más adelante.



**Ejemplo 44** Considere el caso de un gasoducto que vende gas a grandes empresas. El gasoducto va desde una fuente de gas a una ciudad portuaria que es el terminal del gasoducto y donde está la mayor parte de la clientela. En la ciudad, el gasoducto compite con otros combustibles (*fuel oil*) que se traen por barco. Existe un cliente que está a mitad de camino entre el origen y el destino. Para servir a este cliente no es necesario hacer instalaciones adicionales, pero la competencia de los otros combustibles es menor. Por lo tanto, el gasoducto desearía poner un precio más alto al gas que le ofrece a este cliente, a pesar que no incurre en costos adicionales por servirlo. Este es un caso de discriminación que la jurisprudencia antimonopolios considera un *abuso de posición dominante*. De acuerdo a la jurisprudencia, un monopolio puede discriminar sólo cuando existan razones de costos para hacerlo.



## 7.1. Arbitraje

Una precondition para poder discriminar es que el monopolista tenga información sobre las distintas disposiciones a pagar de los consumidores. Para que el monopolista pueda discriminar, debe ser imposible el arbitraje entre consumidores. Si existe arbitraje, el que paga menos le vende al que paga más y solo compra el primero. Existen dos tipos de arbitraje relevantes:

1. Arbitraje por reventa del producto. Ejemplos son los problemas que existen en la venta de tickets diarios (o por temporada) en las canchas de ski. Asimismo, con la reventa de software para académicos y alumnos. El bien se transfiere físicamente entre consumidores.<sup>2</sup>
2. El consumidor elige la opción que el monopolista no desea que el compre. Por ejemplo, elevar la comodidad de la clase turista en los aviones, con el efecto perverso de hacer que los pasajeros de primera clase se cambien a la clase turista.

## 7.2. Tipos de Discriminación

Pigou (1920) clasificó los tipos de discriminación en tres grandes categorías:

1. Discriminación de primer grado (o perfecta), en la que el productor se adueña de todo el excedente, ya que puede cobrarle a cada consumidor el precio de reserva para cada unidad que éste compra. Es un caso ideal ya que existe el arbitraje y hay problemas para conocer la demanda con tanto detalle.

---

<sup>2</sup>Pensemos en un fabricante de hojas de afeitar que ofrece una reducción de precio al consumidor que compra cantidades grandes. En principio, sin costos de organización ni problemas de agencia, se formarían grupos de personas que comprarían en conjunto y luego se repartirían las hojas de afeitar.

2. Discriminación de segundo grado: El monopolista diseña paquetes para que los mismos consumidores se autoseleccionen a través de sus preferencias.
3. Discriminación de tercer grado: Discriminación en base a características observables del consumidor, las que permiten separar la población de manera de reflejar preferencias y precios de reserva: sexo, edad, nivel educacional, localización.

La discriminación se puede realizar en el espectro de calidades (asientos de primera y tercera) o de cantidades (descuento por cantidades, paquetes de minutos en celular). Comenzaremos analizando el problema de discriminación en cantidad, pero como veremos más adelante, nuestras conclusiones se pueden aplicar también al caso de calidad.

**Definición 21** Un método de selección de precios o *tarifa* es una función  $T(q)$  que indica la suma a pagar por  $q$  unidades.

**Ejemplo 45** Una *tarifa lineal* es  $T(q) = pq$ . Una *tarifa de dos partes* es  $T(q) = A + pq$ , es decir un cargo fijo más un cobro por unidad consumida. Es típico de los servicios de utilidad pública. Un ejemplo de tarifa no lineal es:<sup>3</sup>

$$T(q) = \begin{cases} A_1 + p_1 q & \text{si } 0 < q < Q_1 \\ A_2 + p_2 q & \text{si } Q_1 < q < Q_2 \\ \vdots & \\ A_n + p_n q & \text{si } Q_{n-1} < q \end{cases}$$

◇

**Ejercicio 35** Es interesante observar que los esquemas de tarificación difieren en diferentes actividades. Describa el tipo de discriminación de precios y porque se usa (o no se usa) en los siguientes sectores:

1. Un cine durante un día normal.
2. El teatro municipal.
3. Restaurantes con buffet (se puede comer cuanto se desea).
4. Micros con pasajes especiales para ancianos.

◇

**Ejemplo 46 (Arbitraje)** Supongamos una función de utilidad similar a la del ejemplo 39, pero con dos clases de individuos (cada uno con masa unitaria). Los consumidores potenciales de alta demanda tienen una utilidad dada por:

$$U(p; \theta) = \begin{cases} \alpha\theta - p & \text{si compra el bien} \\ 0 & \text{si no compra} \end{cases} \quad (7.1)$$

---

<sup>3</sup>Se puede observar el parecido con la estructura de los impuestos a la renta. Los paquetes que ofrecen las compañías de telefonía celular son similares.

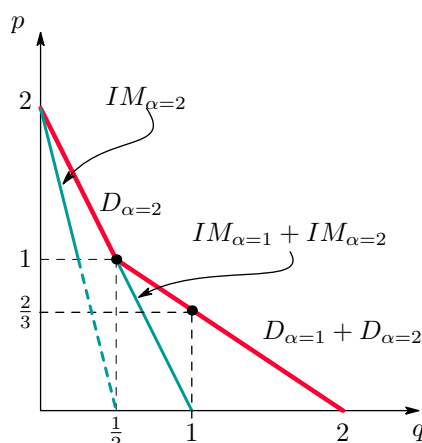


Figura 7.1: demanda asociada a la función de utilidad del ejemplo 46

con  $\alpha > 1$  y  $\theta \sim U[0, 1]$ . Aquellos con baja demanda tienen  $\alpha = 1$ . Para proseguir, supongamos  $\alpha = 2$ . El problema del monopolista es que le gustaría cobrar distinto a los consumidores de alta demanda. Es decir, le gustaría cobrar el precio de monopolio a cada grupo por separado:  $p_1^m = 1$ ,  $p_2^m = 1/2$ . Pero no puede hacerlo, pues los consumidores con alta demanda se harían pasar por consumidores con baja demanda. Por lo tanto, debe elegir entre servir sólo a los de alta demanda, con el precio  $p = 1$ , o a ambos grupos con el precio  $p = 2/3$  (demostrar ésto). En el primer caso obtiene una utilidad de  $1/2$  y en el segundo, de  $2/3$ . Pero en ambos casos es menor que la utilidad de  $3/4$  que obtendría si pudiera discriminar entre los dos tipos de consumidores.

**Ejercicio 36** Demuestre las afirmaciones anteriores.

### 7.3. Discriminación perfecta

Supongamos que los consumidores tienen demandas idénticas, conocida por el monopolista. En este caso, una tarifa de dos partes puede discriminar en forma perfecta y además consigue que el monopolio sea eficiente (en forma estática), es decir que vende las cantidades de competencia.

Para ver esto, sea  $p = p^c$  el precio de competencia y  $S^c$  el excedente agregado neto de los consumidores (ver figura 7.2). Supongamos que el monopolista cobra el precio  $p^c$  de competencia, pero para poder acceder a este precio, se debe pagar una suma  $A = S^c/n$ . En ese caso,

$$T(q) = \begin{cases} \frac{S^c}{n} + p^c q & \text{si } q > 0 \\ 0 & \text{si no.} \end{cases}$$

Dado que los consumidores determinan su consumo en base al precio, la cantidad deman-

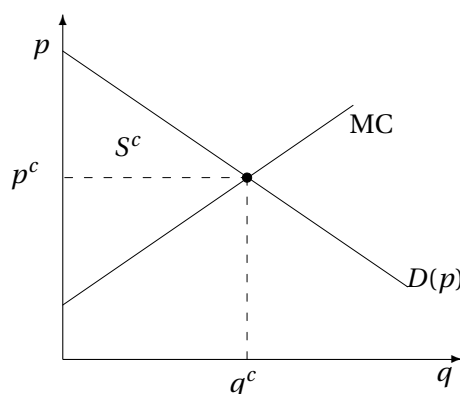


Figura 7.2: Monopolio

dada es la de competencia.<sup>4</sup> El beneficio del monopolista es  $\Pi = S^c + p^c q^c - C(q^c)$  que es mayor que el que obtiene al precio monopolista y en realidad es la mayor utilidad posible. Si las demandas son distintas pero conocidas, el cargo fijo puede también corresponder al excedente, pero diferenciado por individuo. <Claro que los consumidores no entregarían esta información!

#### 7.4. Discriminación de tercer grado

Supongamos que existen  $m$  mercados con demandas diferenciadas por características observables, como sexo, edad, estado civil, etc. No hay arbitraje entre grupos ni discriminación al interior de un grupo y el monopolista conoce la demanda de cada grupo (pero no la de cada persona al interior de éste). Dado que no se puede discriminar, la tarifa es lineal al interior de cada grupo. Los costos del monopolio son  $C(q)$  y la demanda agregada es  $q = \sum_{i=1}^n D_i(p_i)$ . El monopolista resuelve:

$$\text{Max}_{\{p_i\}} \sum_{i=1}^m D_i(p_i) p_i - C\left(\sum_{i=1}^n D_i(p_i)\right)$$

Este problema es equivalente al del monopolista multiproducto con demanda independiente que se estudió en la sección 6.2:

$$\frac{p_i - c'(q)}{p_i} = \frac{1}{\epsilon_i}$$

Tal como en el caso de un monopolista que opera en múltiples mercados, se cobra más caro en los mercados con menor elasticidad.

<sup>4</sup>Suponemos que el bien no tiene una incidencia importante en el ingreso.

### 7.4.1. Bienestar bajo discriminación de tercer grado

Una pregunta relevante es saber si el bienestar social es mayor o menor bajo discriminación de precios. Sabemos que el monopolista está mejor, ya que maximiza sus utilidades, pero ¿y los consumidores? Sabemos que los consumidores en los mercados de alta (baja) elasticidad están mejor (peor). Nos interesa el efecto total sobre el bienestar social. Consideremos primero lo que haría un monopolista obligado a cobrar precios uniformes:

$$\begin{aligned} \text{Max}_{\bar{p}} \quad & (\bar{p} - c) \sum_i D_i(\bar{p}_i) \\ \frac{\bar{p} - c'}{\bar{p}} &= - \left( \frac{\sum_i D_i(\bar{p})}{\bar{p} \sum_i D'_i(\bar{p})} \right) \\ &= \left( \frac{\sum D_i(\bar{p})}{\sum D_i(\bar{p}) \epsilon_i} \right) \end{aligned}$$

es decir, el margen de Lerner sin discriminación es un promedio ponderado del recíproco de las elasticidades de la demanda que cumple:  $\min_i (1/\epsilon_i) < (\bar{p} - c')/\bar{p} < \max_i (1/\epsilon_i)$ . Suponemos rendimientos constantes a escala,  $C(\sum q_i) = c \sum q_i$ . Nos interesa encontrar cotas para el cambio en el bienestar al pasar de una situación de no discriminación a una situación de discriminación.

**Proposición 9** *El cambio en el bienestar al pasar de un monopolio no discriminante a un monopolio discriminante satisface:*

$$\sum_i^m (p_i - c)(q_i - \bar{q}_i) \leq \Delta W \leq (\bar{p} - c) \sum_i (q_i - \bar{q}_i) \quad (7.2)$$

donde  $q_i - \bar{q}_i \equiv \Delta q_i$  es el cambio en las ventas del producto  $i$  respecto a la situación sin discriminación.

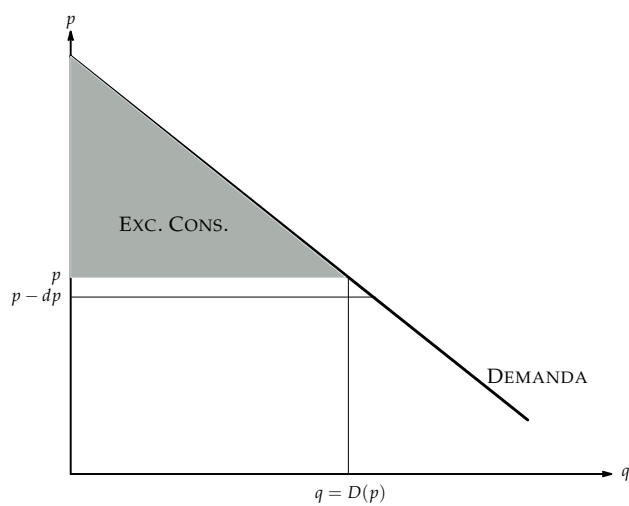
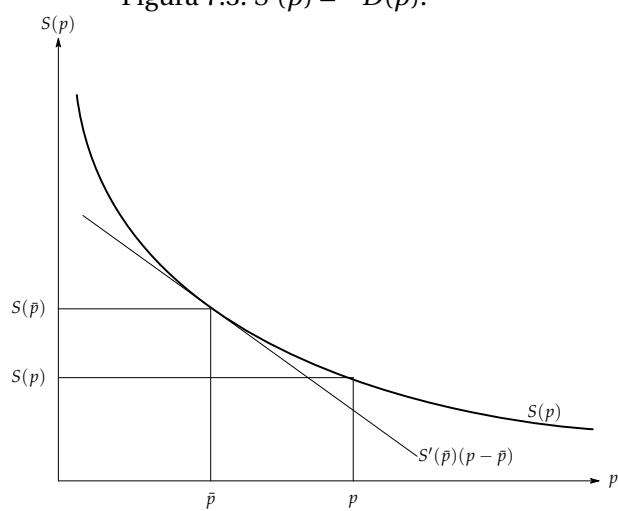
**Nota:** Recordemos que  $S'(p) = -D(p)$ . La derivación de este resultado aparece en la figura 7.3, donde se observa que  $S'(p) = \lim_{dp \rightarrow 0} [S(p - dp) - S(dp)]/dp = q$ . A su vez, este resultado implica que  $S'(p) = -D(p) \Rightarrow S''(p) = -D'(p) > 0$ , es decir  $S_i$  es convexa, lo que implica que  $S_i(p_i) - S_i(\bar{p}) \geq S'_i(\bar{p})(p_i - \bar{p})$ , como se muestra en la figura 7.4.

**Demostración:** Sea  $S_i(p)$  el excedente del consumidor a precios  $p$ . Se tiene

$$\Delta W = \sum_i [S_i(p) - S_i(\bar{p})] + \left( \sum_i (p_i - c) q_i - \sum_i (\bar{p} - c) \bar{q}_i \right)$$

Por lo tanto, se tiene

$$\begin{aligned} \Delta W &\geq \left( \sum_i [S'_i(\bar{p})(p_i - \bar{p})] \right) + \left( \sum_i (p_i - c) q_i - \sum_i (\bar{p} - c) \bar{q}_i \right) \\ &= - \left( \sum_i [D_i(\bar{p})(p_i - \bar{p})] \right) + \left( \sum_i (p_i - c) q_i - \sum_i (\bar{p} - c) \bar{q}_i \right) \\ &= \sum_i (p_i - c)(q_i - \bar{q}_i) \end{aligned} \quad (7.3)$$

Figura 7.3:  $S'(p) = -D(p)$ .Figura 7.4:  $S_i(p_i) - S_i(\bar{p}) \geq S'_i(\bar{p})(p_i - \bar{p})$

Para la otra cota, se usa  $S_i(\bar{p}) - S_i(p_i) \geq S'_i(\bar{p})(\bar{p} - p_i)$  y se procede en forma similar. ■

Una consecuencia inmediata del resultado anterior es que si las ventas caen con discriminación ( $\sum \Delta q_i \leq 0$ ), la discriminación reduce el bienestar social. En el caso particular de demandas lineales,  $\Delta q_i = 0, \forall i$ , lo que implica que el bienestar cae cuando en un mercado con demandas lineales hay discriminación.<sup>5</sup> El problema de este análisis es que al impedir la discriminación, algunos mercados pueden cerrar, con lo que el bienestar puede caer. En ese caso, los precios (y por lo tanto las cantidades) no cambian en los mercados que ya operan al permitir la discriminación de precios, por lo que la discriminación permite que  $\sum_i \Delta q_i > 0$ , y de acuerdo a la expresión (7.3) aumenta el bienestar.<sup>6</sup> En conclusión, se tiene:

**Proposición 10** 1. *La discriminación de precios reduce el bienestar social si las demandas son lineales.*

2. *Cuando, al impedir la discriminación de precios, algunos mercados no operan, al permitir la discriminación de precios, el bienestar aumenta.*

**Ejemplo 47** Considere el ejemplo 46, con el objeto de comparar el bienestar social con y sin discriminación. Se tiene que el bienestar con discriminación es  $W^D = 9/8$  y sin discriminación es de  $W^{SD} = 7/6$ .

**Ejercicio 37** Obtenga los valores del bienestar en el ejemplo anterior.

**Ejercicio 38** ¿Existen condiciones bajo las cuales un monopolio vende a costo marginal? Es posible que el monopolio venda bajo su costo marginal?

◇

**Ejercicio 39** La Compañía de Cervecerías Desunidas (CCD) produce la única cerveza en el país. Produce una cerveza tradicional con poco sabor llamada "Cristalina". Las preferencias de los consumidores no son homogéneas y se reparten en  $[0, 1]$ , donde 0, representa a individuos que prefieren cervezas aguachentas y 1 representa a quienes prefieren cervezas de mucho cuerpo. Suponga que el individuo que tiene preferencias  $x \in [0, 1]$  tiene demanda  $p = a - b(p + x)$  y que la frecuencia de los consumidores está dada por la figura 7.5.

1. Determine la función de utilidades del monopolio.
2. Calcule el precio óptimo de CCD si los costos marginales son  $c = 0$ .
3. Si Ud. fuera contratado por el gerente de productos de Cristalina, ¿que le recomendaría en términos de su posicionamiento en la escala de aguada a fuerte?

◇

<sup>5</sup>Este resultado fue descubierto por Joan Robinson.

<sup>6</sup>Ya que en los mercados que estaban abiertos las cantidades no cambian y en los mercados que se abren las cantidades aumentan.

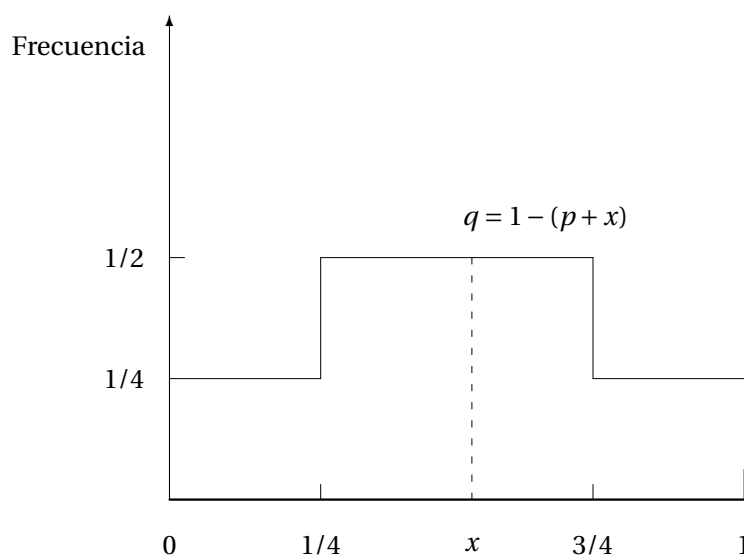


Figura 7.5: Demanda por cerveza de distintos consumidores

**Ejercicio 40** Suponga que el gobierno no obliga a los autobuseros a tener una tarifa escolar. ¿Cree Ud. (y por qué) que los empresarios del gremio crearán un pasaje escolar? ¿Será válido a toda hora?

◇

## 7.5. Discriminación de segundo grado

Cuando una firma se enfrenta a una demanda compuesta por consumidores heterogéneos, puede desear discriminar entre ellos. ¿Que puede hacer si no se puede identificar al grupo al que corresponde un consumidor? En este caso, la única opción es diseñar distintos paquetes de productos que hagan que el consumidor se autoseleccione y compre el paquete que está destinado a consumidores con sus características. El problema está relacionado con el de selección adversa: también aquí es necesario que los consumidores elijan, es decir, que satisfagan sus restricciones de compatibilidad de incentivos.<sup>7</sup>

El caso más simple de sistema de discriminación corresponde a la *Tarifa de dos partes*:  $T(q) = A + pq$ . Esta tarifa induce discriminación ya que el costo unitario depende del número de unidades que se compran y corresponde a un descuento por cantidad.

### Ejemplo 48

<sup>7</sup>Por su parte, la discriminación perfecta es similar al caso de selección adversa con información simétrica que estudiamos en la sección 3.3.3.

1. Hojas de afeitar y máquina.
2. Películas y máquina fotográfica Polaroid.
3. Bajada de bandera en un taxi.
4. Clubes deportivos, etc.

◇

Para estudiar este problema, elegimos una formulación muy sencilla. Consideremos individuos con funciones de utilidad separables  $\mathcal{U} = U(I - T(q)) + V(q)$ , donde  $I$  es su ingreso,  $T(q)$  es lo que paga por consumir  $q$  unidades del bien producido por el monopolio y  $U$  es la utilidad del ingreso,  $V$  es la utilidad de consumir el bien, con  $V' > 0$ ,  $V'' < 0$ . Si  $T(q) \ll I$ , por lo que el efecto ingreso es poco importante, se puede usar Taylor:

$$U(I - T(q)) + V(q) = U(I) - T(q)U'(I) + V(q)$$

Definiendo  $\theta = 1/U'(I)$ , se tiene que las preferencias de los consumidores se pueden representar por<sup>8</sup>

$$\mathcal{U} = \theta V(q) - T(q)$$

Debe notarse que las diferencias en  $\theta$  corresponden a diferencias en los ingresos. Si tenemos que una proporción  $\lambda$  de los consumidores son de alto ingreso ( $\theta_1$ ) y que  $\theta_1 > \theta_2 > c$ , en principio al monopolista le gustaría servir a ambos mercados.

Podemos estudiar el comportamiento de los individuos mediante sus curvas de indiferencia en el espacio de las cantidades  $q$  y el costo de adquirir esas cantidades  $t(q)$ . Las curvas de indiferencia satisfacen  $\mathcal{U} = \theta V(q) - T(q) = cte$ . Las podemos dibujar como aparecen en la figura 7.6. La forma de las curvas de indiferencia de los agentes es creciente pues si les ofrecemos más cantidad, sólo es posible permanecer en el mismo nivel de utilidad si pagan más. La curvatura se debe a que la utilidad marginal del consumo del bien es decreciente, por lo que si aumenta la cantidad consumida, el individuo pagará una cantidad menor por la cantidad adicional. Las curvas de indiferencia de la empresa son rectas. Dado el precio que cobra la firma y el derecho a consumir el producto  $A$ , el agente elige el par de cantidades y tarifas  $q_0, T(q_0)$  correspondiente al punto de tangencia.

### 7.5.1. El caso de discriminación perfecta

En la figura 7.7 se muestran las curvas de indiferencia de cada tipo de consumidor. Las curvas tienen esa forma porque los consumidores están dispuestos a pagar más por más unidades del bien, pero a una tasa decreciente. La pendiente de los consumidores con mayor demanda es más alta, ya que  $\theta_2 > \theta_1$ . Las curvas de indiferencia del monopolista tiene pendiente  $p^{DP} = c$  pues con esa pendiente el consumo es eficiente y se maximiza el excedente de cada consumidor. El monopolista extrae el excedente mediante el cargo fijo de acceso, dejando a cada tipo de consumidor con el mismo excedente que si no hubiera consumido.

<sup>8</sup>Dado que  $I$  no cambia,  $U(I)$  es constante, por lo que eliminarlo no cambia las preferencias.

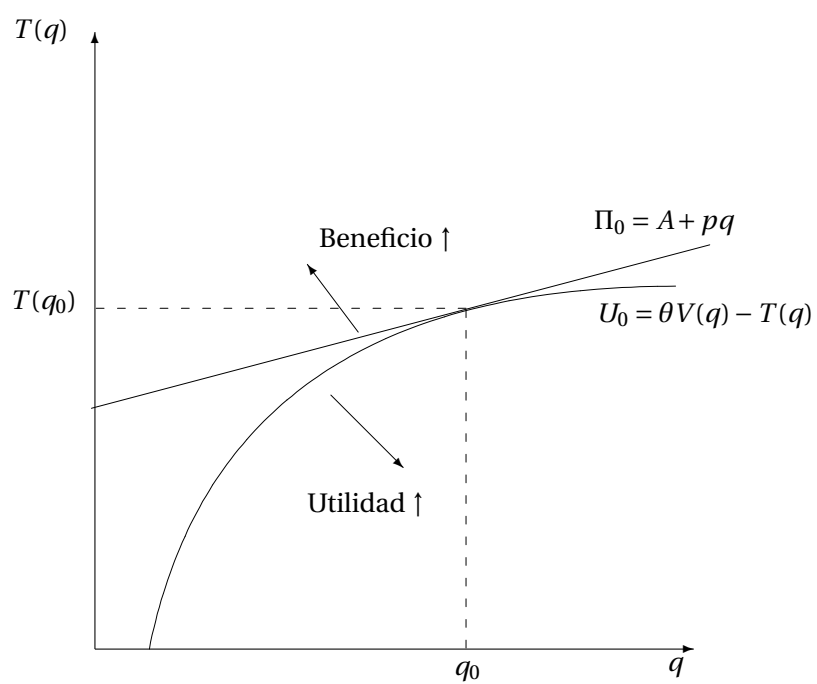


Figura 7.6: Curvas de indiferencia de agentes y firmas.

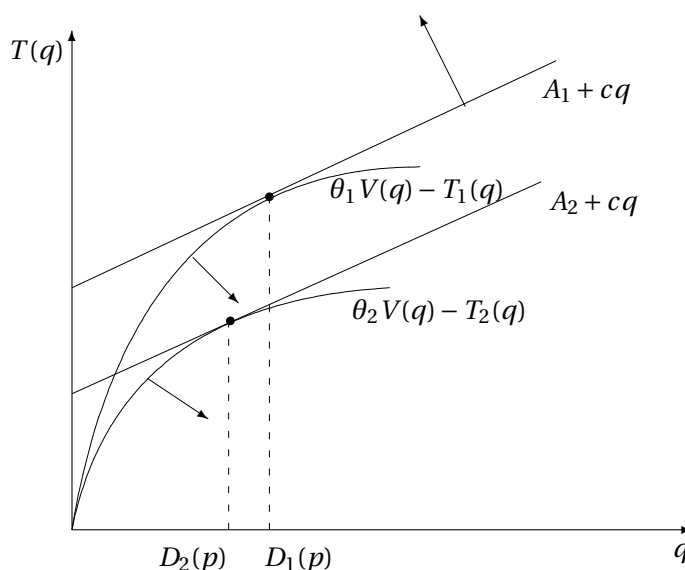


Figura 7.7: El monopolio perfectamente discriminante

En la figura 7.7 se observa que el monopolista extrae todo el excedente de ambos grupos, por lo que están indiferentes entre consumir y no hacerlo. Cabe notar que los consumidores con alta demanda siempre consumen más, lo que era de esperar.

**Ejercicio 41** Haga un dibujo similar para el caso del monopolio que no puede discriminar entre los dos tipos de consumidor (es decir,  $T(q) = pq$ ). Muestre que en ese caso, ambos tipos de consumidores obtienen un excedente positivo de consumir.

◇

### 7.5.2. Una tarifa de dos partes

En este método de tarificación, a todos los consumidores se les cobra un cargo fijo  $A$ . Comenzamos suponiendo que ambos tipos de consumidores son servidos. En ese caso, para que los consumidores con menor demanda compren, es necesario que  $A \leq S_2(p)$ . Los consumidores con mayor demanda también compran, ya que  $S_2(p) < S_1(p)$ . El monopolista cobra  $A = S_2(p)$  y pone un precio que maximiza  $S_2(p) + (p - c)D(p)$ . La figura 7.8 muestra como tarifica el monopolista.

El precio resultante de una tarifa de dos partes satisface  $p^m > p^{2P} > p^{DP} = c$  y las utilidades satisfacen  $\Pi^{DP} > \Pi^{2P} > \Pi^m$ .<sup>9</sup> Debido a que los precios son menores con la tarifa de dos partes que bajo una tarifa lineal (de monopolio), ambos tipos de consumidores consumen más que sin discriminación.

<sup>9</sup>Aquí, 2P indica 2 partes y DP indica Discriminación perfecta.

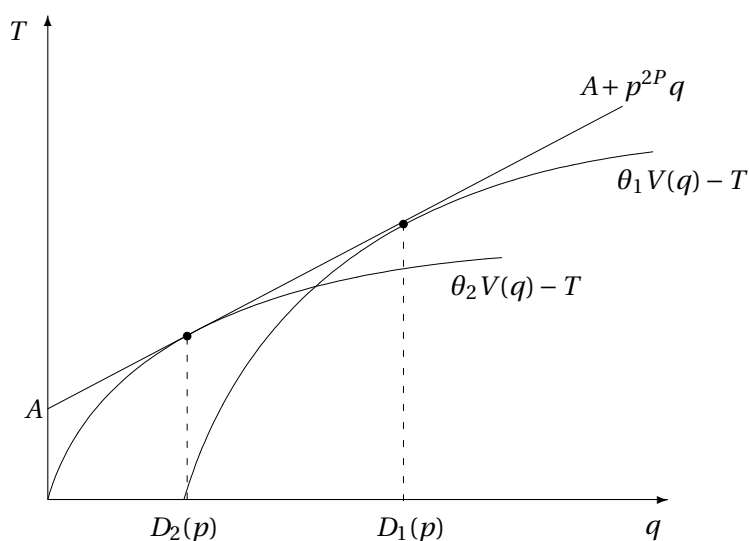


Figura 7.8: Tarifa de dos partes

El monopolista puede vender a precios menores al de monopolio y resarcirse mediante el cargo de acceso. Este tipo de tarifas son útiles cuando no se puede controlar el consumo: Fantasilandia, canchas de ski, micros, televisión por cable (sin *pay per view*), hojas de afeitar. Sin embargo, son menos eficientes que las tarifas no lineales.

### 7.5.3. Tarifa no lineales

Si se puede controlar el consumo de los individuos, es posible diseñar paquetes del producto dirigidos específicamente a cada tipo de consumidor. Si hay dos tipos de consumidores, el monopolista diseña un paquete para los de alto consumo y otro para los de bajo consumo. Un ejemplo claro son los contratos en telefonía móvil, en que los paquetes indican un cargo fijo por un cierto número de minutos y un cargo variable por minuto adicional. Tanto los cargos fijos como los cargos variables cambian en los distintos paquetes. El cuadro 7.1 muestra un ejemplo de tarifas de telefonía móvil.

**Ejercicio 42** Considere el “Nuevo Plan Superflexible” de CTC Startel, del 28/9/98. Este plan se ajustaba al consumo de los agentes, es decir, si aumentaba o bajaba el número de minutos, los usuarios caían en las distintas categorías. El cuadro 7.2 muestra los paquetes:

1. Grafique este esquema de precios.
2. ¿Le parece que corresponde a una tarifa no lineal eficiente? ¿Cuál es el problema?
3. ¿Promovería al responsable?

Cuadro 7.1: Tarifas de telefonía móvil: ENTEL PCS

Minutos	Cargo fijo (\$)	Adicional punta (\$)	Adicional fuera de punta (\$)
100	12.000	150	100
200	15.000	130	80
300	20.000	100	60
400	25.000	80	40

**Notas:** Precios 23 Febrero 1999, *El Diario*.

Cuadro 7.2: Tarifas de telefonía móvil: Superflexible CTC-Startel

Minutos	Cargo fijo (\$)	Adicional punta (\$)	Adicional fuera punta (\$)
0-49	9.999	170	70
50-99	7.000	150	65
100-149	6.000	120	60
150-199	5.000	100	55
200-349	2.000	94	55
350-499	1500	85	50
500 y más	999	80	40

**Notas:** Precios 28 de Septiembre 1998, *El Mercurio*.

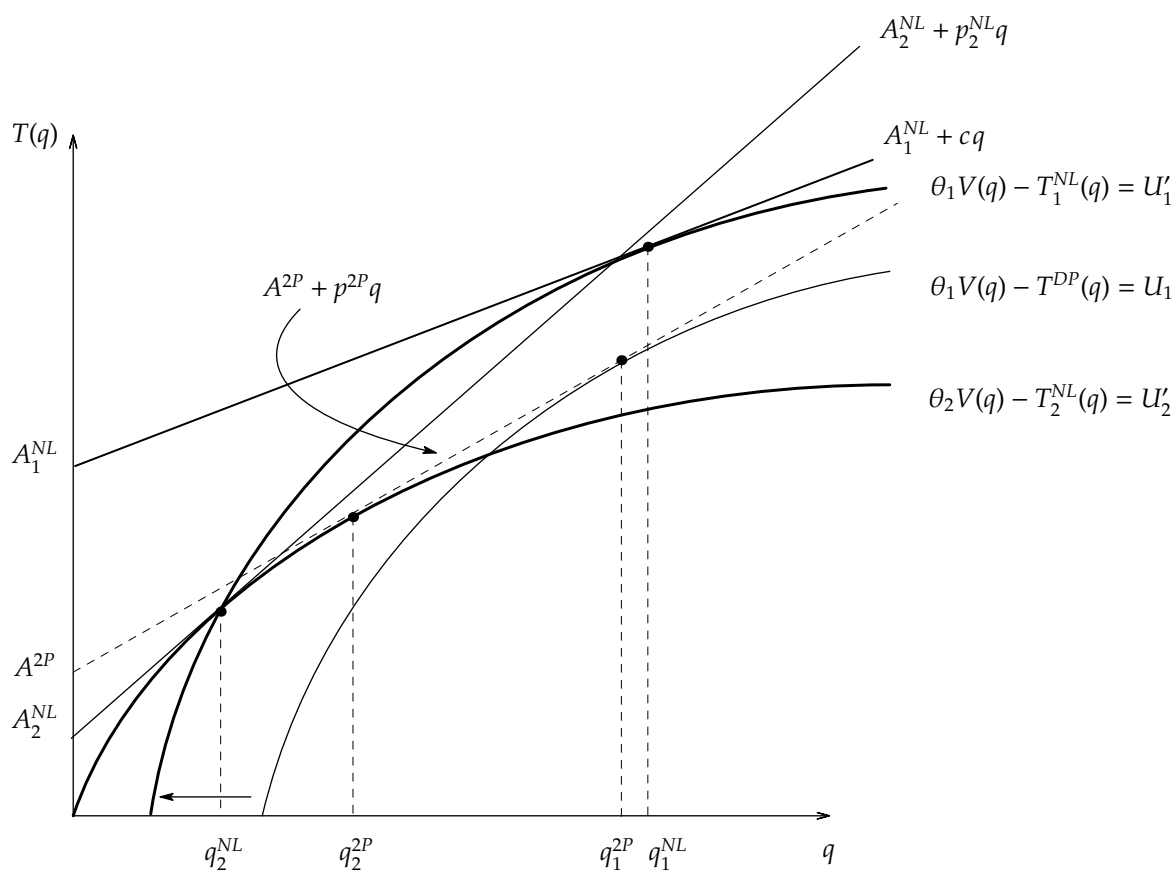


Figura 7.9: Tarifas no lineales óptimas



La figura 7.9 muestra como funcionan las tarifas no lineales. En ella aparece la tarifa de dos partes y se muestra como cambia la utilidad de los agentes de alta demanda cuando se introducen dos paquetes de consumo, uno para los consumidores de alta demanda y otro para los de baja demanda.<sup>10</sup> A los de baja demanda, tal como en el caso de la tarifa en dos partes (y tal como en el caso de selección adversa estudiado en la sección 3.3.3) se les extrae todo el excedente. A los de alta demanda se les cobra el precio eficiente, es decir, se les cobra el costo marginal y luego se les hace pagar un cargo fijo más alto que el de los agentes de baja demanda. Esto es lo mismo que vimos en el caso de selección adversa. Además se debe cumplir que los agentes de alta demanda no se quieran hacer pasar por consumidores de baja demanda, es decir que cumplan una restricción de incentivos. En el gráfico se muestra que si eligieran el paquete destinado a los individuos de baja demanda, no obtendrían más utilidad.<sup>11</sup> Este procedimiento es más eficiente que una tarifa en dos partes, pues los consumidores de alta demanda consumen en forma eficiente (nuevamente, tal como en el caso de selección adversa), es decir, más que bajo una tarifa de dos partes. Para poder hacer esto, se distorsiona en forma adicional a los agentes de baja demanda (el precio que enfrentan  $p_2^{NL} > p^{2P}$ , y consumen menos), de manera de reducir el costo de la restricción de incentivos para los agentes de alta demanda. Por último, la figura muestra que los consumidores de alta demanda tienen menos excedente (o renta informacional) que lo que tenían bajo una tarifa de dos partes.

Existe un último caso de interés: cuando la proporción de consumidores de baja demanda es pequeño, el costo de servirlos puede ser alto, en el sentido que servirlos hace que sea necesaria la restricción de incentivos para los agentes de alta demanda. El monopolio puede preferir un sólo paquete que extraiga todo el excedente de los agentes de alta demanda y que le dé utilidad negativa a los de baja demanda, que no lo consumen.<sup>12</sup>

**Ejercicio 43** Las mejores universidades privadas de EEUU tenían un acuerdo que garantizaba que ningún alumno meritorio quedaría fuera por motivos económicos. Los alumnos aceptados debían enviar toda la información sobre los ingresos de sus padres y en base a eso se preparaba un plan de ayuda económica. Las universidades compartían la información de quién había recibido becas. Nota: las universidades desean atraer a los mejores alumnos.

1. ¿De qué tipo de discriminación se trata?
2. ¿Por qué era importante para el acuerdo entre las universidades que se entregara la información de los becados?

<sup>10</sup>Notemos la importancia de la condición de no arbitraje en cantidades. En la figura 7.9, a cada tipo se le ofrece un paquete  $(T_i(q_i), q_i)$  y no pueden elegir otra cantidad. Si pudieran hacerlo, los consumidores de tipo 1 elegirían un punto de la recta  $T_2(q)$  a la derecha del punto de intersección de las curvas de indiferencia (entre  $q_1$  y  $q_2$ ) y tendrían más bienestar. Si pueden compra cantidades intermedias, se deben usar tarifas de dos partes.

<sup>11</sup>En cambio, para los consumidores de baja demanda, la restricción de incentivos no es activa, nuevamente como en el caso de selección adversa.

<sup>12</sup>Nuevamente observamos la similitud con el caso de selección adversa. Vimos que en el caso de seguros (sección 3.3.4), a los consumidores de menor demanda se los podía excluir del mercado.

3. La Corte Suprema prohibió el acuerdo de manera que ahora las Universidades deben competir (con becas) por los mejores alumnos. ¿Cree usted que el bienestar de los mejores alumnos ha empeorado? ¿Qué sucede con los alumnos menos buenos?

◇

**Ejercicio 44** En un lejano país existe un monopolio de la telefonía local: CTCENTEL (C). Esta única firma atiende un mercado en el que existen dos tipos de consumidores: los “habladores” (H) y los “silenciosos” (S). La demanda que enfrenta el monopolio en estos dos mercados es  $q_H = a - p$  y  $q_S = 1 - p$ , con  $a > 1$ . La tecnología de telecomunicaciones tiene costo marginal cero. El problema, desde el punto de vista de la empresa, es que no es capaz de distinguir si un cliente determinado es H o S. Lo único que sabe es que la proporción de habladores es  $\lambda$ .

1. Suponga que puede cobrar un cargo fijo y un precio por uso. Si CTCENTEL decide atacar solamente el mercado de los habladores, cuál es su utilidad? (Recuerde que el excedente de los consumidores cuando consumen  $q$  unidades mide la utilidad de consumir esas  $q$  unidades).
2. Suponga ahora que CTCENTEL decide atacar ambos segmentos de mercado, cuál es su utilidad?
3. Describa las condiciones que harían que CTCENTEL prefiriera olvidarse de servir a los silenciosos cuando  $a = 2$ .
4. Suponga que CTCENTEL decide discriminar por autoselección entre sus clientes. Escriba el problema que debe resolver CTCENTEL, indicando las restricciones de participación y de autoselección.

◇

## 7.6. Discriminación de calidad

Una forma de mirar la discriminación de calidad es considerar consumidores con demanda unitaria por un bien (consumen a lo más una unidad). Este bien puede tener distintas calidades designadas por  $s$ . La utilidad de los consumidores es:

$$U = \begin{cases} \theta s - p & \text{si compra} \\ 0 & \text{si no} \end{cases} \quad (7.4)$$

El costo del monopolista es  $c(s)$ . Si  $q \equiv c(s)$  es el costo de la calidad se tiene  $s = V(q) = c^{-1}(q)$ . Luego

$$U = \theta V(q) - p(V(q)) = \theta V(q) - T(q)$$

Como la función de costos es lineal en  $q$  cuando el costo marginal es constante, tenemos el mismo problema de antes. Todo el análisis de la sección 7.5 puede repetirse para el análisis de calidad. Por ejemplo, con tarificación no lineal los consumidores con  $\theta$  alto compran la calidad socialmente óptima mientras que el resto recibe calidad subóptima.

### 7.6.1. Calidad y riesgo moral

Consideramos un bien de experiencia, es decir, es necesario consumir el bien para percibir su calidad. El productor tiene incentivos para bajar su calidad ya que la calidad tiene costos. Un ejemplo de esto es la comida en las ramadas del "18", ya que i) pasa mucho tiempo hasta la próxima ramada (tasa de descuento alto), y ii) el recuerdo de la calidad de la comida se desvanece con el tiempo. En general, si se compra una vez, la calidad es baja. Las franquicias de comida rápida como McDonald's nacieron porque los viajeros en EE.UU. no tenían confianza en los restaurantes locales ya que era muy probable que nunca volvieran. McDonald's tiene reputación de calidad constante lo que reduce el riesgo.

**Ejemplo 49** Consideremos el caso de consumidores idénticos con utilidad:

$$U = \begin{cases} \theta s - p & \text{si compra} \\ 0 & \text{si no} \end{cases}$$

Existen dos calidades posibles. El costo para el productor es  $c_s$  de producir calidad  $s$ , con  $c_1 > 0$  y  $c_0 < c_1$ . El beneficio para el productor es  $p - c_s$ , por lo que produce calidad  $s = 0$  si la demanda no cae debido a la peor calidad. En ese caso la demanda desaparece si  $C_0 > 0$  ya que necesariamente  $p > 0$  y por lo tanto  $U = -p$ .

Supongamos que existe una fracción  $\alpha$  de los consumidores que está informado sobre la calidad y que paga  $\theta$  si la calidad es alta y 0 si no lo es. Entonces, si  $p \in [0, \theta]$ , los consumidores informados compran solo si  $s = 1$ . El beneficio para el productor de venderles a ellos es  $\alpha(p - c_1)$ . Por el contrario, si los informados no compran, la demanda proviene solo de los consumidores no informados, en cuyo caso la firma produce sólo calidad baja y los consumidores no informados no compran tampoco, ya que no ven a los informados comprando. Los consumidores informados producen una *externalidad* positiva en el mercado dándole credibilidad al productor si produce un buen producto.

◇

## 7.7. Discriminación sin monopolio<sup>13</sup>

Es importante reconocer que la discriminación de precios es importante en mercados en los que existe competencia: restaurantes, hoteles, bares, líneas aéreas, etc. En general se observa discriminación de precios en actividades en las cuales existen restricciones de inventarios o capacidad que hacen que el costo marginal de proveer el servicio a un usuario sea mucho menor que el costo medio. Por ejemplo, mientras haya capacidad, el costo de

<sup>13</sup>Ver Rosen y Rosenfield (1997)

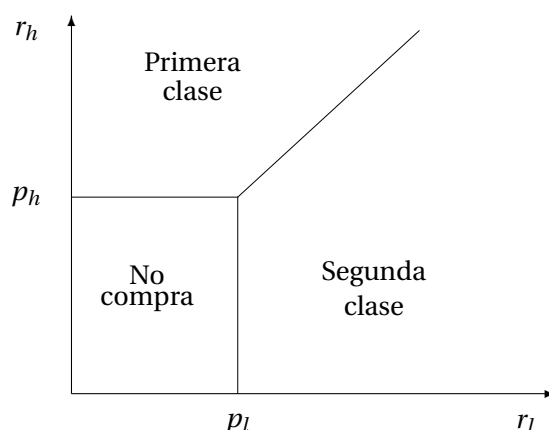


Figura 7.10: Partición del plano de acuerdo a intenciones de compra

una habitación de hotel o de un asiento de avión es trivial una vez construido el hotel o preparado el avión. Este tema es particularmente importante en el caso de los precios de los boletos. Ejemplos abundan: trenes, eventos deportivos, conciertos y ópera.

El problema que se analizará es el siguiente: existen dos tipos de asientos en un teatro, los de primera (H) y de segunda (L). El vendedor elige el número de asientos de cada tipo, su calidad y una política de precios para servicios complementarios (programas, bebidas y *popcorn*). Los clientes pueden asistir o no al evento. Todos prefieren el servicio de primera clase al de segunda clase, pero sus disposiciones a pagar difieren. Las preferencias están descritas por  $r_h$ ,  $r_l$ , los precios de reserva de un agente por ambos tipos de asiento, dada la calidad y los precios de bienes complementarios. El vendedor sabe que la demanda condicional tiene una densidad  $f(r_h, r_l)$ , pero no conoce las características de individuos particulares. Los precios se anuncian con antelación y son iguales para todos.<sup>14</sup> Para resolver este problema, se procede por inducción inversa: dadas la calidad y el precio de los complementos, se determinan los precios que maximizan la utilidad.<sup>15</sup> Dada la política óptima de precios, interesa determinar la calidad y el precio de los complementos.

Si  $p_l$  y  $p_h$  son los precios de los dos tipos de asiento, los agentes van a comprar boletos de acuerdo a:  $\max\{r_h - p_h, r_l - p_l, 0\}$ . Por lo tanto, un par de precios  $(p_l, p_h)$  particiona el plano en tres zonas, determinadas por el valor de reserva de los clientes, como se muestra en la figura 7.10.

Supongamos ahora un cambio en el precio de los boletos. Este cambio induce modifica la división del plano como se muestra en la figura 7.11. Si  $p_h$  se sube a  $p'_h$ , algunas de las personas que antes compraban asientos de primera deciden dejar de asistir (área 1) y otros se cambian a asientos de segunda (área 2). El efecto de elevar el precio de los asientos de

<sup>14</sup>El vendedor sabe como esta densidad cambia con cambios en la calidad y en los precios de bienes complementarios.

<sup>15</sup>No hay reventa de boletos.

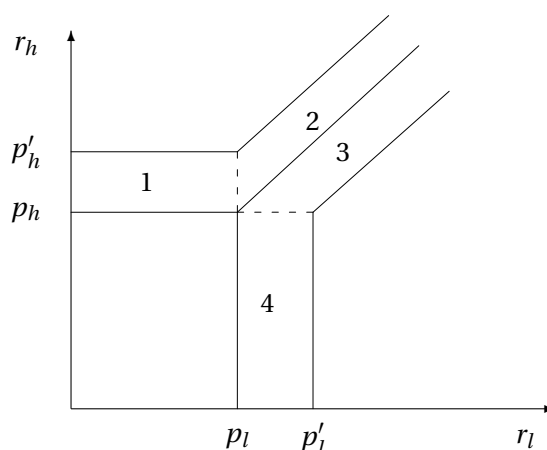


Figura 7.11: Cambios en las intenciones de compra en respuesta a un cambio de precios.

segunda es similar: parte del público deja de asistir (área 3) y otros se cambian a primera (grupo 4).

El problema del vendedor es maximizar los ingresos sujeto a la restricción de asientos disponibles. El caso más simple es aquél en que la densidad está concentrada en el punto  $(r_{1h}, r_{1l})$ . El vendedor pone los precios  $p_{1l} = r_{1l}$  y  $p_{2l} = r_{2l}$  y extrae todo el excedente. Supongamos que además existe un segundo grupo de clientes con precios de reserva  $r_{2l}, r_{2h}$ , como se muestra en la figura 7.12. en este caso hay dos posibilidades. En la primera se excluye a estos clientes, manteniendo la política de precios altos indicada más arriba, lo que es razonable si hay muchos clientes de tipo 1 en relación al número de asientos. Alternativamente, si la cantidad de clientes de tipo 1 no es tan alta, interesa servir también a los agentes de tipo 2. Para esto se debe reducir el precio de los asientos de segunda a  $r_{2l}$  o menos.

El problema es que si hace eso, todos los clientes del grupo 1 se cambian a segunda clase, como se muestra en el caso a de la figura 7.12 si dejáramos el precio de los asientos buenos en  $p_{1h} = r_{1h}$ , ya que todos los agentes de alta demanda quedan en la zona 3 de la figura 7.11. Es decir, para poder atender a los agentes de segunda es necesario reducir simultáneamente los precios de primera y los de segunda clase. Esto es lo que se hace en el caso a de la figura 7.12 al bajar el precio a  $p_l = r_{2l}$ ,  $p_h > r_{2h}$ . A ese precio, los agentes de baja demanda prefieren en forma estricta los asientos de segunda y los de alta demanda están indiferentes entre ambos tipos de asiento. Se debe notar que a los agentes de tipo 2 se les extrae toda la renta.

Estos resultados dependen crucialmente de la distribución de preferencias de los consumidores. En el caso b de la figura 7.12, las diferencia entre las preferencias por los asientos de primera son relativamente pequeñas en comparación con las preferencias por los asientos de segunda. En este caso, lo óptimo es que los agentes de tipo 2 elijan los asientos de buena calidad (pero se les extrae todo el excedente, igual que antes) y son los consumidores

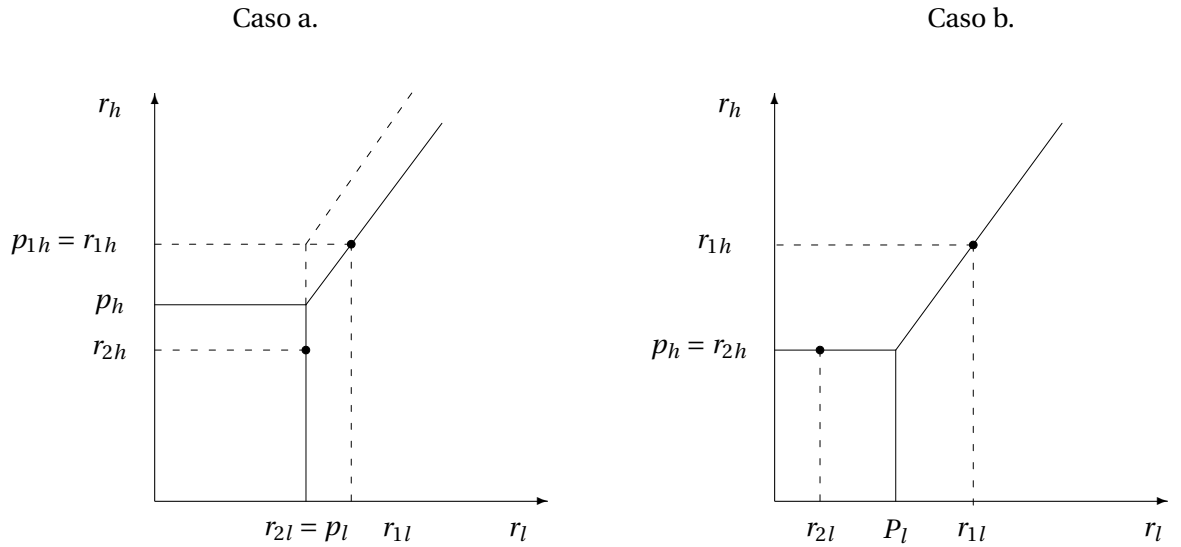


Figura 7.12: a. Caso en que se reduce solamente el precio de los asientos de segunda. b. Precios eficientes requieren cambiar ambos precios.

de tipo 1 los que eligen los asientos de segunda.

Examinaremos el caso simple en que la demanda está dada por un solo parámetro  $T$  que permite ordenar las preferencias y  $T$  se distribuye según  $g(T)$  en la población, con precios de reserva  $r_j = \alpha_j + \beta_j T$ ,  $j = h, l$ , donde los parámetros representan características del servicio (calidad y precios de complementos). Si los parámetros  $\beta_j$  son positivos, se obtiene que los precios de reserva se distribuyen sobre una recta de pendiente positiva con ecuación:  $r_h \beta_l + \alpha_h \beta_l = \beta_h r_l + \alpha_l \beta_h$ . Claramente, los agentes que no compran son aquellos con menores valores de  $T$ . La figura 7.13 muestra el equilibrio en el panel izquierdo (cuando  $\beta_h > \beta_l$ ). Los consumidores con  $T \geq T_1$  (área  $N_h$ ) eligen los asientos caros, los con  $T \geq T_0$  (área  $N_l$ ) eligen los de segunda y los demás (área  $N_0$ ) eligen no asistir. Los consumidores marginales son  $T_1$  que satisface  $r_h - p_h = r_l - p_l$  y  $T_0$  que satisface  $r_l = p_l$ . Sustituyendo de la expresión para los precios de reserva se tiene:

$$T_1 = \frac{(p_h - p_l) - (\alpha_h - \alpha_l)}{\beta_h - \beta_l} \quad (7.5)$$

$$T_0 = \frac{p_l - \alpha_l}{\beta_l} \quad (7.6)$$

Definamos  $G(T)$  como la “distribución” asociada a  $g(t)$ , con  $G(T) = N$ , el número total de personas. Las funciones de demanda por cada tipo de asiento son  $N_h = N - G(T_1)$  y  $N_l = G(T_1) - G(T_0)$ . De las ecuaciones (7.5) y (7.6) se tiene que la demanda en cada clase depende de la diferencia de precios entre clases (el *premium*)  $\Delta p = p_h - p_l$  y del precio de los boletos

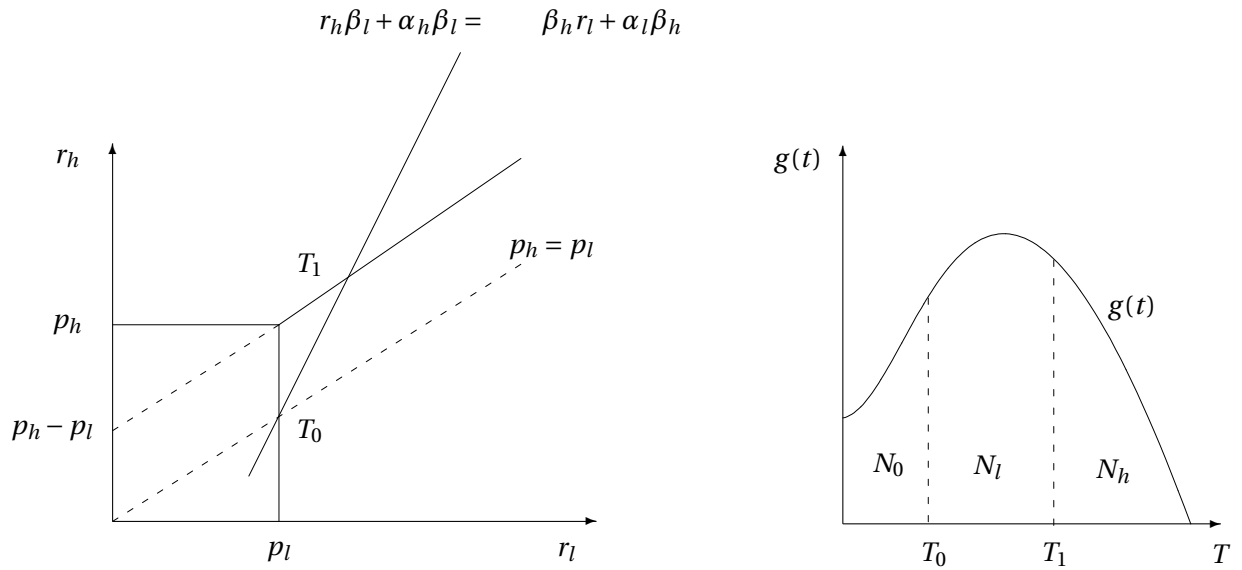


Figura 7.13: a. Equilibrio en el caso que las preferencias dependen de un solo parámetro, b. Densidad de preferencias por asientos de cada tipo.

de segunda clase. En el caso en que ambos tipos de boletos se venden, el número de clientes por los buenos asientos está determinado solamente por  $\Delta p$  y una vez elegido este valor se elige  $p_l$  para determinar el consumidor marginal. Elijiendo  $\delta p$  y  $p_l$  para maximizar el ingreso total  $p_h N_h + p_l N_l$  se tienen las CPO:

$$\frac{\partial(p_h N_h + p_l N_l)}{\partial \Delta p} = N_h + \frac{\partial N_h}{\partial \Delta p} \geq 0 \quad (7.7)$$

$$\frac{\partial(p_h N_h + p_l N_l)}{\partial p_l} = (N_h + N_l) + p_l \frac{\partial N_l}{\partial p_l} \quad (7.8)$$

Si las restricciones de capacidad no son activas las expresiones anteriores son igualdades. La primera ecuación determina por sí sola a  $\delta p$ . Luego se elige  $p_l$  para racionar a los agentes de tipo 2. El problema ahora consiste en la selección de la calidad de los asientos y del número de asientos de cada tipo (dada la calidad) para maximizar el ingreso. Una aproximación a este complejo problema aparece en Rosen y Rosenfield (1997).

### 7.7.1. Aplicaciones al caso de discriminación intertemporal

Consideremos el caso de un número muy grande de consumidores con precio de reserva  $r$  y un factor de impaciencia  $D$ . El teatro puede servir solamente a una pequeña proporción de la demanda cada día. Una persona está dispuesta a pagar  $rD^s$  hoy por un boleto

para una función  $s$  períodos en el futuro. Si todos los boletos fechados se vendieran antes de la primera función, el precio de equilibrio sería:  $r$  para la primera función,  $rD$  para la segunda,  $rD^s$  para el día  $s$ . El total recibido por el dueño del teatro es  $r + rD + rD^2 + \dots$ . Es el método preferido por el dueño del teatro si recibe una tasa de interés sobre la recaudación que implica una tasa de descuento sobre la recaudación  $d$  que es mayor que la tasa de impaciencia  $D$  de los clientes.

En el caso en que los clientes son muy impacientes y  $d$  es el factor de descuento del dueño del teatro, con  $D < d$ , una estrategia mejor es no vender boletos hasta el día de la función, vendiéndolas al precio  $r$  en cada función. El valor presente es  $r + rd + rd^2 + \dots$  que es mayor que la suma anterior. Por supuesto, en este caso habrán filas durante las primeras funciones. Para ver esto, notemos que en la última sesión, al dueño no le conviene cobrar menos de  $r$ , dado que ese es el precio de reserva de todos. El día anterior, no habrían filas si los clientes piensan que el precio caerá de  $r$  a  $rD$  en el último período, pero esto no es así, por lo que el precio en ambos períodos es  $r$ , y así sucesivamente hasta el primer período.

Si hay dos tipos de individuos, con  $r_2 < r_1$ , entonces los precios no pueden estar subiendo en el tiempo, porque todos desean las primeras funciones, así que revenderían los boletos, los que significa que el dueño del teatro no está optimizando. Si el precio es constante y más de  $r_2$ , entonces, hay incentivos a bajar el precio una vez servidos los agentes de alta demanda. Eso lo saben estos agentes por lo que retrasan su compra y nadie lo hace. Si el precio es  $r_2$  constante, se deja de ganar bastante. Por lo tanto, el único esquema viable es uno en que los precios caen en el tiempo. Se usa primero un precio mayor que  $r_2$ , pero finalmente se baja el precio para que los agentes de tipo 2 compren. El hecho que todos saben que los precios van a bajar limita la explotación de los agentes de tipo 1, a diferencia del caso en que hay un solo tipo de agente.

Consideremos el período cuando quedan los últimos clientes de tipo 1. Si se les cobra  $r_1$  prefieren esperar, pues si compran, reciben un excedente de cero y si esperan un período saben que el próximo período el precio cae a  $r_2$  (si no los clientes de tipo 2 no asisten) y reciben  $(r_1 - r_2)D > 0$ . Si  $p_0$  es el precio máximo que induce a comprar a los últimos agentes de tipo 1, se debe tener que les da el mismo excedente que esperar hasta el próximo período (que tiene un precio más bajo de  $r_2$ ):  $r_1 - p_0 = (r_1 - r_2)D$ ,

$$p_0 = r_1 - (r_1 - r_2)D < r_1$$

Es posible entonces definir el precio en el período anterior a éste. Este precio debe ser mayor, ya que todos prefieren asistir a las primeras funciones. Se debe tener:  $r_1 - p_1 = (r_1 - p_0)D$ , equivalente a

$$p_1 = r_1 - (r_1 - r_2)D^2$$

Continuando el procedimiento y suponiendo  $t + 1$  períodos con sólo clientes de tipo 1, se tiene:

$$p_t = r_1 - (r_1 - r_2)D^{t+1}$$

Nótese que los precios van cayendo en el tiempo y el motivo, a diferencia del caso con un sólo tipo. El motivo es que sabe que el dueño desea servir a los clientes con baja demanda y por lo tanto se sabe que el precio va a caer en el futuro. Si  $r_2$  es muy pequeño, es preferible a menudo no servir a los clientes de menor demanda y cobrar  $r_1$  siempre, pero ¿cómo hacer creíble el compromiso? Una posibilidad es hacer tours en los que la troupe puede quedarse un solo día (por ejemplo) en cada lugar.

Cabe notar que la forma de bajar el precio del espectáculo es a menudo disfrazándola: cambio de formato, de cine a video, teatros que no son de estreno, etc. Lo mismo sucede con libros de tapa dura y blanda, en los que el análisis es casi idéntico.

#### Ejercicio 45

El gerente del teatro "La Mala Hora" tiene que decidir la calidad (Buena o Mala) de los asientos en el teatro y cuánto cobrar por ellos. Se puede cambiar la calidad de los asientos sin costo y en forma instantánea. Suponga que hay cien espacios para asientos en el teatro. El gerente sabe que hay cien potenciales clientes, los que se pueden dividir en dos grupos, los "Ricachones" y los "Pobretones", caracterizados por los precios de reserva (4, 3) y (2, 1) por los asientos de alta y baja calidad, respectivamente. Suponga que no hay otros costos de operar el teatro.

1. Calcule las utilidades del teatro como función del número de Ricachones, si sólo los atiende a ellos. (Nota: Para esto, debe calcular los precios de los asientos)
2. Calcule las utilidades del teatro como función del número de Ricachones, si atiende a ambos tipos de agentes. (Nota: Se debe recordar que el gerente siempre extrae todo el excedente de los Pobretones.)
3. Grafique las utilidades como función del número de Ricachones.

◇

**Ejercicio 46** Suponga que Ramada Inn es una compañía que se especializa en ofrecer anticuchos y chicha durante la semana del 18 de Septiembre. Ramada Inn puede producir anticuchos de calidad alta o baja. Producir anticuchos de calidad alta tiene un costo mayor que producir calidad baja ( $c_1 > c_0$ ). Suponemos que los consumidores que se enferman luego de comer un anticucho (es decir, que come un anticucho de mala calidad) nunca más le compran a Ramada Inn. Ramada Inn vende chicha de una sola calidad, la que tiene un costo  $c_c$  y un precio  $p_c$ , con  $p_c > c_c$ . Suponga que la tasa de descuento relevante para Ramada Inn es  $\delta$ .

¿Cuáles son las condiciones para que Ramada Inn produzca buenos anticuchos? ¿Que sucede con las condiciones anteriores si Ramada Inn decide diversificarse y producir anticuchos y chicha también durante la Semana del Mar?

◇

**Ejercicio 47** Suponga que Ud. es el ingeniero que debe desarrollar las especificaciones de los asientos de una aerolínea monopólica. Ud. sólo puede diseñar dos tipos de asientos en cada vuelo. La única dimensión relevante es la distancia entre un asiento y el otro. Suponga que hay dos clases de pasajeros, que se diferencian por su demanda por espacio.

1. Explique en forma gráfica que haría para determinar las distancias óptimas si conociera la demanda total de cada grupo y sólo pudiera distinguir a quienes tienen demanda alta.
2. Explique en forma gráfica que haría si no pudiera distinguir si los viajeros tienen demandas altas o bajas?
3. Explique que haría si hubiera un continuo de distintas demandas por espacio, las que se pueden ordenar por un parámetro aleatorio  $\theta \sim U[0, 1]$ . Comente sobre el bienestar de los distintos tipos de viajeros.

◇

**Ejercicio 48** Considere un monopolio que vende en dos mercados idénticos separados espacialmente, cada uno con demanda  $q = a - bp$ . el primer mercado está localizado en el mismo lugar que el monopolio mientras que el otro está a una distancia  $r$ . El costo de transporte es  $t$  por unidad de distancia y de cantidad. El monopolio tiene costos  $C(Q) = F + c \cdot Q$ , donde  $Q$  son las ventas totales.

1. Determinar el precio de equilibrio en cada mercado. ¿Se puede concluir que el monopolio favorece a la localidad lejana (es decir ¿absorbe el monopolio parte de los costos de transporte?).
2. Suponga que el monopolio debe cobrar un precio único *de molino* (el precio en el lugar de producción, que no incluye el costo de transporte, el cual debe ser absorbido por los compradores). Determine este precio de molino.
3. ¿En que caso son mayores los beneficios del monopolio? ¿En que caso son mayores los beneficios sociales? (Recuerde que se deben sustraer los costos de transporte del beneficio social).

◇

# Bibliografía

Pigou, A. C. (1920). *The Economics of Welfare*. Macmillan, London, fourth edición.

Rosen, S. y Rosenfield, A. (1997). Ticket pricing. *Journal of Law and Economics*, XL(2).

## Capítulo 8

# Regulación de monopolios

Esta sección examina las formas en que la sociedad intenta controlar los efectos negativos de los monopolios. Se analiza la regulación de monopolios así como algunos aspectos de una política antimonopolios. También se estudian las razones para integración vertical y las *restricciones verticales*. Algunas referencias importantes para esta sección son: W.~Kip~Viscusi y Joseph E.~Harrington (1995), Laffont y Tirole (2000) y Laffont y Tirole (1993), y el Decreto Ley 211 de 1993 que crea la Institucionalidad Antimonopolios.

La figura 6.2 muestra los costos del monopolio. Como se ha observado antes, los monopolios imponen tres tipos de costos a la sociedad: costos de producción ( $D$ ), de ineficiencia- $X$  y de disipación de rentas ( $L$ ). Dado que este último puede ser el componente más importante de las pérdidas de un monopolio.<sup>1</sup> El problema es que la pérdida social estática a la que estamos acostumbrados subestima los costos del monopolio. La existencia de utilidades monopólicas atrae recursos para procurarse monopolios y los costos de oportunidad asociados a estos recursos son también costos sociales del monopolio.

El problema que enfrenta la sociedad es que puede hacer para reducir los costos sociales del monopolio. Uno de los problemas es que no todos los monopolios son malos: el monopolio que tiene las firmas sobre variedades puede inducir a la creación de más variedades de productos. En general, como veremos, los monopolios son inconvenientes cuando hacen difícil la entrada de competencia: Microsoft? En Chile, la mayoría de los monopolios corresponden a servicios públicos:

- |                   |                        |                          |
|-------------------|------------------------|--------------------------|
| ■ Correos         | ■ Puertos              | ■ Distribución eléctrica |
| ■ Telefonía local | ■ Televisión por cable | ■ Agua potable           |
| ■ Alcantarillado  | ■ Gas                  | ■ Basura.                |

Esto se debe a que en Chile no existen restricciones importantes al comercio, por lo que los bienes que se pueden transportar, es decir los *transables*, no dan, en general, origen a monopolios o carteles. Existen varias excepciones, como se alega en el caso del cemento y algunas otras industrias con altos costos de transporte o almacenamiento.<sup>2</sup> Sin embargo,

---

<sup>1</sup>Posner (1975).

<sup>2</sup>El caso de la refinación de petróleo es aleccionador: a pesar que existe un monopolio estatal en refinación,

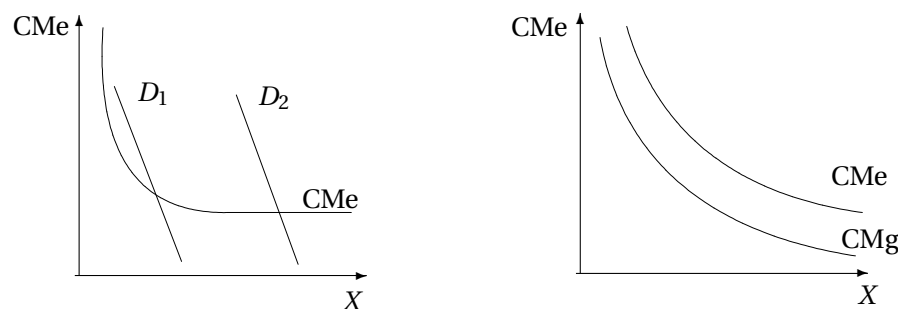


Figura 8.1: a. Monopolio natural temporal b. Monopolio natural permanente

en servicios es posible crear carteles efectivos, como el caso de las cadenas de farmacias, transmisión eléctrica, gasoductos, redes de cajeros automáticos, etc.

### 8.1. Regulación de monopolios: Teoría

La regulación es necesaria en el caso de monopolios naturales. Este es el caso en que es eficiente para la economía que produzca una sola empresa, pero el problema consiste en como evitar que el monopolio explote su poder monopólico.

**Definición 22** Se dice que una industria es un *monopolio natural* al nivel de demanda  $X$  si  $\forall n \geq 2$  se tiene:

$$C(X) < \sum_{i=1}^n C(x_i), \forall x = (x_1, \dots, x_n) \text{ tal que } \sum x_i = X$$

donde  $x_i$  es la producción de una firma en el sector,  $X$  es la producción total de la industria y los costos son  $C(x)$ .

Esta propiedad se conoce como *subaditividad de costos*. La figura 8.1 nos muestra en el panel izquierdo un monopolio natural que dejará de ser relevante cuando la economía crezca y otro que es permanente. Es importante notar también que puede existir un monopolio natural incluso cuando no hay economías de escala, como de muestra en la figura 8.2. La pregunta para el regulador es cuál debe ser el precio que debería cobrar el monopolio natural, ya que si se lo deja actuar libremente, impondrá el precio monopólico. La regla convencional para asegurar la eficiencia indica que el precio debe satisfacer  $p = CMg$ . El problema, como lo muestra la Figura 8.3, es que esto deja pérdidas al monopolista. Las pérdidas se pueden cubrir cobrando un cargo fijo, lo que corresponde a cobrar una tarifa de dos partes.

este monopolio tiene grandes dificultades si trata de elevar los precios sobre aquellos dados por el precio internacional más el arancel.

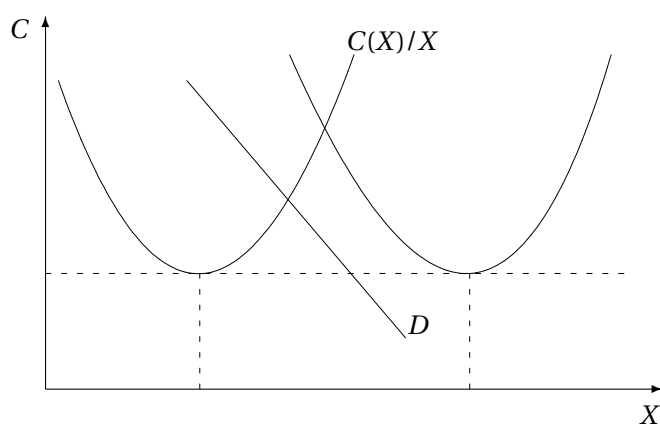


Figura 8.2: Monopolio natural sin economías de escala

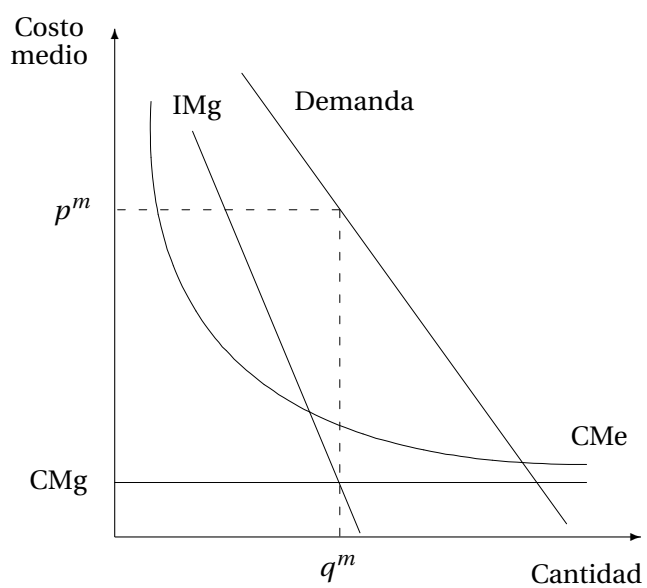


Figura 8.3: Tarifación a costo marginal de un monopolio natural

**Ejemplo 50** (Precios de Ramsey-Boiteux<sup>3</sup>)

Consideremos el caso de una empresa de utilidad pública regulada que vende a  $m$  mercados diferentes (por ejemplo, en la distribución de electricidad, los precios a consumidores residenciales, consumidores comerciales, fábricas y otros). Las cantidades son  $q = (q_1, \dots, q_m)$ . La demanda a precios  $p = (p_1, \dots, p_m)$  es  $q_k = D_k(p)$ . Sea  $\epsilon_k$  la elasticidad precio del mercado  $k$ . Los costos se pueden escribir como una combinación lineal de un costo fijo más costos marginales constantes:

$$C(q) = k_0 + \sum_1^m c_k q_k$$

El ingreso de la firma es  $R(q) = \sum_1^m p_k q_k$ . Sea  $S_b(q)$  el excedente bruto de los consumidores ( $S_b(q) = S(q) + p q$ ). Se tiene  $(\partial S_b(q) / \partial q_k) = p_k$ .<sup>4</sup> El problema de Ramsey-Boiteux es el de maximizar el bienestar sujeto la restricción de que la empresa se autofinancie:

$$\begin{aligned} \text{Max}_q \quad & \{S_b(q) - C(q)\} \\ \text{s.a.} \quad & R(q) - C(q) \geq 0 \end{aligned} \quad (8.1)$$

El problema dual a éste es el de maximizar las utilidades de la firma sujeto al nivel de bienestar social de Ramsey-Boiteux:

$$\begin{aligned} \text{Max}_q \quad & \{R(q) - C(q)\} \\ \text{s.a.} \quad & S_b(q) - C(q) \geq S_b(q^*) - C(q^*) \end{aligned} \quad (8.2)$$

Por conveniencia, sea  $1/\lambda$  el multiplicador asociado a la restricción en este último problema. Las CPO para  $q_k$  son:

$$\lambda \left( p_k - c_k + \sum_{j=1}^m q_j \frac{\partial p_j}{\partial q_k} \right) + p_k - c_k = 0$$

lo que, para el caso de demandas independientes, da:

$$\frac{p_k - c_k}{p_k} = \frac{\lambda}{1 + \lambda} \frac{1}{\epsilon_k}$$

donde  $\epsilon_k = -(\partial q_k / \partial p_k)(p_k / q_k)$ .<sup>5</sup> Esto significa que la forma más eficiente de conseguir que una firma regulada se autofinancie es hacer que el vector de precios sea proporcional al vector de precios que pondría un monopolio en las mismas circunstancias. En otras palabras, los márgenes son mayores en aquellos servicios que enfrentan demanda más inelástica. La

<sup>3</sup>Laffont y Tirole (2000)

<sup>4</sup>Recordemos que con un bien se tiene  $S(q) = \int_0^q \{D^{-1}(s) - p\} ds$ .

<sup>5</sup>En el artículo de Posner se define la elasticidad de la demanda como  $\epsilon_k = (\partial q_k / \partial p_k)(p_k / q_k)$ , pero esto significa solamente que sus elasticidades tienen el signo cambiado, sin tener efecto sobre los resultados.

expresión también nos indica que el margen sobre costos se parece más al de un monopolio a medida que aumenta el costo de la restricción de autofinanciamiento. Si las demandas no son independientes, se obtienen expresiones similares a aquellas obtenidas en la sección 6.2.1.

◇

**Ejercicio 49** Considere el problema del ejemplo 50. Para imponer los márgenes de Ramsey-Boiteux se requiere información sobre la elasticidad de la demanda, sobre costos marginales y sobre el costo de la restricción de autofinanciamiento ( $\lambda$ ). Una alternativa que requiere menos información por parte del regulador es permitir que la empresa monopólica ponga los precios que quiera, siempre y cuando el ingreso total ponderado no sea mayor que una cantidad predeterminada  $I_{reg}$ , es decir, siempre y cuando

$$\sum_1^n w_k p_k \leq I_{reg}$$

Demuestre que el monopolio que maximiza sus rentas ( $R(q) - C(q)$ ) sujetas a esta restricción de ingresos totales reproduce los precios de Ramsey-Boiteux si los ponderadores son  $w_k = q_k$ , es decir las cantidades efectivamente demandadas ( $q_k = D_k(p_k)$ ). Si además se desea evitar que esta empresa tenga rentas o pérdidas, se debe imponer la restricción  $I_{reg} = C(D(p^*))$ . Ahora bien, no es claro que este procedimiento requiera menos información que el problema original de Ramsey-Boiteux.

**Ejercicio 50** Suponga que Ud. es el regulador de un monopolio. Obligaciones constitucionales le prohíben que le haga transferencias a la firma. Suponga que el monopolio produce  $n$  productos distintos, con costos  $C(q)$ ,  $q = (q_1, q_2, \dots, q_n)$  y enfrenta demanda  $D_i(p_i)$ . Su obligación es la de maximizar el bienestar social  $\sum S_i(p_i) - C(q)$ , sujeto a la restricción de autofinanciamiento.

1. Plantee el problema de maximización que enfrenta el regulador.
2. Derive el Margen de Lerner óptimo (La Regla de Ramsey).
3. ¿Que representa el multiplicador?

◇

### 8.1.1. Nueva regulación económica<sup>6</sup>

Los modelos antiguos no enfatizan el problema de los incentivos, aunque a menudo los consideran. La *nueva* regulación está centrada en los incentivos y le prestan especial atención a los problemas de asimetrías de información (tanto riesgo moral como selección adversa) y al problema de los reguladores imperfectos (por problemas de capacidad o de captura por grupos de interés).

---

<sup>6</sup>Esta sección proviene de Soledad Arellano.

**Definición 23** El *poder* de un mecanismo regulatorio son los incentivos para que empresa regulada se comporte en forma eficiente

**Ejemplo 51** Supongamos que el gobierno quiere que se lleve a cabo un proyecto vial, y ofrece un esquema de pago del tipo  $R_F = a + (1 - b)c$ , donde  $a$  es un monto fijo que paga el gobierno y  $(1 - b)c$  es la proporción del costo (efectivo) pagado por el gobierno. Por lo tanto, las utilidades de la empresa son  $\pi = R_F - c = a - bc$ . Por lo tanto, la empresa debe hacerse cargo de una fracción  $b$  de los costos y éste parámetro mide el poder del contrato.

Cuando  $b = 0$  y  $a = c$ , el gobierno paga los costos de la empresa, independientemente de lo altos que sean, por lo que se trata de un mecanismo de *bajo* poder. No hay incentivos para que la empresa reduzca costos, pero por otro lado no enfrenta riesgos, por lo que exige baja rentabilidad al proyecto.

Cuando  $b = 1$  y  $a = 0$ , el gobierno paga un monto fijo por el servicio y la empresa asume todos los riesgos de que los costos sean más altos de lo proyectado. Se trata de un mecanismo de *alto* poder, pues cualquier rebaja de costos se traduce en mayores utilidades, lo que significa que la empresa desea reducir los costos en lo posible. El problema es que la empresa enfrenta mucho riesgo, lo que normalmente se traduce en que requiere mayor rentabilidad.

La mejor combinación de riesgo (y por lo tanto requerimiento de rentabilidad) e incentivos a la eficiencia no se encuentran en los casos extremos sino que en aquellos mecanismos de poder intermedio que combinan en forma eficiente los incentivos a la eficiencia con la reducción de riesgo y por lo tanto una menor rentabilidad requerida por el empresario.

◇

## 8.2. Regulación de monopolios en la práctica

Uno de los problemas que enfrenta el regulador al intentar controlar al monopolio es definir las posibilidades de competencia y la extensión del mercado. Si Coca-Cola tiene el monopolio de las bebidas de tipo cola en Chile, ¿representa eso un monopolio preocupante? Después de todo existen muchas bebidas alternativas y no hay restricción a la entrada de otras bebidas de ese tipo.<sup>7</sup>

Existen dos alternativas de política:<sup>8</sup>

- Política antimonopolio: trata de evitar la formación de monopolios (mediante fusiones de empresas) y de carteles, es decir agrupaciones de firmas que operan en forma concertada para aprovechar su poder monopólico. Además se penalizan las conductas reñidas con la competencia como es el *abuso de posición dominante*, los precios depredatorios u otro comportamiento que dificulte la competencia.<sup>9</sup> Este tema se retomará en una sección posterior.

<sup>7</sup> Sin embargo, Coca Cola podría estar utilizando conductas que constituyen un abuso de posición dominante, como amenazar con no proveer a los distribuidores que vendan productos de la competencia. En el caso de una firma sin el poder de mercado de Coca-Cola, un convenio de distribución exclusiva no es una conducta punible, pero puede serlo en el caso de una empresa tan dominante en su mercado.

<sup>8</sup> Serra (1995) tiene una descripción de los principios que sustentan la política de competencia en Chile.

<sup>9</sup> Paredes (1995) tiene una clasificación de las decisiones de las Comisiones Antimonopolio.

- Política regulatoria: trata de hacer que un monopolio declarado se comporte como una firma competitiva.

Existen diversas metodologías para tratar de regular los monopolios, pero no es un problema de fácil solución. En muchos países se usaba un método que regulaba el retorno al capital, asegurando al monopolio que obtendría una rentabilidad sobre el capital invertido que fuera razonable. En este método, se estudian los costos de la empresa, ajustando cuando es preciso (por gastos *imprudentes*, por ejemplo), y el regulador determina la tasa de retorno razonable, con lo que se determina el ingresos que debería tener la empresa, y se buscan los precios que generen ese ingreso. La información utilizada es histórica y contable, y el período tarifario no es fijo, pues se puede adaptar si cambian los componentes de costo.

El problema es que como la rentabilidad está garantizada, hay incentivos para sobreinvertir, lo que conduce a un exceso de inversión, el efecto Averch y Johnson (1962).

**Ejercicio 51** En este ejercicio usted derivará la expresión que obtuvieron Averch y Johnson para mostrar la existencia de una distorsión que conduce a sobreinversión debido al método de retorno al capital invertido. Se supone que no hay problemas de observabilidad.

Si  $R(K, L)$  es la función de ingreso y  $w, r$  son los salarios y la rentabilidad del capital en el mercado y  $s$  es la tasa de retorno permitida, se tiene que el problema de la firma bajo este tipo de regulación es:

$$\begin{aligned} \text{Max}_{L, K} \quad & R(K, L) - wL - rK \\ \text{s.t.} \quad & \frac{R(K, L) - wL}{K} = s \end{aligned}$$

Si  $s < r$  la firma debe cerrar y no se trata de un caso relevante. Si  $s = r$  la firma obtiene utilidades cero, independientemente de lo que haga, por lo que la elección de insumos probablemente será ineficiente. El caso relevante es  $s > r$ .

1. Suponga una firma que maximiza utilidades, sin regulación. Muestre que la combinación eficiente de factores satisface:

$$\frac{MP_k}{MP_l} = \frac{r}{w}$$

donde  $MP_j$  es el producto marginal del factor  $j = l, k$ .

2. Muestre que el monopolio regulado produce usando una combinación de factores que satisface:

$$\frac{MP_k}{MP_l} = \frac{r - \alpha}{w}$$

donde  $\alpha = \lambda(s - r)/(1 - \lambda) > 0$  y  $\lambda$  es el multiplicador asociado a la restricción. Observe que esta combinación de factores corresponde a un sobreuso de capital.



Una alternativa regulatoria es exigirle al monopolio que se autofinancie, dejándole plena libertad para elegir precios, siempre y cuando no se obtengan rentas.<sup>10</sup> En general, se eligen períodos relativamente largos y exógenos entre fijaciones tarifarias. En este caso, como se vio en el ejemplo 50, se obtienen los precios de Ramsey-Boiteux, que son proporcionales a los precios de monopolio, escalados para obtener utilidad 0. Este es un método eficiente si no hay problemas para observar las rentas de la empresa. Consideremos el caso en que el monopolio es dueña de otra firma que opera en un mercado competitivo y por lo tanto no regulado. El monopolio intentará absorber los costos de la empresa en el sector competitivo y traspasar rentas a ésta, de manera de trasladar sus utilidades a la firma no regulada. La integración de una firma regulada y una no regulada es bastante problemática, debido a que es difícil detectar ese tipo de traspasos. Este es uno de los motivos para que las empresas que son monopolios y que tienen divisiones que compiten en sectores competitivos sean separados en firmas independientes, uno para el sector monopolizado y otra para el sector competitivo. Como un ejemplo, el holding CTC tiene separadas las componentes de TV-Cable, telefonía móvil y larga distancia de su filial de telefonía local. En general, se puede pensar que el problema de la regulación es un problema de agencia montado sobre un problema de información: no sólo existen problemas de incentivos al interior del organismo regulador sino que además no disponen de la información necesaria para tomar las decisiones correctas aún si no tuvieran el problema de incentivos.

El modelo chileno de regulación está basado en el principio de la empresa eficiente. Se toma una empresa eficiente para el período tarifario, es decir una empresa que partiendo de cero, utilice la tecnología comercial más eficiente para servir a la demanda promedio del período de tarificación y se ponen los precios para que tenga un valor neto actualizado cero, a la tasa de costo de capital relevante.<sup>11</sup> El modelo determina entonces un precio (o precios) real constante para el período tarifario. En Inglaterra se ha desarrollado un método similar denominado CPI-X, que consiste en que los precios bajan durante el período tarifario a una tasa X que refleja los aumentos esperados en la eficiencia en la industria. Es importante observar que entre otras muchas debilidades del regulador frente al regulado, los ingresos se determinan en base a estudios de la demanda que no pueden ser realmente refutados por el regulador, por lo que la empresa los puede utilizar en forma estratégica, sesgando hacia abajo las tasas de crecimiento de aquellos productos en los que espera un mayor crecimiento de la demanda. La fórmula general es:

$$0 = -I_0 + \sum_{i=1}^T \frac{\pi_i}{1 + r_i} + \frac{V_r}{(1 + r)^T}$$

donde:

<sup>10</sup> Este método también tiene el problema de crear incentivos a la contabilidad imaginativa, en forma similar al caso anterior.

<sup>11</sup> En algunos casos, se calcula el costo incremental de desarrollo, definido como el costo de una expansión eficiente para hacer frente a los aumentos esperados de la demanda en el período de tarificación: cuatro o cinco años.

- $I_0$  Es la inversión inicial en una empresa eficiente para atender el promedio de la demanda esperada durante el período.
- $\pi_i$  Es el beneficio neto en el período  $i$ , después de impuestos,  $\pi_i = \sum_j^n (p_j - c_j) q_j - \text{Impuestos}_i$ , donde  $(p_j - c_j) q_j$  es el ingreso neto del producto  $j$ .
- $T$  Es el período de tarificación, generalmente de 4 o 5 años.
- $r_i$  Es la tasa de costo de capital, que se calcula de acuerdo al CAPM.
- $V_r$  Valor residual de los activos al término del período de tarificación.

Al observar la cantidad de parámetros que se deben determinar, es comprensible que las autoridades reguladoras se enfrenten a un problema de información enorme. Peor aún, si se equivocan pueden hacer quebrar la empresa o darle rentabilidades enormes. En ese sentido, es sintomático lo que ocurre en Chile: La rentabilidad de Chilectra es normalmente de un 28 %, la de CTC fué de 10 % en 1998, pero éste era un año de fijación tarifaria, lo que puede explicar gran parte de esta baja. En 1997 la rentabilidad fue de 17 %, lo que es típico de lo que sucede en años anteriores sin fijación tarifaria.<sup>12</sup> En la industria de generación eléctrica, que es relativamente competitiva, las tasas de rentabilidad promedio son menores a un 10 %, a pesar de enfrentar un riesgo mayor.<sup>13</sup>

También es interesante constatar dos efectos. En primer lugar, se puede esperar que a medida que se acerca la próxima fijación tarifaria, la empresa tenga menos interés en invertir en reducir los costos (ya que el plazo de recuperación de las inversiones es menor). Además podría estar interesada en aumentar artificialmente sus costos si piensa que esto podría mejorar su posición frente al regulador en la fijación de tarifas, permitiéndole alcanzar precios más altos. Esto es lo que se observa, con un ciclo en el que los costos aumentan y las utilidades caen al acercarse una nueva fijación de precios. Más aún, Di-Tella y Dyck (2002) han demostrado estadísticamente que en el caso de las empresas de distribución eléctrica, el precio de las acciones sube cuando se reducen los costos en los años entre fijaciones tarifarias, pero que en los años de fijación tarifaria, el precio de las acciones sube cuando aumentan los costos.

Dadas las limitaciones que tienen los mecanismos de regulación, incluso aquellos relativamente modernos como los de Chile, Reino Unido y otros países, es probable que sea preferible desarrollar la competencia en los mercados, aún si esto requiere replicación de la inversión.<sup>14</sup> Esto puede lograrse mediante licitaciones o en algunos mercados como el

<sup>12</sup>En general, las empresas tratan de reducir las ganancias observadas durante el proceso de fijación tarifaria para reducir la presión pública sobre el proceso tarifario. Esto puede realizarse de distintas formas, por ejemplo, mediante precios de transferencia (precios para compras entre empresas coligadas) usados estratégicamente. En ese sentido, es relevante observar que CTC Mundo, la filial de CTC que opera en el competitivo mundo de la larga distancia tuvo una rentabilidad de 31 % en 1998, lo que se puede comparar con las pérdidas de ENTEL y Chilesat, sus competidoras más importantes.

<sup>13</sup>Para más información sobre los problemas del marco regulatorio, ver Galetovic y Sanhueza (2002), Serra (2000) y Galetovic y Bustos (2002).

<sup>14</sup>Este argumento se describe en Fischer *et-al.* (2002), que muestra las diferencias de rentabilidad entre las empresas reguladas y empresas que operan en mercados en competencia al ser privatizadas.

eléctrico, mediante la desintegración vertical en generación, transmisión y distribución, en que por lo menos algunas etapas del proceso productivo pueden hacerse competitivas.

# Bibliografía

- Averch, H. y Johnson, L. (1962). Behavior of the firm under regulatory constraint. *American Economic Review*.
- Di Tella, R. y Dyck, A. (2002). Cost reductions, cost padding and stock market prices: The chilean experience with price cap regulation. Unpublished manuscript, Harvard Business School.
- Fischer, R., González, R. y Serra, P. (2002). The effects of privatization on firms and social welfare. Informe Técnico 131, CEA.
- Galetovic, A. y Bustos, A. (2002). Regulación por empresa eficiente: ¿quién es realmente usted? *Estudios Públicos*, 86.
- Galetovic, A. y Sanhueza, R. (2002). Regulación de servicios públicos: Hacia dónde debemos ir? *Estudios Públicos*, 85.
- Laffont, J.-J. y Tirole, J. (1993). *A Theory of Incentives in Procurement and Regulation*. The MIT Press, Cambridge, MA.
- Laffont, J.-J. y Tirole, J. (2000). *Competition in Telecommunications*. The MIT Press, Cambridge, MA.
- Paredes, R. (1995). La política de competencia en Chile. *Estudios Públicos*, 58, 227–317.
- Posner, R. A. (1975). The social costs of monopoly and regulation. *Journal of Political Economy*, 83(4), 807–827.
- Serra, P. (1995). La política de competencia en Chile. *Revista de Análisis Económico*, 10(2), 63–88.
- Serra, P. (2000). Evidence from utility and infrastructure provision in Chile. En Stilpon, N. y Mahboobi, L., editores, *OECD Proceedings: Privatization, Competition and Regulation*. Centre for Cooperation with Non-members, OECD, Paris, páginas 83–136.
- W. Kip Viscusi, J. M. V. y Joseph E. Harrington, J. (1995). *The Economics of Regulation and Antitrust*. The MIT Press, Cambridge, MA.

## Capítulo 9

# Oligopolios

Cuando existe un número limitado de firmas en el mercado, pero son más de una, se habla de un oligopolio. Desde el punto de vista de la Organización Industrial, los temas más interesantes son los precios que se obtienen y la eficiencia del oligopolio, las condiciones que facilitan la colusión y la evolución en el tiempo de la estructura del mercado. El primer problema es que el modelo teórico más simple posible, con dos firmas que compiten en precios, indica que la intensidad de la competencia hará que los precios terminen siendo iguales a los de un mercado competitivo. Como la evidencia muestra que en la vida real esto no se cumple y que números reducidos de firmas tienen bastante poder de mercado, los especialistas han tratado de encontrar mecanismos que explican como esto puede ser así. Una posibilidad es que hayan restricciones de capacidad, con lo que se llega a un resultado parecido a Cournot. Otra alternativa consiste en observar que las firmas interactúan en forma repetida y por lo tanto pueden castigar las desviaciones de los acuerdos (anti-competitivos) que hayan dispuesto. Otro problema relevante consiste en estudiar que sucede cuando un monopolio enfrenta competencia: ¿permitirá la entrada de nuevas firmas o les hará difícil la vida? Por último, interesa saber como evoluciona en el tiempo el número de firmas en un mercado: ¿hay una tendencia natural al monopolio en mercados con bienes no-diferenciados?

**Ejemplo 52 (Cournot)** Un ejemplo básico de comportamiento monopolístico es el caso de dos firmas que compiten en cantidades con un producto homogéneo en un mercado, con costos marginales  $c$ , constantes e idénticos. Si la demanda inversa es  $p = 1 - (q_1 + q_2)$ , donde  $q_i$  son las cantidades entregadas al mercado en forma simultánea por cada firma. Las firmas  $i = 1, 2$  resuelven el problema:

$$\text{Max}_{q_i} \Pi_i(q_i, q_j) = (p(q_1 + q_2)q_i - cq_i,$$

y en el caso  $c = 0$  se tienen las condiciones de primer orden  $1 - 2q_i - q_j = 0$ ,  $i, j = 1, 2$ ;  $j \neq i$ . Resolviendo el sistema de dos ecuaciones resulta

$$q_1 = q_2 = 1/3, p = 1/3, \Pi_i = 1/9$$

Este el *Modelo de Cournot* de oligopolio.<sup>1</sup> En este caso, el oligopolio da un resultado distinto de un monopolio y de competencia perfecta. Pero es ésto válido?

### 9.1. Paradoja de Bertrand<sup>2</sup>

Consideremos un mercado con dos firmas que producen un bien homogéneo y tienen costos iguales. Los consumidores siempre compran en la firma que ofrece el precio más bajo y no hay restricciones de capacidad. La demanda se puede escribir:

$$D_i(p_i, p_j) = \begin{cases} D(p_i) & \text{si } p_i < p_j \\ D(p_i)/2 & \text{si } p_i = p_j \\ 0 & \text{si } p_i > p_j \end{cases}$$

El problema de la firma es  $\text{Max}_{p_i} \Pi_i(p_i, p_j) = (p_i - c)D_i(p_i, p_j)$ . Los beneficios totales están entre 0 y los de monopolio. Suponemos que las firmas eligen precios al mismo tiempo, sin coludirse entre ellas. Un equilibrio de Bertrand-Nash es un par de precios  $(p_i^*, p_j^*)$  tales que cada firma maximiza sus beneficios dados los precios de la otra firma,  $\Pi(p_i^*, p_j^*) \geq \Pi(p_i, p_j^*)$ . El único precio de equilibrio es  $p_1 = p_2 = c$  y por lo tanto, las utilidades de ambas firmas son 0. Este resultado parece indicar que basta con tener dos firmas para reproducir la competencia perfecta. >Cuán robusto es este resultado?

**Ejercicio 52** Demuestre que  $p_1 = p_2 = c$  es el único equilibrio.

◇

Veremos a los largo de este capítulo que este resultado es débil. Por ejemplo, si  $c_1 < c_2$ , la firma 1 maximiza con  $p = c_2 - \epsilon$ , con  $\epsilon$  pequeño, y se queda con todo el mercado, con lo que tiene ganancias  $(c_2 - c_1)D(c_2)$ . Otra posibilidad de resolver la paradoja es suponer que los bienes no son sustitutos perfectos:  $q_i = D_i(p_i, p_j)$ , con  $0 < \partial D_i / \partial p_j < \infty$ .

**Ejercicio 53** Considere dos firmas que producen bienes sustitutos en un mercado. Los costos marginales de producción de ambas firmas son constantes e iguales a  $c$  y no hay costos fijos. La demanda por los productos de la firma  $i$  viene dada por:

$$q_i = 1 - p_i - \alpha p_j, \quad \alpha < 1, \quad i \neq j.$$

1. Encuentre y dibuje las *funciones de reacción de cada firma*. Las funciones de reacción indican la mejor respuesta de una firma ante distintas estrategias (de precios) de la otra firma.
2. Encuentre el equilibrio y determine las utilidades de las firmas.
3. >Que sucede cuando  $\alpha \rightarrow 1$ ? Interprete el resultado.

<sup>1</sup>Desarrollado por Auguste Cournot, un ingeniero francés, a mediados del siglo XIX.

<sup>2</sup>Tirole (1988)

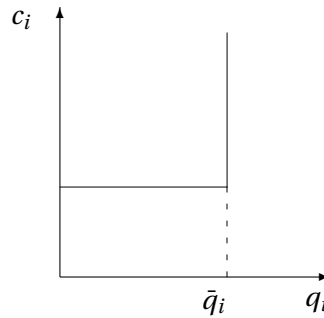


Figura 9.1: Restricción de capacidad

4. Suponga que la firma 1 reduce sus costos. Sin realizar cálculos detallados muestre lo que sucede con las funciones de reacción de las firmas. >En el nuevo equilibrio, que se puede decir de las utilidades de las dos firmas?

◇

### 9.1.1. La solución de Edgeworth

Edgeworth sugirió que una forma de resolver la paradoja de Bertrand es mediante restricciones a la capacidad. Estas limitaciones no permiten que las firmas vendan todo que desean. En ese caso, si una de las firmas no tiene capacidad, la otra puede subir el precio, por lo que no se obtendría la solución de Bertrand. La restricción de capacidad se muestra en la figura 9.1.

El problema es que ahora necesitamos una regla de racionamiento. Si la demanda por capacidad al precio de una firma excede su capacidad, >como van a ser asignados los cupos que tiene? La primera opción es la regla de *racionamiento eficiente* que funciona otorgando el bien producido por la firma 1 (con menor precio) a quienes tienen mayor deseo por el bien, por lo que la firma con el precio más alto enfrenta una demanda residual:

$$D_2(p_2) = \begin{cases} D(p_2) - \bar{q}_1 & \text{si } D(p_2) > \bar{q}_1 \\ 0 & \text{si no} \end{cases}$$

El racionamiento eficiente se muestra en el panel izquierdo de la figura 9.2. Una alternativa es el racionamiento proporcional, en que la probabilidad de no comprar a la firma 1 es  $(D(p_1) - \bar{q}_1)/D(p_1)$ , y la demanda es:

$$D_2(p_2) = D(p_2) \left( \frac{D(p_1) - \bar{q}_1}{D(p_1)} \right)$$

En este caso, la demanda que enfrenta la firma 2 es más alta, por lo que prefiere este sistema. El motivo es que, a diferencia del racionamiento eficiente, algunos de los clientes rechazados son aquellos con mucha demanda por el bien. El panel derecho de la figura 9.2

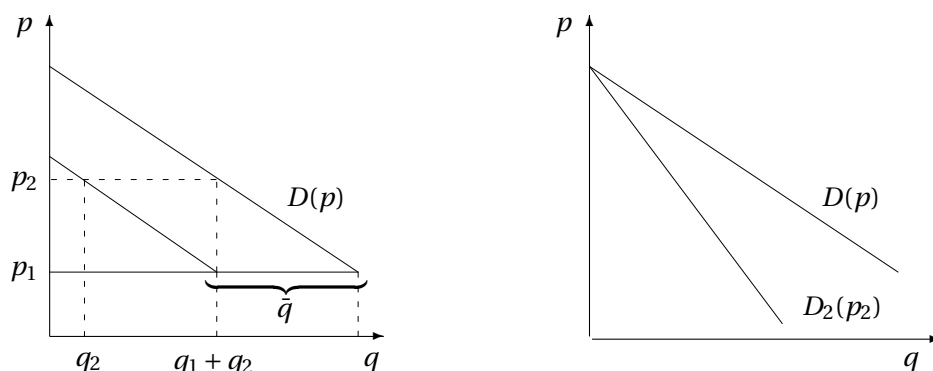


Figura 9.2: a. Racionamiento eficiente, b. Racionamiento proporcional

muestra un caso de racionamiento proporcional. El siguiente ejemplo muestra como las restricciones de capacidad pueden hacer que la competencia de precios entregue resultados similares a los de la competencia en cantidades (ver sección 9.2).

**Ejemplo 53 (Capacidad primero y luego en competencia de precios  $\Rightarrow$  Cournot)** Consideremos el caso en que la demanda es  $D(p) = 1 - p$  por lo que  $p = 1 - (q_1 + q_2)$ . Se tienen las restricciones de capacidad  $q_i \leq \bar{q}_i$ . El costo unitario de la capacidad es  $c_0 \in [3/4, 1]$ . El costo marginal de producción es 0 hasta  $\bar{q}_i$  y luego es infinito. El racionamiento utiliza la regla eficiente.

1. La capacidad  $\bar{q}_i \leq 1/3$ . En efecto, las utilidades de un monopolio son

$$\max_p p(1 - p) - c_0 \bar{q}_i = 1/4 - c_0 \bar{q}_i$$

que es negativa para  $\bar{q}_i > 1/3$ . Ninguna firma en un duopolio invertiría en más capacidad, ya que le aseguraría pérdidas.

2. Veremos que ambas firmas cobran  $p^* = 1 - (\bar{q}_1 + \bar{q}_2)$ , es decir, éste es el precio de equilibrio. Claramente, a ninguna de las dos firmas le interesaría bajar el precio, ya que no tiene la capacidad de vender más. Supongamos que una firma decide elevar el precio. La utilidad de  $i$  asociada a  $p_i \geq p^*$  es:

$$\pi_i = p_i \underbrace{(1 - p_i - \bar{q}_j)}_{q_i} = \underbrace{(1 - q_i - \bar{q}_j)}_{p_i} q_i$$

que es exactamente lo que maximiza una firma bajo competencia de Cournot. Esta es una función cóncava en  $q$ , con una derivada

$$\left. \frac{d\pi_i}{dq} \right|_{q_i = \bar{q}_i} = 1 - 2\bar{q}_i - \bar{q}_j > 0$$

ya que las capacidades son menores que  $1/3$ . Esto implica que no conviene bajar la producción bajo  $\bar{q}_i$ , o sea se debe producir al máximo. Las firmas se comportan por lo tanto como bajo Cournot, porque al momento de decidir su capacidad saben que la van a ocupar toda.

Esto es un resultado válido cuando los costos de capacidad son altos, por lo que la capacidad es baja. Cuando esto no ocurre, la estrategia de equilibrio es una estrategia mixta que corresponde a una probabilidad de tener sobrecapacidad y cuyos resultados esperados son similares a los de Cournot.

◇

Este ejemplo es importante, porque nos muestra que la competencia de Cournot-Nash puede ser interpretada como una forma reducida de un modelo en que las firmas deciden su capacidad primero y luego compiten en precios.

## 9.2. Competencia de Cournot-Nash

Consideramos la competencia entre dos firmas que producen bienes homogéneos. Cada firma entrega al mercado, en forma simultánea, cantidades del producto. La oferta del mercado determina el precio. El problema de la firma es:

$$\text{Max}_{q_i} \pi_i(q_i, q_j) = \text{Max}_{q_i} q_i p(q_1 + q_2) - c_i(q_i)$$

Si suponemos que  $\partial^2 \pi_i / \partial q_i^2 < 0$  y que  $c_i'' > 0$ , el problema tiene una solución para todo  $q_j$ . La función  $q_i = R_i(q_j)$ , se denomina la *curva de reacción*, que se obtiene a partir de las CPO:

$$\frac{\partial \pi_i(R_i(q_j), q_j)}{\partial q_i} = p(q_i + q_j) - c_i'(q_i) + q_i p'(q_i + q_j) = 0$$

donde el primer término de la última expresión es la ganancia que se obtiene por vender una unidad más y el segundo término corresponde al costo que tiene la reducción de precios sobre las unidades inframarginales. Es de notar que cada firma toma en cuenta sus propios beneficios y no los de la industria. esta externalidad la hará producir demasiado. Las utilidades son más bajas que bajo monopolio. Se puede mostrar fácilmente que el margen de Lerner es

$$L_i = \frac{p - c_i}{p} = \frac{\alpha}{\epsilon} \quad (9.1)$$

donde  $\alpha_i \equiv q_i / Q$  es la fracción de mercado de la firma  $i$ .

**Ejercicio 54** Resuelva el problema de Cournot-Nash con demandas a) lineales, b)  $p = 1 - (q_1 + q_2)^2$ . Utilice costos marginales constantes.

◇

La existencia requiere que las curvas de oferta tengan pendiente negativa y que se crucen, lo que requiere la concavidad de la función de beneficios y que  $q_i^m < R_j^{-1}(0)$ ,  $i = 1, 2$ . La unicidad del equilibrio requiere además que

$$\left| \frac{\partial^2 \pi_i}{\partial q_i^2} \right| > \left| \frac{\partial^2 \pi_i}{\partial q_i \partial q_j} \right|$$

**Ejemplo 54** Consideremos el caso de  $n$  firmas, con  $q \equiv \sum^n q_i$ . Se tiene

$$p(q) - c'_i(q_i) + q_i p'(q) = 0$$

lo que implica que en el caso de costos simétricos,  $(p - c')/p = \alpha_i/\epsilon = 1/(n\epsilon)$ , es decir, el precio tiende al de competencia cuando el número de firmas aumenta. Si los costos no son simétricos, se tiene

$$\frac{p(q) - c'_i(q_i)}{p(q)} = -\frac{q_i p'(q)}{p(q)} = -\frac{q q_i p'(q)}{p(q) q} = \frac{\alpha_i}{\epsilon}; \quad \epsilon \equiv -\frac{p dD(p)}{q dp}, \quad \alpha_i \equiv \frac{q_i}{q}, \quad i = 1, \dots, n.$$

◇

**Ejercicio 55** Considere dos firmas que producen un bien homogéneo, una ubicada en Bolivia, y otra en Chile, que exporta a Bolivia. Debido a que los caminos son malos, transportar bienes de Chile a Bolivia tiene un costo equivalente al 20 % del valor total recibido por la empresa chilena ( $p_B = 1,2p_C$ ). Suponga que los costos marginales de producción son  $c = 0$  y que no hay costos fijos. La demanda viene dada por  $D(p) = 1 - p$  y las firmas compiten en precios.

1. Calcule las utilidades que cada firma obtiene en Bolivia.
2. Suponga que se arregla el camino de Tambo Quemado y el costo de transporte cae a cero. El productor boliviano hace lobby y consigue imponer una cuota de importaciones de  $Q = 1/2$  (es decir, no se pueden importar más unidades desde Chile). Calcule las utilidades del productor boliviano, suponiendo racionamiento eficiente.

◇

**Ejercicio 56** Supongamos una ciudad unidimensional de largo unitario. Los consumidores están distribuidos uniformemente a lo largo de la ciudad.

Hay dos tiendas ubicadas en los extremos de la ciudad, que venden el mismo producto. El costo del bien es  $c$  por unidad. El costo de visitar la tienda es de  $t$  por unidad de distancia. Los consumidores a lo más consumen una unidad del bien. La demanda que enfrenta cada firma es igual al número de consumidores que encuentran que es más barato comprar en esa tienda.

1. ¿Cual es la demanda que enfrenta la tienda 1? (Ayuda: Encuentre el consumidor  $x \in [0,1]$  indiferente entre comprar en las dos tiendas. Determine entonces la demanda como una función de los precios  $p_1$  y  $p_2$  y el costo de transporte  $t$ .)
2. Calcule las utilidades de cada tienda si los precios de cada tienda son  $(p_1, p_2)$ .
3. Calcule el equilibrio de Nash en precios.

◇

**Ejercicio 57** Considere dos firmas que producen bienes sustitutos en un mercado. Los costos marginales de producción de ambas firmas son constantes e iguales a  $c$  y no hay costos fijos. La demanda por los productos de la firma  $i$  viene dada por:

$$q_i = 1 - p_i - \alpha p_j, \quad \alpha < 1, \quad i \neq j.$$

1. Encuentre y dibuje las funciones de reacción de cada firma.
2. Encuentre el equilibrio y determine las utilidades de las firmas.
3. >Que sucede cuando  $\alpha \rightarrow 1$ ? Interprete el resultado.
4. Suponga que la firma 1 reduce sus costos. Sin realizar cálculos detallados muestre lo que sucede con las funciones de reacción de las firmas. >En el nuevo equilibrio, que se puede decir de las utilidades de las dos firmas?

**Ejercicio 58 (Un problema de agencia en duopolio)** Suponga una industria de un bien homogéneo en la que compiten dos firmas, 1 y 2. La demanda viene dada por  $p = 2 - Q$ , donde  $Q$  y  $p$  representan la cantidad total vendida y el precio, respectivamente. Sea  $q_i$  la cantidad vendida por cada firma. Sean  $R_i$  y  $\pi_i$  los ingresos y las utilidades de cada firma, respectivamente. El costo unitario de producción es  $c = 1$ . Las firmas compiten en cantidades. Los dueños de las empresas contratan gerentes y les ofrecen un esquema de bonos de compensación  $M_i$ , definidos como:

$$M_i = \mu_i [\alpha_i \pi_i + (1 - \alpha_i) R_i], \quad \alpha_i, \beta_i \in [0, 1].$$

Este es un juego en dos etapas. En la primera, los empresarios eligen  $\alpha_i, \mu_i$  para maximizar sus utilidades. En la segunda etapa del juego, los gerentes eligen las cantidades a vender de manera de maximizar su ingreso. Las utilidades de las firmas ( $\pi_i$ ) son el ingreso menos los costos. A los dueños les interesan las utilidades menos el pago a los gerentes.

1. Encuentre las funciones de reacción de las ventas de las compañías (segunda etapa).
2. Encuentre el equilibrio: precios, ventas y utilidades de cada firma.
3. Encuentre el valor óptimo de  $M_i$  para los dueños (primera etapa).

4. Usando el valor anterior, encuentre las funciones de reacción  $\alpha_i$  de cada dueño y utilícelas para encontrar el equilibrio entre los dueños.
5. >¿Porqué es bueno para una firma el introducir un esquema en que se da un premio por ingreso, y no sólo por utilidades?

◇

**Ejercicio 59** El gasoducto ha cambiado sustancialmente el panorama competitivo del mercado eléctrico nacional. En esta pregunta se le pide analizar los efectos de la llegada del gas natural. Suponga que la demanda por energía eléctrica es

$$x = 1 - p$$

donde  $x$  es la cantidad consumida de electricidad y  $p$  es el precio por unidad. La energía eléctrica se puede generar en centrales a gas, hidroeléctricas o térmicas. Los costos marginales de generación de largo plazo son, respectivamente,  $c_g$ ,  $c_h$  y  $c_t$ , con  $c_g < c_h < c_t$ ; es decir, en el largo plazo las centrales a gas tienen menores costos que las hidroeléctricas, y las más caras son las térmicas. Además, para simplificar las cosas suponga que el costo marginal de largo plazo de transportar gas por el gasoducto es cero y que  $(1 + c_g + c_h)/3 < c_t$ . Por último, suponga que (a) una sola empresa (ENDESA) tiene derechos de agua que le permiten construir centrales hidroeléctricas; (b) cualquier empresa puede instalar y operar una central térmica.

1. Considere la situación actual en que no hay gas natural. Encuentre  $x_h$ , la cantidad de energía generada por ENDESA, y el precio de la electricidad. ¿A cuánto ascienden las utilidades de ENDESA?
2. Suponga que entra el gasoducto, pero que GASANDES monopoliza la generación de electricidad a gas. El juego entre GASANDES y ENDESA consiste en lo siguiente: (i) ambas eligen simultáneamente  $x_g$  y  $x_h$ , la cantidad generada en centrales a gas e hidroeléctricas; (ii) el precio de la electricidad resultante es  $p = 1 - x_h - x_g$ . Encuentre el equilibrio de Nash del juego entre las dos empresas.

Suponga que el gobierno obliga a GASANDES a dar “libre acceso” (es decir, mientras tenga capacidad GASANDES tiene la obligación de transportar el gas de cualquier empresa que lo solicite y pague por ello). El nuevo juego consiste en lo siguiente: (i) GASANDES y ENDESA eligen simultáneamente,  $x_h$  y  $x_g$ , donde  $x_g$  es ahora la capacidad del gasoducto. (ii) Una vez conocidos  $x_h$  y  $x_g$ , GASANDES licita su capacidad al mejor postor (la licitación es competitiva).

1. Escriba la forma extensiva de este juego
2. ¿Cuál será la capacidad elegida por GASANDES? ¿Qué precio tendrá el transporte de gas por el gasoducto? ¿Cuál será el precio de la energía eléctrica? Compare sus resultados con los que obtuvo en (b).

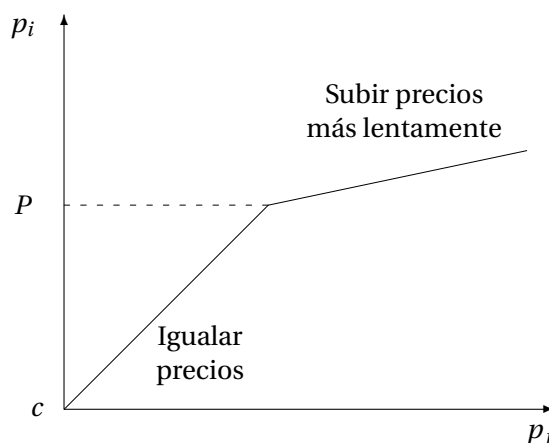


Figura 9.3: Función de reacción en demanda con esquina

3. >¿Qué efecto tiene el gasoducto sobre el valor de las acciones de ENDESA?

◇

### 9.3. La demanda con esquina

Una observación empírica es que los precios en mercados oligopólicos no responden en forma directa a los precios de los insumos. La variación en los precios de los productos es mucho menor que en la de los insumos.

Durante los años 30, Sweezy desarrolló una teoría que explica algunas de las observaciones de precios por sobre el costo marginal, sin necesidad de plantear acuerdos colusivos. Si suponemos que las firmas conjeturan que ante una rebaja en sus precios las demás firmas en la industria harán lo mismo y que por el contrario, si aumentan el precio, las otras firmas lo harán en una proporción menor, la función de reacción de la firma  $i$  ante lo que hace la firma  $j$  puede ser representada por la figura 9.3.<sup>3</sup> En tal caso la demanda percibida por la firma está dada por la figura 9.4, una demanda con una esquina. En ese caso, la curva de ingreso marginal es discontinua con un salto entre C y D. El equilibrio se encuentra donde la curva de costos marginales intersecta la curva de ingreso marginal. Por lo tanto, pueden haber cambios en los costos marginales pero estos no se van a reflejar en el precio, mientras estos cambios no hagan que los costos marginales salgan del intervalo  $\bar{C}\bar{D}$ . Aunque este modelo interpreta bien la forma en que los empresarios dicen comportarse, lo que no se explica es como se alcanzaron los precios  $P$  inicialmente.

<sup>3</sup>Este no es un modelo de equilibrio de Nash, porque las empresas no esperan que las otras no reaccionen ante sus acciones, sino que se trata de un modelo de *variaciones conjeturales*, en que las firmas conjeturan como van a responder las demás a sus propias acciones. La hipótesis de Nash es que la conjetura es que no harán nada.

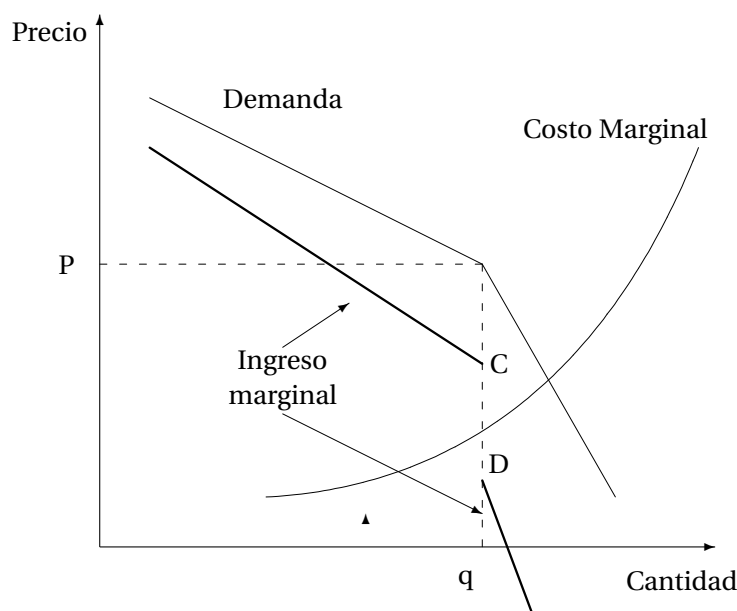


Figura 9.4: Equilibrio con demanda con esquina

#### 9.4. Colusión

Es bastante claro que en el mundo real, cuando el número de firmas es pequeño, éstas harán lo posible por ponerse de acuerdo para elevar los precios sobre el precios correspondiente al equilibrio de Nash de un período (Bertrand o Cournot). El problema que enfrentan los acuerdos colusivos es el de evitar que alguna firma se desvíe del acuerdo, aumentando sus ventas a costos de las demás. En casi todos los países este tipo de acuerdos son ilegales, por lo que las firmas no pueden ir a un juzgado a reclamar que el acuerdo ilícito ha sido violado, lo que dificulta establecer estos acuerdos. Las firmas coludidas enfrentan dos problemas: primero, es necesario *detectar* a la firma que se desvía del acuerdo y segundo, es necesario encontrar un mecanismo para *castigarla*.

Las firmas en una industria han encontrado numerosas formas de hacer más observables las desviaciones de los acuerdos colusivos. Ya lo decía *Adam Smith* en 1776:

“Son escasas las ocasiones en que se reúnen personas que trabajan en una misma industria, incluso cuando el motivo es de entretenimiento y diversión, sin que la conversación termine en una conspiración contra el público, o en algún mecanismo para subir los precios. . . . Pero aunque la ley no pueda impedir que personas en una misma industria se junten en ocasiones, no debería hacer nada para favorecer estas reuniones, menos aún establecer leyes que las hagan

necesarias."<sup>4</sup>

En el mundo moderno existe un gran número de instituciones que pueden ayudar a recolectar información que puede ayudar a determinar si las firmas respetan acuerdos colusivos:

1. Asociaciones sectoriales que recolectan precios y cantidades vendidas.
2. Convenios con distribuidoras para no bajar precios o usar precios de lista.
3. Garantías de que no se encontrará el producto más barato en otro lugar (*meet or match*).
4. Reglas del tipo: costo más un margen tipo, establecido por la industria para todas las firmas.

**Ejemplo 55** En la industria de la generación eléctrica, las turbinas eran producidas por tres productores en EE.UU., en los 50 y 60, los que se habían coludido para elevar los precios (Tirole, 1988). El problema de las firmas es que las turbinas deben ser adaptadas a las condiciones especiales de los sitios en que se van a instalar. El valor de estas adaptaciones es de más o menos un 30 %. Las firmas que se desviaban del acuerdo colusivo cobraban el precio de lista por la turbina (de acuerdo al acuerdo colusivo) pero hacían descuentos en la instalación. Para eliminar este problema, *General Electric* publicó un libro con todas las modificaciones posibles y sus precios. Además, comenzó a utilizar un notario que certificaba que sus contratos utilizaban los precios del libro. Las otras firmas hicieron lo mismo y se acabaron los descuentos ocultos.

◇

### 9.4.1. Índices de Concentración

A menudo se intenta medir el peligro de conductas anticompetitivas en una industria mediante indicadores de concentración. En algunas épocas, estos indicadores han jugado papeles importantes y aún hoy, la política antimonopolios en EE.UU. se activa cuando ciertos valores críticos se superan. Si se define  $\alpha_i \equiv q_i / q$ ,

- I)  $R_m = \sum_1^m \alpha_i$  es el índice de concentración de  $m$  firmas.
- II)  $R_H = 10,000 \cdot (\sum_1^n \alpha_i^2)$  es el índice de Herfindahl, que le da más peso a las firmas más importantes y considera todas las firmas del mercado.
- III)  $R_e = \sum_1^n \alpha_i \ln \alpha_i$  es el índice de entropía.

---

<sup>4</sup>A. Smith, *The Wealth of Nations*, pag. 128, Modern Library.

La idea es que la concentración facilita la colusión, y muchos estudios asocian concentración a rentabilidad en la industria, aunque estos estudios no han sido aceptados sin discusión. Por lo demás, no hay asociación entre concentración y rentabilidad en el caso de Bertrand, por ejemplo.

Los criterios que se aplican a fusiones de empresas en los EE.UU. el país de más larga y activa tradición antimonopolios son los que siguen: un índice de Hehrfindahl de menos de 1000, no interesa a la autoridad antimonopolios. Un índice hasta 1800 causa cierta preocupación (concentración media) y más de 1800 son mercado altamente concentrados, en los que cualquier fusión de empresas que signifique un aumento en la concentración de más de un 50 % no es aceptable. Alternativamente, un aumento en la concentración de más de un 100 % en industrias con un índice de concentración intermedio tampoco son aceptables. El índice de Herfindahl resulta alto cuando hay asimetría en el tamaño de las firmas y parece un indicador más razonable que el de concentración. Por ejemplo, si consideramos dos industrias con cuatro firmas, con participaciones de mercado dadas por  $A = (85, 5, 5, 5)$  y  $B = (25, 25, 25, 25)$  respectivamente,  $R_4 = 1$  en ambos casos, pero  $R_H^A = 7300$  pero  $R_H^B = 2700$ .

Las leyes antimonopolio no establecen ningún impedimento a que una empresa crezca hasta cualquier grado de concentración, siempre y cuando: i) el crecimiento no se produzca mediante fusiones, y ii) la empresa no utilice conductas anticompetitivas. Impedir la formación de monopolios por crecimiento autónomo tendría mal efecto sobre los incentivos. Es interesante notar que conductas que son competitivas en firmas con una participación pequeña del mercado dejan de serlo cuando las firmas alcanzan una participación dominante.

**Ejemplo 56** En la industria de generación eléctrica del SIC, las participaciones de mercados en capacidad son de aproximadamente (2000): Colbún: 18 %, Gener y filiales: 22 %, Endesa y filiales: 56 %, otros, 4 %. el Herfindahl es  $R_H = 10,000((0,18)^2 + (0,22)^2 + (0,56)^2 + (0,04)^2) = 3960$ . Esta industria está mucho más concentrada que el máximo aceptable en EE.UU. Sin embargo, parece ser competitiva, al menos desde el punto de vista de rentabilidad de las empresas.

En la industria de la telefonía celular, a fines de los 90, pocos años después de la entrada del servicio PCS, CTC-Startel tenía el 50 % del mercado, y ENTEL y Bellsouth se repartían algo más de 20 % cada una. Chilesat tenía un pequeño porcentaje. El índice de Herfindahl es de aproximadamente 3500. En el año 2004, la probable fusión de BellSouth con Telefónica celular tendría un 48 % del mercado, Smartcom un 16 % y el 36 % restante sería de Entel, lo que da un índice de concentración de 3856, comparado con la situación antes de la fusión de 2776.

En la industria de la cerveza, CCU tiene aproximadamente el 85 % del mercado, Becker un 13 % y el resto son pequeñas firmas locales e importaciones, además de importaciones. El Herfindahl es cercano a 7400.

◇

**Ejemplo 57 (Concentración y márgenes, sin colusión)** Si definimos  $\pi = \sum_1^n \pi_i$  se tiene  $\pi = \sum_1^n (p - c_i) q_i = \sum (p \alpha_i q_i) / \epsilon = (pQ/\epsilon) \sum \alpha_i^2$ . Si ahora consideramos una función de utilidad de tipo Cobb-Douglas,  $U = q^\beta z^{1-\beta}$ , donde  $z$  es el dinero disponible para comprar otros bienes

(es decir  $z = y - pq$ , donde  $y$  es el ingreso), se tiene que  $q = (\beta y)/p$  lo que implica que  $\epsilon = 1$ . En ese caso,  $Q = k/p$ , donde  $k$  es una constante positiva y se tiene:

$$\pi = k \left( \sum_1^n \alpha_i^2 \right) = kR_H$$

En este caso, la concentración medida de acuerdo al índice de Herfindahl es proporcional a la rentabilidad en la industria.

## 9.5. Superjuegos y colusión

Vamos a comenzar asumiendo que el problema de la información está resuelto y que el problema estriba en lograr un acuerdo colusivo que mantenga precios superiores a los de Bertrand (igual al costo marginal), sin que las firmas se desvíen del acuerdo.

Una explicación proviene de la teoría de juegos. El concepto fundamental es que la paradoja de Bertrand es análoga al Dilema del Prisionero, ya que en ambos casos los problemas aparecen debido a los incentivos unilaterales para desviarse de la solución cooperativa. En el dilema del prisionero no hay colaboración, pero ¿qué sucede si se replica el juego varias veces? Parece razonable pensar que en ese caso hay más incentivos a cooperar.

Consideraremos un caso simple en el que hay 2 firmas que producen bienes que son sustitutos perfectos y tienen los mismos costos marginales  $c$  por período. No hay restricciones de capacidad. Consideramos una situación en que las firmas juegan un juego de Bertrand cada período y hay  $T + 1$  períodos, con  $T$  finito o no. Existe un descuento de las utilidades futuras dado por  $0 < \delta = 1/(1 + r) < 1$ .<sup>5</sup> El objetivo de la firma es:

$$\text{Max}_{\{p_{it}\}} \sum_{t=0}^T \delta^t \pi^i(p_{it}, p_{jt}) \quad (9.2)$$

Las firmas eligen sus precios simultáneamente cada período y suponemos que el precio puede depender de la historia de los precios. Si

$$H_t = (\{p_{10}, p_{20}\}, \dots, \{p_{1t-1}, p_{2t-1}\})$$

es un vector que representa la historia del juego hasta  $t$ , las estrategias de equilibrio deben ser tales que dada la historia y lo que hace la firma rival, desviarse en cualquier período da un beneficio menor. Es posible que existan muchos equilibrios, pero examinaremos un tipo de estrategias especialmente sencillos: las estrategias *gatillo*. Estas estrategias se caracterizan porque le indican al jugador que colabore en un acuerdo colusivo, pero si el rival se desvía una sola vez, se le castiga para siempre con el equilibrio de Bertrand de un período (implica beneficios iguales a cero desde ese momento y para siempre). Entonces, supongamos que las firmas han acordado una estrategia de precios  $(p_1, p_2)$  para siempre.<sup>6</sup> La condición para que esta estrategia sea un equilibrio perfecto en el subjuego (EPS) es que:

<sup>5</sup>Cuando  $\delta \rightarrow 1$  hablamos de poca impaciencia. Si  $\delta$  es pequeño, se trata de mucha impaciencia.

<sup>6</sup>En realidad, las estrategias podrían indicar precios variando en el tiempo.

$$\sum_{t \geq l}^T \delta^{t-l} \pi^i(p_i, p_j) = \frac{\pi^i(p_i, p_j)(1 - \delta^{T-l+1})}{1 - \delta} \geq \pi^m + 0, \quad l = 0, \dots, T. \quad (9.3)$$

La expresión (9.3) nos dice que una estrategia es un equilibrio si es preferible utilizar la estrategia, dado lo que hace el rival, a desviarse y obtener las utilidades monopólicas durante un período, ya que después la firma será castigada y obtendrá cero hasta el período  $T$ .<sup>7</sup>

Si  $T$  es finito, podemos usar inducción inversa para resolver el juego. En el último período, no hay castigo a la desviación, pues el juego se acaba. Por lo tanto, ambas firmas se desvían y la competencia las lleva al equilibrio de Bertrand de un período. En el período anterior, se sabe que no hay premio por no desviarse, ya que el último período ambos hacen trampa. Por lo tanto, ambas firmas se desvían. El mismo razonamiento se aplica al período  $t-1$  y así sucesivamente hasta el primer período. Es decir, con un número finito de períodos no es posible establecer cooperación en este juego.

En cambio, cuando el número de períodos es infinito, es imposible utilizar la inducción inversa, ya que no hay un período final, desde el cual comenzar el análisis. En ese caso, la fórmula (9.3) se transforma en

$$\frac{\pi^i(p_i, p_j)}{1 - \delta} \geq \pi^m + 0 \quad (9.4)$$

Supongamos ahora que el acuerdo es tal que las firmas acuerdan repartirse las utilidades de monopolio, es decir  $\pi = \pi^m/2$ . En ese caso, la ecuación (9.4) nos dice que es posible establecer un equilibrio colusivo mediante estrategias gatillo siempre y cuando  $\delta > 1/2$ .

**Ejercicio 60** Demuestre este resultado.

◇

## 9.6. Aplicaciones

Este modelo tiene varias aplicaciones interesantes que muestran que es bastante versátil.

### 9.6.1. Número de firmas

Al aumentar el número de firmas el equilibrio se aproxima al equilibrio competitivo. Cada una de las  $n$  firmas obtiene  $\pi^m/n$ . Luego, la expresión equivalente a (9.4) es

$$\frac{\pi^m}{n(1 - \delta)} \geq \pi^m$$

Las tasas de descuento que satisfacen esta condición son  $\delta \geq 1 - 1/n \rightarrow 1$ . Es decir, a mayor número de participantes, más improbable que el acuerdo colusivo se mantenga, tal como nos indica la intuición y la experiencia.

<sup>7</sup>Las estrategias gatillo son perfectas en el subjuego, >por que?

### 9.6.2. Tiempo de reacción

Supongamos que sea difícil observar desviaciones del acuerdo colusivo, por lo que el rival tarda un período en poder detectar una desviación. En ese caso, desviarse permite obtener beneficios de monopolio durante dos períodos:

$$\frac{\pi^m}{2(1-\delta)} \geq \pi^m(1+\delta)$$

de donde  $\delta > 1/\sqrt{2}$ . Es decir, es más difícil organizar acuerdos colusivos si es difícil observar el cumplimiento de los acuerdos.

**Ejercicio 61** Utilice argumentos de observabilidad para explicar por qué las firmas a menudo no compiten en precios pero si compiten en publicidad.

◇

**Ejercicio 62** Intente usar los argumentos de observabilidad para explicar i) las condiciones de venta que dicen que el vendedor igualará cualquier otra oferta mejor (*meet or release*) y ii) si compra ahora y luego usted encuentra un lugar que vende más barato, la firma le devolverá la diferencia (*most favoured nation clause*).

◇

### 9.6.3. Bajas de precios cuando los tiempos son buenos

Es más fácil que el cartel se desmorone cuando llega una orden grande o cuando hay un auge de actividad. El problema es que el castigo es en el futuro, pero el valor del futuro se ve reducido por la posibilidad que sea un período de demanda baja. Una alternativa es tener un precio con un margen alto cuando hay baja demanda y un margen más bajo (y menos tentador para desviaciones) cuando la demanda es alta.

Consideremos un modelo con dos estados de la naturaleza que tienen probabilidad 1/2 de ocurrir. Sean  $p_s^m$  el precio de monopolio en el estado  $s$ , con  $\pi_1^m < \pi_2^m$ . La primera pregunta es saber si es posible mantener el precio de monopolio en ambos estados. Definamos el valor esperado de la cooperación como:

$$V = \frac{(\pi_1^m + \pi_2^m)/4}{1-\delta} \quad (9.5)$$

La pérdida futura de desviarse es  $\delta V$ . Desviarse da un incremento en la utilidad de  $\pi_s^m/2$ . Por lo tanto, se requiere que  $\pi_s^m/2 < \delta V$  para que el acuerdo colusivo sea sostenible. De aquí resulta que es necesario que

$$\delta \geq \delta_0 = \frac{2\pi_2^m}{3\pi_2^m + \pi_1^m} \Rightarrow \delta_0 \in (1/2, 2/3)$$

El problema del acuerdo colusivo es que cuando el precio es alto, es más tentador desviarse del acuerdo colusivo, pues el castigo mezcla períodos de alta y de baja demanda.

>Que sucede si  $\delta \in [1/2, \delta_0]$ ? No se puede mantener el acuerdo colusivo óptimo en momentos de alta demanda. Los precios colusivos en los momentos de alta demanda serán más bajos que los precios de monopolio, pero en caso de baja demanda se usará el precio de monopolio (para esa demanda). Los precios deben ser tales que eviten la tentación de desviarse:

$$\begin{aligned} \text{Max} \quad & [\Pi_1(p_1)/4 + \Pi_2(p_2)/4] / (1 - \delta) \\ \text{s. t.} \quad & \Pi_1(p_1)/2 \leq \delta [\Pi_1(p_1)/4 + \Pi_2(p_2)/4] / (1 - \delta) \\ & \Pi_1(p_2)/2 \leq \delta [\Pi_1(p_1)/4 + \Pi_2(p_2)/4] / (1 - \delta) \end{aligned} \quad (9.6)$$

Es obvio que la única restricción relevante es la correspondiente a la demanda alta (9.6) ya que poniendo  $p_1^m = p_1$  se relaja esta restricción y aumenta al máximo las utilidades. Entonces se elige  $p_2$  de manera que (9.6) sea una igualdad cuando  $p_1 = p_1^m$ .

#### 9.6.4. Mercados múltiples

Si los oligopolistas participan en varios mercados, es más fácil alcanzar acuerdos colusivos. Si los castigos se pueden extender a otros mercados pueden ayudar a evitar que el acuerdo se desmorone. Por ejemplo, es posible alcanzar acuerdos colusivos en mercados en los cuales  $\delta < 1/2$ , porque se puede amenazar con un castigo en otros mercados en los que  $\delta > 1/2$ , lo que permitir sustentar el acuerdo colusivo. Consideremos el caso de dos firmas que operan cada una en dos mercados simétricos. Debido a problemas de observabilidad, los  $\delta$  en cada mercado son distintos. Suponemos que  $\delta_1 = \delta$  y que  $\delta_2 = \delta^2$ , con  $\delta^2 < 1/2 < \delta$  (el mercado 2 opera período por medio). Si los mercados no tuvieran relación entre ellos, no sería posible la colusión en el segundo de ellos, pues el futuro vale demasiado poco en ese mercado. Supongamos que debido a que ambos mercados son operados por las mismas dos firmas, las firmas pueden prometerse castigos en ambos mercados en casos de abandono el acuerdo colusivo. En ese caso, si un agente va a desviarse, le conviene hacerlo en ambos mercados y la condición para mantener el acuerdo colusivo queda:

$$2 \frac{\pi^m}{2} \leq \frac{\pi^m}{2} (\delta + \delta^2 + \delta^3 + \dots) + \frac{\pi^m}{2} (\delta^2 + \delta^4 + \delta^6 + \dots)$$

que implica que  $4\delta^2 + \delta - 2 \geq 0 \Rightarrow \delta \geq .593$ . Este resultado implica que se puede mantener un acuerdo colusivo con un descuento del futuro de algo menos de  $\delta = 0,36$ , siempre y cuando existan otros mercados. Es importante recalcar que en una economía pequeña como la chilena, las mismas firmas operan en muchos mercados, lo cual hace más probable los acuerdos colusivos.

**Ejercicio 63** Dos firmas, Luzvel (L) y Veraluz (V) son las únicas firmas que compiten en el mercado de velas. Las velas son homogéneas y tienen demanda:

$$D(p) = \begin{cases} 1 - p_L, & \text{si } p_L < p_V \\ (1 - p_L)/2, & \text{si } p_L = p_V \\ 0, & \text{si } p_L > p_V \end{cases}$$

Los costos de ambas firmas son constantes, con  $1 > c_L > c_V > 0$ .

1. Encuentre los precios, cantidades y utilidades en el caso que el juego ocurre una sola vez.
2. Suponga que Luzvel le propone a Veraluz un acuerdo colusivo en el juego repetido infinitas veces. Luzvel propone que se usen sus costos ( $c_L$ ) para calcular la cantidad a producir. Suponga que las tasas de descuento de las dos firmas son iguales. >Que proporción de las utilidades totales debe recibir Veraluz para aceptar el acuerdo colusivo? >Que tasa de descuento es necesaria para que el acuerdo se mantenga? >Será mayor o más pequeña la proporción de las utilidades colusivas que se lleva Veraluz si se usaran sus costos?
3. Suponga que los costos de las firmas son iguales pero crecientes. >Se sigue manteniendo la solución paradójica (de Bertrand) que se obtiene el caso de costos iguales y constantes? Explique su conclusión.

◇

**Ejercicio 64** Suponga que dos laboratorios: Chile y Recalcine, compiten en el mercado del Nitroxin. Ambos tienen costos de producción cero. Las firmas enfrentan una demanda  $q = 1 - 2p$  en cada período. Las firmas compiten en precios, y tienen un horizonte de planeación infinito, con una tasa de descuento  $\delta = 1/(1 + r)$ .

1. Determine las condiciones sobre la tasa de interés que permiten la colusión.
2. Suponga ahora que Recalcine no puede observar si Laboratorio Chile faltó al acuerdo colusivo. A un costo de  $c = 1/32$  por período, puede contratar a un auditor para que determine si Laboratorio Chile se desvió del acuerdo. Determine las condiciones sobre la tasa de interés que permiten la colusión.

◇

**Ejercicio 65** Suponga que en el mercado de las carretas de bueyes existen tres compañías: Estrella S.A., Flor de Campo Ltda. y Lucero, S.A.. Estas compañías tienen los mismos costos, producen carretas idénticas y enfrentan una demanda  $q = p^{-\epsilon}$ .

1. Encuentre el equilibrio si las firmas compiten en cantidades.
2. Suponga que las firmas se coluden al precio de monopolio, utilizando la estrategia de volver al equilibrio de Cournot si alguna firma se sale del acuerdo colusivo. Suponga, además, que  $\epsilon = 2$ . >Cual es la condición sobre la tasa  $\delta$  para que este acuerdo sea sostenible?
3. Suponga que la tasa  $\delta$  es menor que la que permite el acuerdo colusivo a nivel de monopolio. >Significa esto que ningún acuerdo es posible entre las firmas?



**Ejercicio 66** Las dos únicas empresas de computadoras a tubos compiten entre sí (estamos hablando de 50 años atrás). Suponemos que producen un bien homogéneo, y que compiten en precios. La competencia no les deja utilidades, así que deciden coludirse para aumentar sus utilidades a  $\Pi^c > 0$ . Cada firma se propone desarrollar computadoras basadas en chips que le permitirán adueñarse totalmente del mercado –debido al monopolio legal de las patentes–. Cada firma sabe que la otra firma está haciendo lo mismo, y cada firma estima que cada período hay una probabilidad  $p$  que una de las dos firmas obtenga la patente de las computadoras basadas en chips. Suponga que la probabilidad que hayan descubrimientos simultáneos es cero.

1. Calcule las utilidades esperadas del próximo período.
2. Encuentre la condición sobre la tasa de descuento que permite la colusión entre las firmas.
3. >Como cambiarían sus conclusiones si existiera la posibilidad de un descubrimiento simultáneo?



**Ejercicio 67** Considere el mercado del cemento en Eslovenia. Existen dos firmas en el mercado, produciendo un bien homogéneo. El mercado está creciendo rápido, y la demanda cada período viene dada por  $Q_t^E = (1 + \rho_E)^t - p_t^E$ , con  $\rho_E > 0$ . Suponga que los costos marginales son constantes e iguales a  $c$ .

1. Si no existen restricciones de capacidad y las firmas compiten en precios, cual es la condición para que las firmas puedan cartelizarse?
2. Suponga que  $\rho_E = 1/2$  y que  $\delta = 1/4$ . Suponga además que las firmas cementeras también operan en el mercado de Bratislava, donde la demanda es  $Q_t^E = (1 + \rho_B)^t - p_t^B$ , donde  $\rho_B = \lambda \rho_E$ , con  $\lambda > 1$ . >Es posible que en este caso, las empresas puedan cartelizarse en Eslovenia? >Qué condición se requiere sobre  $\lambda$ ?



# Bibliografía

Tirole, J. (1988). *The Theory of Industrial Organization*. The MIT Press, Cambridge, MA.

## Capítulo 10

# Entrada de competencia y concentración de mercado

En este capítulo se estudian los efectos de la entrada (o la amenaza de entrada) de competencia sobre el comportamiento de las firmas establecidas en un mercado. Comenzamos con el concepto de mercado desafiante, es decir, un mercado en que un monopolio no tiene poder de mercado, ya que está permanentemente amenazado por la entrada de firmas que pueden usar una estrategia de entrar y salir rápido (*hit and run*). Luego se examinan las distintas estrategias que las firmas usan frente a la posibilidad de entrada. La última parte del capítulo examina los modelos de Sutton que explican la concentración de firmas (es decir el número de firmas y la proporción de las ventas de las mayores entre ellas) en los mercados.

### 10.1. Mercados desafiados

Baumol *et-al.* (1982) idearon el concepto de *mercado desafiado*, que permite generalizar el concepto de competencia incluso en casos en los que hay economías de escala. Aunque los mercados perfectamente desafiados de los que hablaban estos autores probablemente no existen, los conceptos que introdujeron tienen mucha importancia en el estudio de políticas antimonopolios.

Para entender el concepto de mercado desafiado es necesario distinguir entre costos fijos (personal de oficina central, arriendos, abogados de la firma) y costos hundidos (publicidad, costo de adaptación y entrada a nuevos mercados). Un costo fijo deja de incurrirse una vez que la firma deja de operar, a diferencia de costo hundido, que no se recupera jamás, es decir, son irreversibles.

Siguiendo a Baumol *et-al.* (1982), consideramos un mercado por un bien homogéneo con  $m$  firmas activas y  $n - m$  entrantes potenciales, con costos  $C(q)$ ,  $C(0) = 0$ .

#### Definición 24

1. Una *configuración de firmas* en la industria es un vector de cantidades  $\{q_1, \dots, q_m\}$  y un precio  $p$ .

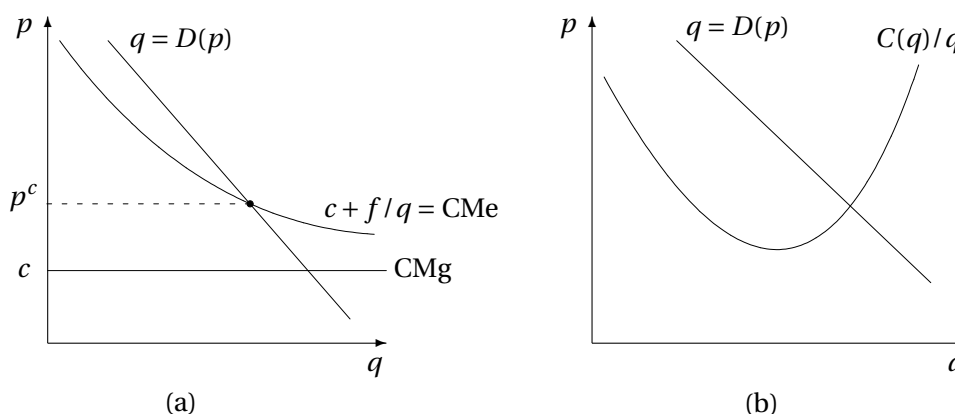


Figura 10.1: (a) Un mercado desafiable, (b) Ausencia de configuración sostenible.

2. Una configuración de firmas es *factible* si la oferta es igual a la demanda al precio  $p$  y las firmas tienen utilidades no-negativas.
3. Una configuración de firmas es *sostenible* si a pesar que las firmas activas no cambian su comportamiento, ningún entrante podría obtener beneficios por entrar, es decir, no puede existir un precio  $p^e$  y cantidad  $q^e$  de un potencial entrante tal que  $p^e \leq p$  y  $q^e \leq D(p^e)$  con  $p^e q^e > C(q^e)$ .
4. Un mercado *perfectamente desafiable* es uno en que una configuración *factible* (sin pérdidas y sin exceso de oferta o demanda) es sostenible.

**Ejemplo 58** Consideremos una industria en la que los costos son  $C(q) = f + cq$ , como se muestra en el panel izquierdo de la figura 10.1. En este caso una firma que cobre un precio menor que el precio de competencia pierde dinero. Por otro lado, una firma que cobra un precio mayor al de competencia enfrenta la entrada de firmas que pueden vender a un precio más barato y obtener utilidades. Por lo tanto, la única configuración sostenible es  $\{p^c, q^c\}$ . En ese caso habríamos obtenido un resultado de eficiencia tecnológica, sin utilidades aunque hay sólo una firma en el mercado y los costos son decrecientes. Y todo esto debido a la amenaza de entrada.

◇

**Ejercicio 68** Considere el panel derecho de la figura 10.1. Muestre que en este caso no existe una configuración sustentable.

>Que condiciones se requieren para que un mercado sea perfectamente desafiable? En primer lugar, los costos hundidos deben ser pequeños y segundo, los precios deben cambiar en forma lenta ante la entrada. Esto permite que una estrategia de *hit and run* sea viable y el

temor a esta posibilidad es la que mantiene al monopolio bajo buen comportamiento. Aunque no parecen existir muchos mercados en los que el concepto de mercado perfectamente desafiante sea relevante, si es importante el rol disuasivo de la entrada sobre el comportamiento de un monopolio. En general, es menos preocupante un monopolio en el que es fácil la entrada.

Sin embargo, Stiglitz (1987) muestra que este argumento no es robusto y que existe una discontinuidad que significa que no se pueden usar argumentos apropiados al caso en que no existen costos hundidos (como lo requiere un mercado perfectamente desafiante) para el caso en que los costos hundidos son pequeños. En efecto, si es posible reaccionar rápido a los cambios de precios, se tiene que incluso si los costos hundidos son pequeños y los bienes son homogéneos, el único EPS consiste en que la firma establecida cobra el precio de monopolio. La demostración es sencilla, ya que la entrada conduce al equilibrio de Bertrand. Como no hay utilidades *ex post* pero hay que incurrir el costo hundido, la competencia no entra. Como siempre, lo importante es que la firma establecida pueda reaccionar a la entrada. Este razonamiento reduce el atractivo del concepto de mercado desafiante en el mundo real, en el que siempre existen costos hundidos.

◇

**Ejercicio 69** Muestre que cuando el bien es homogéneo, cualquier costo de entrada positivo hace que el mercado no sea desafiante, si la firma establecida puede reaccionar de forma instantánea a la entrada. Para esto, escriba un árbol de juego con las acciones disponibles para los entrantes y la firma establecida.

◇

En las discusiones en las comisiones antimonopolio, la gran pregunta al discutir si una fusión de compañías es aceptable es estudiar si el mercado es desafiante. Si lo es, no hay problemas. Es por eso que los defensores de la pretendida fusión siempre defienden la facilidad para entrar al mercado, incluso en aquellos casos en que esto es falso (ver Fischer (1995)). Además, Stiglitz (1987) muestra que hay que ser muy cuidadoso al usar el concepto de mercado desafiante debido a la discontinuidad de los costos hundidos.

Por ejemplo, en una presentación ante las cortes de justicia, un apelante opina que no hay necesidad de temer la posibilidad de monopolios en los puertos estatales que se concesionan a agentes privados:

“También cabe hacerse cargo del repetido lugar común sobre la inexistencia en Chile de bahías naturales que permitan construir puertos a precios razonables y competitivos. Esta es una especie que corresponde a conocimientos y técnicas de mediados de Siglo, pero no de estos días. La técnica actualmente disponible permite construir puertos a costos razonables y competitivos en múltiples partes de la larga costa chilena, porque hoy resulta más económico la construcción de dársenas, que generan espejos de aguas más tranquilas, que los viejos molos de abrigo al estilo de los puertos estatales chilenos. Los mismos molos, como se proyecta en Mejillones, pueden ser sustituidos por cortinas metálicas que producen el mismo efecto y que tienen un costo varias veces menor.

El desarrollo de la técnica constructiva en puertos y marinas progresa aceleradamente y de ello no puede prescindirse, si se sostiene la teoría de los mercados desafiados, como lo hace el Informe reclamado."

Cabe preguntarse: si era tan fácil la entrada al mercado, ¿cuál es el motivo para los esfuerzos que hacía el apelante para que se le permitiera participar en la licitación del puerto sin que se le impusieran restricciones? Después de todo, de acuerdo a su razonamiento, siempre podría construir un puerto privado nuevo en el que podría operar en forma integrada.

## 10.2. Un modelo de competencia monopolística

Existen diversos modelos que estudian lo que se denomina competencia monopolística, en el cual hay libre entrada al mercado y existen muchas firmas que potencialmente podrían entrar al mercado, por lo que las firmas activas (es decir, que operan) tienen utilidad nula. Estos mercados no son totalmente competitivos, debido a que hay costos de entrada u otros factores que hacen que cada firma activa tenga cierto poder de mercado y no enfrente una curva de demanda perfectamente elástica. Ejemplos son el modelo de demanda lineal descrito en Sutton (1991) (pag. 47), el modelo de localización de Hotelling (1929) y el de Dixit y Stiglitz (1977), que se describe a continuación.

Este modelo permite estudiar, en un contexto sencillo, un caso en que existe libre entrada a un mercado, en conjunto con economías de escala internas a la firma. El análisis es de equilibrio general, a diferencia de la mayor parte del análisis del curso. Suponemos una economía con dos sectores productivos, el sector de bienes homogéneos 2 y el sector de bienes diferenciados 1. Existen muchos bienes diferenciados potencialmente producibles. Entre ellos, supondremos que se producen  $n$ , una variable endógena. La función de utilidad de un individuo representativo es

$$U = \ln \left[ \sum_{i=1}^n (c_{i1})^\theta \right]^{\frac{1}{\theta}} + \ln c_2, \quad 0 < \theta < 1 \quad (10.1)$$

que hace que los consumidores dediquen la mitad de sus ingresos al bien homogéneo 2 y la otra mitad se divide entre los distintos bienes diferenciados del sector 1. Existen un factor de producción, trabajo en cantidad  $l$ . La tecnología en el sector de bienes homogéneos es tal que para producir  $x_2$  unidades se necesita  $l_2 = \beta x_2$  trabajadores. Si hacemos que el bien 2 sea el numerario,  $p_2 = 1$  y por lo tanto  $w_2 = 1/\beta$ . Cada planta que produce el bien diferenciado tiene que incurrir un costo fijo de entrar al mercado. Debido a que las firmas compiten, cada una de ellas prefiere crear su propia variedad (de manera de competir menos). Para producir  $x_{1i}$  unidades del bien diferenciado  $i$  se requieren  $l_i = \alpha + \beta x_{1i}$  unidades de trabajo. El parámetro  $\alpha$  corresponde al costo fijo de entrar al mercado de bienes diferenciados.

Debido a que cada productor de un bien diferenciado produce una variedad, tiene un monopolio en su variedad y utiliza el *Margen de Lerner* (ver la sección 6) para determinar el margen sobre costos. Cuando hay muchos bienes, se puede mostrar que la elasticidad precios de la demanda por una variedad es  $1/(1 - \theta)$ , con lo que  $p = w_1 \beta / \theta$ , donde  $w_1 \beta$  es

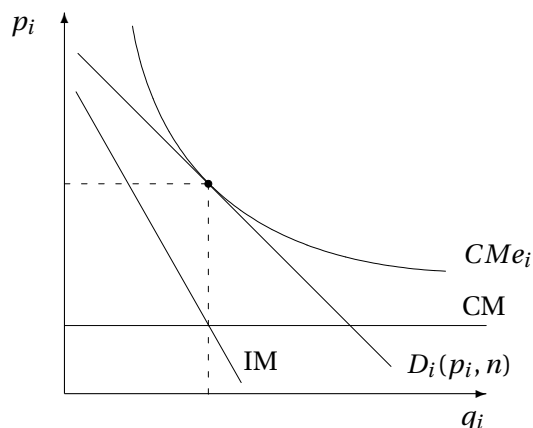


Figura 10.2: Competencia monopolística

el costo marginal de producción en el sector de bienes diferenciados. Dado que los trabajadores pueden trabajar en cualquier sector, el salario debe ser el mismo en ambos sectores y  $w_1 = w_2 = 1/\beta$ , lo que implica que  $p = 1/\theta$ .

Por simetría en el sector de bienes diferenciados, se tiene que la producción de cada variedad será la misma  $x_{1i} \equiv x_1$ . Debido a la libre entrada en el sector de bienes diferenciados, no hay utilidades, es decir, que los costos son iguales al ingreso por ventas:

$$p_1 x_1 = w_2 (\alpha + \beta x_1) \implies (1/\theta - 1)x_1 = \alpha/\beta$$

de donde se obtiene  $x_1 = \alpha\theta/(\beta(1 - \theta))$ , que no depende más que de los parámetros “duros” de preferencias y de tecnología. La cantidad de trabajo total es  $nl_1 + l_2 = l$ . Dado que las preferencias son de tipo Cobb-Douglas, el ingreso se gasta por mitades en cada bien. Como no hay rentas, sino que todo el ingreso va a los trabajadores, se tiene que  $wl/2 = p_2 x_2$ , es decir, la mitad del ingreso total se gasta en bienes homogéneos. Ahora bien, como  $x_2 = l_2/\beta$  y  $w = 1/\beta$  se tiene  $l_2 = l/2$ . Por lo tanto el número de firmas se determina en forma endógena a partir de la expresión para  $x_1$ :

$$n(\alpha + \beta x_1) = l/2 \implies n = \frac{l(1 - \theta)\beta}{2\alpha(1 - \theta)\beta + \theta}$$

La figura 10.2 muestra como las firmas en el sector de bienes diferenciados operan en la zona de costos decrecientes. A pesar de esto, las firmas no tienen rentas ya que el número de firmas se ajusta para eliminar las rentas.

### 10.3. Entrada de firmas

Uno de los problemas que enfrentan las firmas establecidas es la caída en las utilidades cuando entran nuevas firmas al mercado. De acuerdo a Bain (1956), quien hizo un estudio monumental de la organización industrial en los EE.UU., existen cuatro factores que afectan la entrada:

1. Economías de escala.
2. Ventajas absolutas de costo (Investigación y desarrollo, aprendizaje mediante experiencia).
3. Ventajas de la diferenciación de productos (patentes, buenos nichos de mercado).
4. Problemas para conseguir capital.

La relevancia de estos puntos ha sido discutida, aunque los factores de Bain (1956) provienen de un estudio largo y profundo de la industria de los EE.UU. A partir de estos factores, Bain definió una tipología de conductas ante la amenaza de entrada de competencia.

#### Definición 25

1. La entrada está *bloqueada* si las firmas que están en el mercado no cambian su comportamiento respecto a lo que harían sin amenaza de entrada y a pesar de esto no hay entrada.
2. La entrada está *prevenida* si las firmas establecidas cambian su comportamiento para impedir la potencial entrada de nuevas firmas.
3. La entrada está *acomodada* si las firmas establecidas adaptan su comportamiento a la entrada de las nuevas firmas.

Estudiaremos las condiciones que se requieren para que las firmas puedan utilizar las distintas conductas. En primer lugar, mostraremos que es necesario la existencia de costos hundidos para prevenir la entrada.

#### 10.3.1. La solución de Stackelberg

Usaremos un modelo reducido del modelo de dos etapas estudiado en la sección 9.1.1. Supongamos un modelo en que las firmas eligen capacidad y luego precios. La firma establecida elige su capacidad (o capital)  $K_1$  y luego la firma 2 elige  $K_2$ . Los beneficios de las firmas son:

$$\begin{aligned}\Pi^1(K_1, K_2) &= K_1(1 - K_1 - K_2) \\ \Pi^2(K_1, K_2) &= K_2(1 - K_1 - K_2)\end{aligned}$$

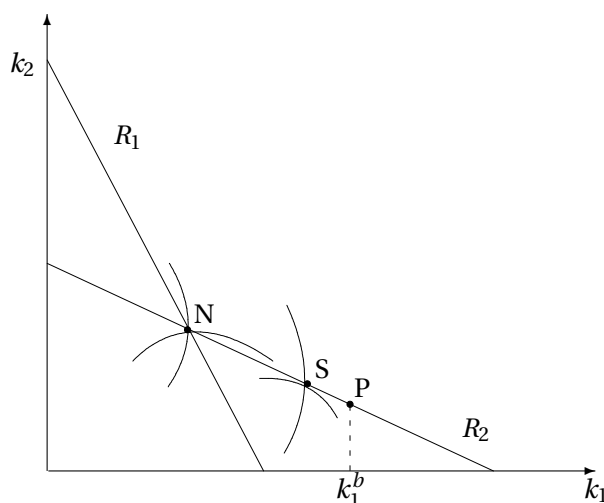


Figura 10.3: Equilibrio de Stackelberg

En este caso se tiene:  $\partial \Pi^i / \partial K_j < 0$ , es decir, un aumento en la capacidad del rival perjudica a la empresa. Además se tiene  $\partial^2 \Pi^i / \partial K_j \partial K_i < 0$ , es decir el valor marginal de la capacidad de la firma cae con los aumentos en la capacidad de la otra firma, lo que reduce los incentivos a invertir en capacidad. Suponemos que no hay costo (hundido) fijo. En el segundo período la firma 2 resuelve el problema de maximización de sus beneficios dado el valor de  $K_1$ , y obtiene  $K_2^* = R_2(K_1) = (1 - K_1)/2$ . La firma 1, sabiendo como va a reaccionar la firma 2, resuelve:

$$\text{Max}_{K_1} \left( 1 - K_1 - \frac{1 - K_1}{2} \right)$$

de donde se obtiene  $K_1 = 1/2, K_2 = 1/4, \Pi^1 = 1/8, \Pi^2 = 1/16$ . el resultado se ve en la figura 10.3, que nos muestra que los beneficios de la empresa 1 son mayores que en el equilibrio de Cournot (las utilidades de la firma 1 aumentan en la dirección Sureste). Si comparamos los valores obtenidos para las utilidades con los que se obtienen para la competencia de Cournot en la sección 9.2, observamos que ser el primero en actuar tiene valor. Notemos que la firma 1 acumula más capacidad (o capital) que en el juego simultáneo de manera de hacer menos atractiva la inversión de la otra firma (aprovechando  $\partial^2 \Pi^i / \partial K_j \partial K_i < 0$ ). Es importante señalar que es esencial en el análisis que la inversión debe ser *irreversible*, ya que la firma 1 no está operando sobre su curva de reacción. Si pudiera cambiar su comportamiento en el segundo período, reduciría su capacidad, lo que la llevaría inevitablemente al equilibrio de Cournot. Por lo tanto, actuar primero tiene valor solamente porque una vez tomada la decisión de capacidad, esta no se puede revertir. Si se pudiera hacerlo, dejaría de

significar una ventaja estratégica ser primero. <Tener menos opciones es bueno!<sup>1</sup> La firma 2 siempre entra, por lo que su entrada es siempre acomodada, a menos que  $K_1 > 1$ , pero en ese caso  $\Pi^1 \leq 0$ .

Si hay rendimientos crecientes, la entrada no siempre ocurre (confirmando los estudios de Bain). Supongamos que existe un costo (hundido) fijo de entrada  $f$  que ya ha sido incurrido por la firma 1.<sup>2</sup> Los beneficios de la firma 2 son:

$$\Pi^2(K_1, K_2) = \begin{cases} K_2(1 - K_1 - K_2) - f & \text{si } K_2 > 0 \\ 0 & \text{si } K_2 = 0 \end{cases}$$

Supongamos que  $f < 1/16$ . Si la firma 1 siguiera comportándose como en el equilibrio de Stackelberg, la firma 2 obtendría  $\Pi^2 = 1/16 - f > 0$  y entraría al mercado. Como el costo fijo no influye en las decisiones de cuando invertir, sino sólo en la decisión de entrar o no hacerlo, el equilibrio que resulta es el de Stackelberg original.

La firma 1 podría preferir prevenir la entrada, es decir, invertir más para hacer inviable la entrada de la firma 2. Consideremos el nivel de inversión requerido para que la firma 2 no entre al mercado. Se requiere que

$$\max_{K_2} \{K_2(1 - K_1 - K_2) - f\} = 0$$

Se obtiene fácilmente que es necesario que  $K_1^P = 1 - 2\sqrt{f}$  previene la entrada. Si recordamos que la capacidad de monopolio es  $K^m = 1/2$ , se tiene que  $K_1^P > K^m$  para poder bloquear la entrada. Resta determinar si las utilidades son mayores en esta opción que en el equilibrio original de Stackelberg.

$$\Pi^{1P} = (1 - 2\sqrt{f})(1 - (1 - 2\sqrt{f})) = 2\sqrt{f}(1 - 2\sqrt{f})$$

Como se observa en la figura 10.3.1, existe un rango en que la prevención de entrada genera utilidades mayores que las de Stackelberg. Si el costo fijo es  $f > 1/16$ , la firma 2 no entra,  $K_1 = 1/2$  la entrada está bloqueada. Es importante señalar que en el equilibrio de prevención de entrada la firma 1 dispone de capital que no utiliza en equilibrio.<sup>3</sup>

Dixit (1980) ha discutido que un equilibrio de este tipo no es un EPS. El argumento de Dixit es que al usar una forma reducida estamos cometiendo un error y que se debería separar la decisión de capacidad de la decisión de producción. Supongamos que la firma 1 hubiera invertido  $K_1^B$ . Supongamos que ahora la firma 2 entra con capacidad de Cournot. Dado que la firma 2 entró, el punto de producción será el de Cournot (con utilidades para la firma 2, incluso si consideramos el costo fijo). Por mucho que a la firma 1 le habría gustado atemorizar a la firma 2, ésta no le cree. Por lo tanto, la firma 2 entra y dado que la firma 2 entra con capacidad de Cournot, es mejor para la firma 1 no tener sobrecapacidad. Por lo

<sup>1</sup> Esta estrategia es conocida como "quemar las naves", en recuerdo del conquistador Cortés, que quemó sus naves para que ninguno de los participantes en la expedición a México se acobardara e intentara volver las colonias del Caribe.

<sup>2</sup> Por ejemplo, los permisos para empezar a operar.

<sup>3</sup> En el caso de US vs ALCOA (1945), el juez Learned Hand dictaminó que ALCOA, el monopolio en aluminio, usaba una estrategia de disponer de capacidad en exceso con el objeto de prevenir la entrada.

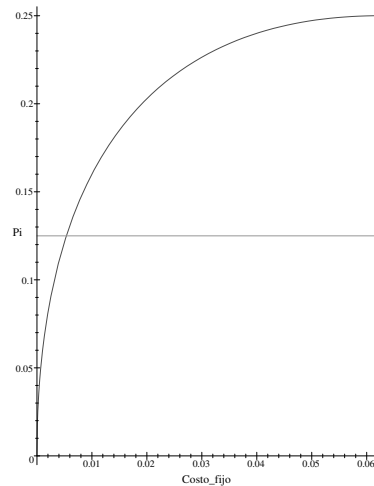


Figura 10.4: Beneficios para la firma 1 bajo prevención de entrada como función del costo fijo.

tanto, volvemos al equilibrio de Cournot. Sin embargo, el argumento anterior no es válido para otras variables en las que la firma establecida puede invertir: en vez de capacidad, se puede pensar en invertir en aprendizaje mediante experiencia, en franquicias exclusivas, en clientela atada, en la proliferación de productos (cereales es un ejemplo) y en localización (como en el caso de los grandes almacenes).<sup>4</sup>

Para concluir, la firma establecida dispone de distintas formas de enfrentar la entrada. Todas ellas dependen de la irreversibilidad de las acciones que la firma ha tomado antes de la entrada de su rival.

**Ejercicio 70** En el mercado del azúcar en Japón existen muchas firmas que podrían entrar a operar en el mercado, ya que no hay barreras a la entrada al mercado, excepto que entrar tiene un costo hundido fijo  $F$ . La demanda es  $q = a - p$  y los costos marginales de producción son 0. No existen restricciones de capacidad. El descuento de los beneficios futuros es  $\delta$ . En lo que sigue, el horizonte del juego es infinito. (30pts)

1. Suponga que las firmas activas (operando) se coluden, bajo la amenaza explícita de volver a competencia de precios si alguien viola el acuerdo. Encuentre la condición para que se mantenga el acuerdo colusivo y la condición que determina la relación entre el número  $N$  de firmas en el mercado y el costo fijo  $F$ .

<sup>4</sup>Existen denuncias que las grandes tiendas y supermercados han comprado paños importantes en lugares estratégicos de manera de impedir la entrada de competencia.

2. Suponga que  $\delta = 3/4$  y que  $a = 1$ . Grafique el número de firmas en el mercado como función del costo fijo. Muestre que cuando  $F$  es pequeño, <habrá una sola firma en el mercado!
3. Suponga ahora nuevamente que tanto  $a$  como  $\delta$  son arbitrarios. Suponga que el castigo a una desviación del acuerdo colusivo es recibir  $\pi^m/(2N)$  en el futuro (en vez de  $\pi^m/N$ ). Encuentre la nueva relación entre número  $N$  de firmas en el mercado y el costo fijo  $F$  y muestre que los acuerdos colusivos son más difíciles que cuando el castigo es recibir cero para siempre.

◇

**Ejercicio 71** Suponga que la demanda por chocolate (un bien homogéneo) es  $q = 1 - p$ , que el costo de producción de chocolate es cero y que hay un costo fijo de comenzar a producir. Para entrar al mercado, una empresa debe generar ganancias que cubran sus costos fijos. Existen muchas empresas que potencialmente podrían entrar al mercado.

1. Considere el caso de competencia de precios. Muestre que para  $F < 1/4$  nunca habrá más de una empresa en el mercado.
2. Considere ahora competencia por cantidades. Grafique el número de empresas en el mercado como función de  $F$ . Comience con  $F$  grande y redúzcalo hasta que  $n = 3$ .
3. El excedente social es la suma del excedente de los productores (utilidades operacionales menos costos fijo) más el excedente de los consumidores. Grafique el excedente de los consumidores como función de  $F$ . (Sugerencia: Parta con  $F = 1$  y hágalo caer hasta que  $n = 3$ ). >Cuándo es mayor el excedente social: cuando  $F = 1/9 - \epsilon$  o cuando  $F = 1/9 + \epsilon$ , para  $\epsilon$  pequeño? >Qué concluye?

◇

## 10.4. Estrategias de negocios<sup>5</sup>

Consideremos un modelo de dos períodos. en el primer período, la firma 1 elige  $K_1$ . La firma 2 observa y decide si entra. En el segundo período, las firmas producen  $(X_1(K_1), X_2(K_1))$ . Las utilidades de las firmas son  $\Pi^i(K_1, X_1, X_2)$ . No hay entrada si  $\Pi^2(K_1, X_1, X_2) \leq 0$ . Se dice que la entrada está *bloqueada* si la desigualdad es estricta, porque significa que sin hacer esfuerzo la firma establecida 1 puede impedir que la otra entre al mercado. Hay *prevención* de entrada cuando  $\Pi^2(K_1, X_1, X_2) = 0$  Sabemos que  $\partial \Pi^2 / \partial x_2 = 0$ . Por lo tanto,

$$\frac{d\Pi^2}{dK_1} = \underbrace{\frac{\partial \Pi^2}{\partial K_1}}_{Ef.directo} + \underbrace{\frac{\partial \Pi^2}{\partial x_1} \frac{\partial x_1}{\partial K_1}}_{Ef.Indirecto}$$

---

<sup>5</sup>Ver Bulow *et-al.* (1985).

El efecto directo corresponde, en el caso en que  $K_1$  es la clientela, al hecho que más clientela reduce  $\Pi^2$  directamente. Existen otros casos en que el efecto directo es cero, por ejemplo, en casos en que  $K_1$  corresponde a tecnología o capacidad. Sin embargo, aún en estos casos la inversión tiene efectos sobre las utilidades de la firma 2 pues afecta el comportamiento posterior de la firma 1.

**Ejercicio 72 (Stackelberg)** Considere el problema de dos firmas que producen bienes que son sustitutos imperfectos. La demanda que enfrenta cada firma es:

$$q_i = a - bp_i + dp_j, \quad i \neq j = 1, 2.$$

Los costos de producción son cero y se tiene que  $b > d > 0$ . Las firmas compiten en precios (es decir, eligen los precios como la variable estratégica, no las cantidades, como en el caso de competencia de Cournot). Suponga inicialmente que los precios se eligen en forma simultánea.

1. Encuentre la forma normal de este juego (jugadores, estrategias y beneficios o pagos a cada jugador).
2. Encuentre la función de reacción de cada jugador. Dibuje las curvas.
3. Encuentre el equilibrio de Nash en precios.
4. Suponga ahora que la firma 2 observa el precio ofrecido por la firma 1. Calcule el nuevo equilibrio de Nash y compare con los precios del caso anterior. (Ayuda: Resuelva el juego de atrás hacia adelante.)

◇

**Ejercicio 73** Suponga que la firma 1 (Monopolio) enfrenta la posibilidad de entrada de una firma 2 competidora en el mercado de los sombreros de paja. La demanda (inversa) por sombreros es  $p = a - (q_1 + q_2)$ . Los costos marginales de producción inicialmente son  $c$ , pero la firma 1 puede realizar investigaciones que reducen su costo marginal a  $c_1 = c - c_0$ , con un costo de investigación de  $c_0^2$ . La firma 1 toma su decisión de invertir en investigación antes que entre la firma 2, la cual utiliza la tecnología con costo marginal  $c$ .

1. Encuentre las funciones de beneficio de cada firma.
2. Suponga que la firma 2 ha decidido entrar al mercado. Encuentre el equilibrio y las utilidades de ambas firmas como función del gasto de investigación.
3. Encuentre el gasto óptimo en tecnología.
4. Evalúe la conveniencia de que la firma 1 realice un nivel de investigación que haga que la firma 2 no entre al mercado. Discuta.

### 10.5. Evolución de la concentración en una industria

Una pregunta de mucha importancia es como evoluciona la estructura (número de firmas, concentración) de una industria a medida que aumenta el tamaño de la industria. Sutton (1998) ha estudiado este problema en forma teórica y empírica y ha obtenido resultados sorprendentes, los que han tenido un impacto renovador en el sector. Hay que recordar que después de los trabajos de Bain (1956), que corresponde a la escuela institucional de la organización industrial, se produjo la irrupción de la teoría de juegos en el área. Usando teoría de juegos los especialistas fueron capaces de explicar en base a primeros principios, muchos de los comportamientos observados en la realidad: colusión, discriminación, problemas para mantener monopolios, estructuras verticales, distintos tipos de estructuras de mercado, etc. El problema fue que a partir de mediados de los 80, la proliferación de modelos significó que casi cualquier estructura de mercado podía ser el resultado del comportamiento de equilibrio de un modelo, con los que se perdió capacidad predictiva. Si algún investigador predecía un comportamiento, y este no se observaba en la realidad, siempre era posible construir un nuevo modelo que se podía ajustar a las observaciones.

Sutton (1998) sugiere que siempre habrán muchos modelos de teoría de juegos que dan resultados distintos, por lo que una nueva dirección de investigación es lo que denomina “análisis de extremos” (*bounds analysis*), que se interesa en descubrir cuales son los resultados que son incompatibles con cualquier modelo de teoría de juegos. La ventaja de este enfoque es que podemos hacer predicciones precisas, las que podemos contrastar con la realidad. En particular, Sutton se concentra en la relación entre tamaño de mercado y número de firmas. Si una observación de estas dos variables está fuera de los *extremos* que resultan del análisis de Sutton, se invalida su análisis, a diferencia de los modelos convencionales, que siempre pueden ser adaptados a las observaciones.

Comenzamos analizando el caso más sencillo, el de industrias sin costos hundidos endógenos, es decir industrias en las que hay un costo de entrada, pero no hay costos de ventas adicionales al costo marginal de producción (costos hundidos endógenos son las inversiones en publicidad, de investigación y desarrollo, etc). En ese caso, la concentración como función del tamaño del mercado está inversamente relacionada a la intensidad de la competencia. Esto significa que en aquellos mercados que tienen competencia en precios con bienes homogéneos (tipo Bertrand) terminarán convertidos en mercados monopólicos con altos precios, ya que nadie (salvo una firma) quiere entrar pues no se recuperan los costos hundidos en la guerra de precios que resulta. En cambio, en aquellos mercados en que las firmas establecen un cartel para maximizar las ganancias, el número de firmas aumenta a medida que aumenta el tamaño del mercado.<sup>6</sup> El caso de competencia de Cournot es intermedio. Sin examinar la industria con más detalle no podríamos predecir la concentración precisa, pero el *análisis de extremos* muestra que la concentración no puede ser inferior a la que corresponde a un mercado con colusión entre las firmas, como se observa en la figura 10.5. sin embargo, el límite inferior (y no una observación específica) a la concentración tiende hacia cero cuando el tamaño del mercado aumenta.

Sutton (1998) examina una serie de mercados en que los costos hundidos endógenos no

<sup>6</sup>Dado que es más difícil la colusión con más participantes, se podría esperar una caída en los precios.

existen, como son el mercado de la sal y el azúcar y muestra, por ejemplo, que el mercado de la sal es un excelente ejemplo de esta dependencia entre concentración y agresividad de la competencia. Dependiendo del grado de competencia en los mercados, el número de firmas en un mercado puede variar, pero todas las observaciones están sobre la curva correspondiente a la concentración bajo colusión, validando a Sutton.

En los mercados en que existen costos hundidos endógenos, Sutton muestra que existe un límite inferior a la concentración que es independiente del tamaño del mercado. Por lo tanto, a medida que aumenta el mercado, el número de firmas activas no puede ser superior a un cierto valor. El motivo principal es que a medida que aumenta el tamaño del mercado, también aumenta el costo hundido, por lo que las firmas que querrían entrar tienen que hacer tal inversión en gastos hundidos endógenos para poder operar que no es atractiva la entrada. Como un ejemplo, es difícil entrar en el negocio de los refrescos soda, pues la inversión en publicidad es demasiado grande para que sea atractivo.<sup>7</sup> Ver figura 10.6.

Para examinar esta situación usaremos un modelo desarrollado por Schmalensee (1998) que permite analizar el problema planteado por Sutton de forma relativamente simple.<sup>8</sup>

### 10.5.1. El modelo de Schmalensee

Consideremos un modelo con libre entrada y  $N$  firmas idénticas *ex ante*, con utilidades de la firma típica que vienen dadas por:

$$\pi_i = (P_i - c_i)q_i - A_i - \sigma \quad (10.2)$$

donde  $P_i$  es el precio que pone la firma,  $c_i$  son sus costos marginales (constantes),  $q_i$  son sus ventas,  $A_i$  son los costos de publicidad o algún otro gasto que desplace a la curva de demanda y  $\sigma$  es un costo de entrada determinado por la tecnología. Los mercados de tipo I se caracterizan por  $A_I = 0$ , es decir, tienen costos hundidos exógenos. Si consideramos que las firmas producen un bien homogéneo, se tiene  $c_i = c$ ,  $P_i = P$  y  $q_i = S/(NP)$ , donde  $S$  es el gasto total en el producto o tamaño del mercado.

Consideremos un caso sencillo en el que  $S$  se mantiene constante y no depende de las otras variables. Suponemos que el margen de Lerner es  $k/N^\alpha$ .<sup>9</sup> Esta es una generalización del resultado que hemos obtenido para el margen en el caso de Cournot (sección 9.2). Si consideramos que la libre entrada elimina las rentas  $\pi_i = 0$  y considerando  $N$  como si fuera continua se tiene

$$N^* = [kS/\sigma]^{1/(1+\alpha)} \quad (10.3)$$

donde  $S/\sigma$  mide el tamaño efectivo del mercado y  $\alpha$  mide la *ferocidad* de la competencia. Dado que  $\partial N^*/\partial \alpha < 0$ , a mayor *ferocidad* de la competencia, mayor concentración, porque

<sup>7</sup>La entrada de los refrescos sodas genéricos en los supermercados son una externalidad que reciben los supermercados de sus otras inversiones en publicidad y en canales de distribución.

<sup>8</sup>Sutton reclamaría que el enfoque de una etapa de Schmalensee no es apropiado. Para nuestros propósitos introductorios, es un modelo más simple, pero que no tiene la generalidad del análisis de Sutton.

<sup>9</sup>En el caso de competencia de Cournot, el margen de Lerner en bajo simetría de costos es  $1/(N\epsilon)$ , donde  $\epsilon$  es la elasticidad de la demanda. En ese caso,  $1/\epsilon = k > 0$  y  $\alpha = 1$ .

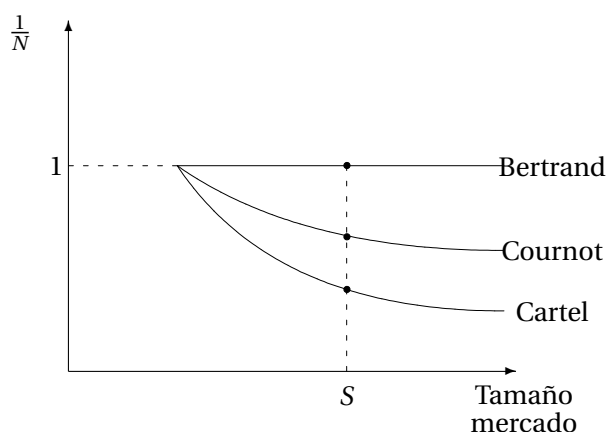


Figura 10.5: Concentración y tamaño de mercado

aumenta la diferencia entre los márgenes de rentabilidad antes y después de la entrada. Es decir, cuando más cae la rentabilidad con la entrada, más se oponen a la entrada las firmas que operan en el mercado.

El caso  $\alpha = 1$  corresponde a Cournot, es decir a un caso intermedio. El caso extremo  $\alpha = \infty$  corresponde a la competencia de precios o de Bertrand que es la más intensa posible, dado que la rentabilidad cae a cero apenas entra otra firma. En tal caso, sobrevive solo una firma y terminamos con un monopolio. La menor concentración corresponde a un cartel, ( $\alpha = 0$ ), el que atrae a nuevos entrantes a medida que aumenta el tamaño del mercado.

**Ejercicio 74** Demuestre la expresión (10.3) para el número de firmas como función del tamaño del mercado.

◇

A mayor  $\alpha$ , la entrada hace caer los márgenes más rápido. Notemos que cuando  $S \rightarrow \infty$ , se tiene que para todo  $\alpha > 0$ , la concentración tiende a cero:  $N^* \rightarrow 0$ . El aumento en  $N$  con un aumento en el tamaño del mercado es menos que proporcional, ya que al aumentar el número de firmas aumenta la presión sobre los márgenes (de Lerner), lo que hace menos atractiva la entrada.

### 10.5.2. Mercados de tipo II

En estos mercados, una manera de modelar la rivalidad entre las firmas es mediante un juego de dos etapas. En la primera, las firmas deciden si entran y los niveles de avisaje  $A_i$ . En la segunda etapa, los costos de avisaje  $A_i$  están hundidos y hay competencia de tipo precios o cantidades. Estos son los costos exógenos de Sutton (1998). Sin embargo, Schmalensee (1998) muestra que no es necesario que el avisaje se decida *ex ante*. Es suficiente modelar primero la decisión de entrada y luego avisaje y producción simultáneos para demostrar

que en los mercados de tipo II el mínimo de concentración no disminuye a medida que aumenta el tamaño del mercado, después de un cierto tamaño de mercado, como se muestra en la figura 10.6.

Consideremos primero un caso en que precios y costos ( $P$  y  $c$ ) son exógenos y en que la fracción de mercado que se lleva una firma  $i$  aumenta al gastar proporcionalmente más en avisaje:

$$\pi_i = (P - c)S \left[ \frac{A_i^e}{\sum_{j=1}^N A_j^e} \right] - A_i - \sigma$$

donde  $S$  y  $e$  son constantes positivas. Este modelo tiene un equilibrio de Nash simétrico cuando  $e \in [0, 2]$ . Las condiciones de primer orden son:

$$\frac{\partial \pi_i}{\partial A_i} = \frac{(P - c)S \left( e A_i^{e-1} \sum_{j=1}^N A_j^e - A_i^e e A_i^{e-1} \right)}{\left( \sum_{j=1}^N A_j^e \right)^2} - 1 = 0$$

utilizando el supuesto de simetría en el equilibrio se tiene:

$$\frac{(P - c)S \left( e A^{e-1} N A^e - A^e e A^{e-1} \right)}{N^2 A^{2e}} - 1 = 0 \implies A^* = \frac{(P - c)S e (N - 1)}{N^2}$$

donde  $A^*$  representa el valor común de de equilibrio de la inversión publicitaria. A mayor  $e$ , mayores gastos en avisaje y menores utilidades. Reemplazando este valor en la condición de libre entrada  $\pi_i = 0$  se tiene:

$$(P - c)S \left( \frac{1}{N} - \frac{e(N - 1)}{N^2} \right) - \sigma = 0$$

En forma equivalente se puede escribir:

$$(1/N^*)(1 - e) + (1/N^*)^2 e - (\sigma/S)(1/(P - c)) = 0 \quad (10.4)$$

De aquí resultan tres casos:

1. Caso  $e < 1$ . Cuando el tamaño del mercado crece,  $N^*$  tiende a infinito, tal como en los mercados de tipo I. El motivo es que en este caso, la demanda por el producto de una firma no es muy sensible al avisaje, por lo que los gastos de avisaje son bajos.
2. Caso  $e = 1$ . En este caso se tiene  $N^* = \sqrt{(P - c)S/\sigma}$ , es decir que el número de firmas crece más lento que el tamaño del mercado, así que el avisaje crece sin límite cuando el tamaño del mercado crece (para tener rentas 0).
3. Caso  $1 < e < 2$ . En este caso, el número de firmas en equilibrio converge a un máximo finito  $N^* \rightarrow N^{**} \equiv e/(e - 1)$ . Este es el tipo de comportamiento de tipo II. La competencia en avisaje es tan fiera que sólo un número  $N^{**}$  pueden tener utilidades no positivas, independientemente del tamaño del mercado.

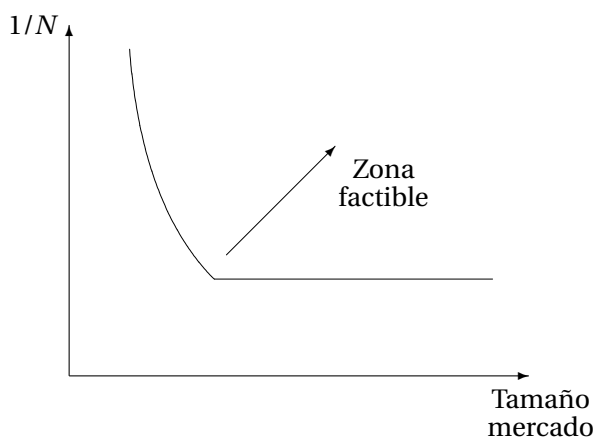


Figura 10.6: Concentración y tamaño de mercado con costos hundidos endógenos

Este último resultado es robusto al caso de competencia de precios combinada con competencia en avisaje. Supongamos que  $P - c$  sea una función decreciente de  $N$  debido al mayor grado de competencia entre las firmas. El último término en (10.4) tiende a cero y se mantiene el resultado de convergencia en el número de firmas a  $N^{**}$  cuando el tamaño del mercado aumenta, para  $2 \geq e > 1$ .

Sutton (1998) ha aplicado este modo de análisis al caso de inversión en tecnología. En el muestra que en sectores tecnológicos en que los productos son buenos sustitutos al interior de un mercado y en los que además la investigación y desarrollo son efectivos, habrá mucha investigación y un alto grado de concentración en la industria. Por otros lado, pueden existir sectores con poca sustituibilidad, por lo que a pesar que hay mucho gasto investigación, la concentración es pequeña.<sup>10</sup> Los resultados de Sutton permiten explicar por ejemplo, la concentración en la industria de los aviones a reacción civiles, la poca concentración en la industria de los aviones a hélice y los barcos petroleros, por ejemplo.

<sup>10</sup>El ejemplo preferido de Sutton son los medidores de flujo en la industria química. Existen distintos fenómenos físicos que se pueden usar para medir estos flujos, los que tienen diversas ventajas, lo que que hace distintos tipos de medidores sean apropiados para distintos sectores (poca sustituibilidad), por lo que pueden sobrevivir muchas empresas en el sector, y hay poca concentración.

# Bibliografía

- Bain, J. S. (1956). *Barriers to New Competition*. Harvard University Press, Cambridge, MA.
- Baumol, W. J., Panzar, J. C. y Willig, R. D. (1982). *Contestable Markets and the Theory of Market Structure*. Harcourt Brace Jovanovich, San Diego.
- Bulow, J. I., Genakopolos, J. D. y Klemperer, P. D. (1985). Multimarket oligopoly: Strategic substitutes and complements. *Journal of Political Economy*, 93(3), 488–511.
- Dixit, A. K. (1980). The role of investment in entry deterrence. *Economic Journal*, 90, 95–106.
- Dixit, A. K. y Stiglitz, J. E. (1977). Monopolistic competition and optimal product diversity. *American Economic Review*, 67, 297–308.
- Fischer, R. (1995). Fusión aérea. *El Mercurio*, A2.
- Hotelling, H. (1929). Stability in competition. *Economic Journal*, 39, 41–57.
- Schmalensee, R. (1998). Game-theoretic models of market concentration. En Philips, L., editor, *Applied Industrial Economics*. Cambridge University Press, Cambridge, UK, páginas 52–61. First published in *The Journal of Industrial Economics* 40, 1992.
- Stiglitz, J. E. (1987). Technological change, sunk costs and competition. *Brookings Papers in Economic Activity*, 3, 883–937.
- Sutton, J. (1991). *Sunk Costs and Market Structure*. The MIT Press, Cambridge, MA.
- Sutton, J. (1998). *Technology and Market Structure*. The MIT Press, Cambridge, MA.