

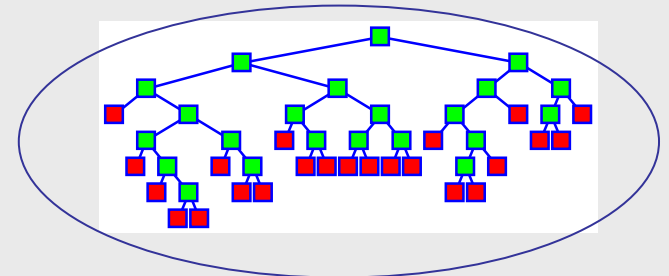


Introducción a los Modelos de Simulación

Estudio de Sistemas Dinámicos

JAIME MIRANDA

Departamento de Ingeniería Industrial
Universidad de Chile



¿QUÉ ES LA SIMULACIÓN?

- El proceso en general consiste en construir un modelo artificial que represente un proceso real.
- Dicho modelo es menos costoso y más fácil de implementar.
- Busca representar una situación real en base a modelos matemáticos.
- Es una técnica que permite estimar medidas de desempeño de un sistema real estimado.
- La forma de reunir información sobre su comportamiento, es a través de la medición de variables aleatorias (V.A.).
- Los datos recopilados se usan para evaluar distintas configuraciones (medición por escenarios).
- **NO** es una técnica de optimización, por lo general, se encuentran mínimos locales.

JUSTIFICACION

- Es altamente costoso “simular” una situación con un sistema real
 - Varios escenarios
 - Decisiones estratégicas
- Los modelos analíticos se basan en supuestos fuertes de modelación
 - Tiempos entre llegadas no exponenciales
 - Reflujos
 - Disposiciones de espera
 - Distintos tipos de clientes y servidores



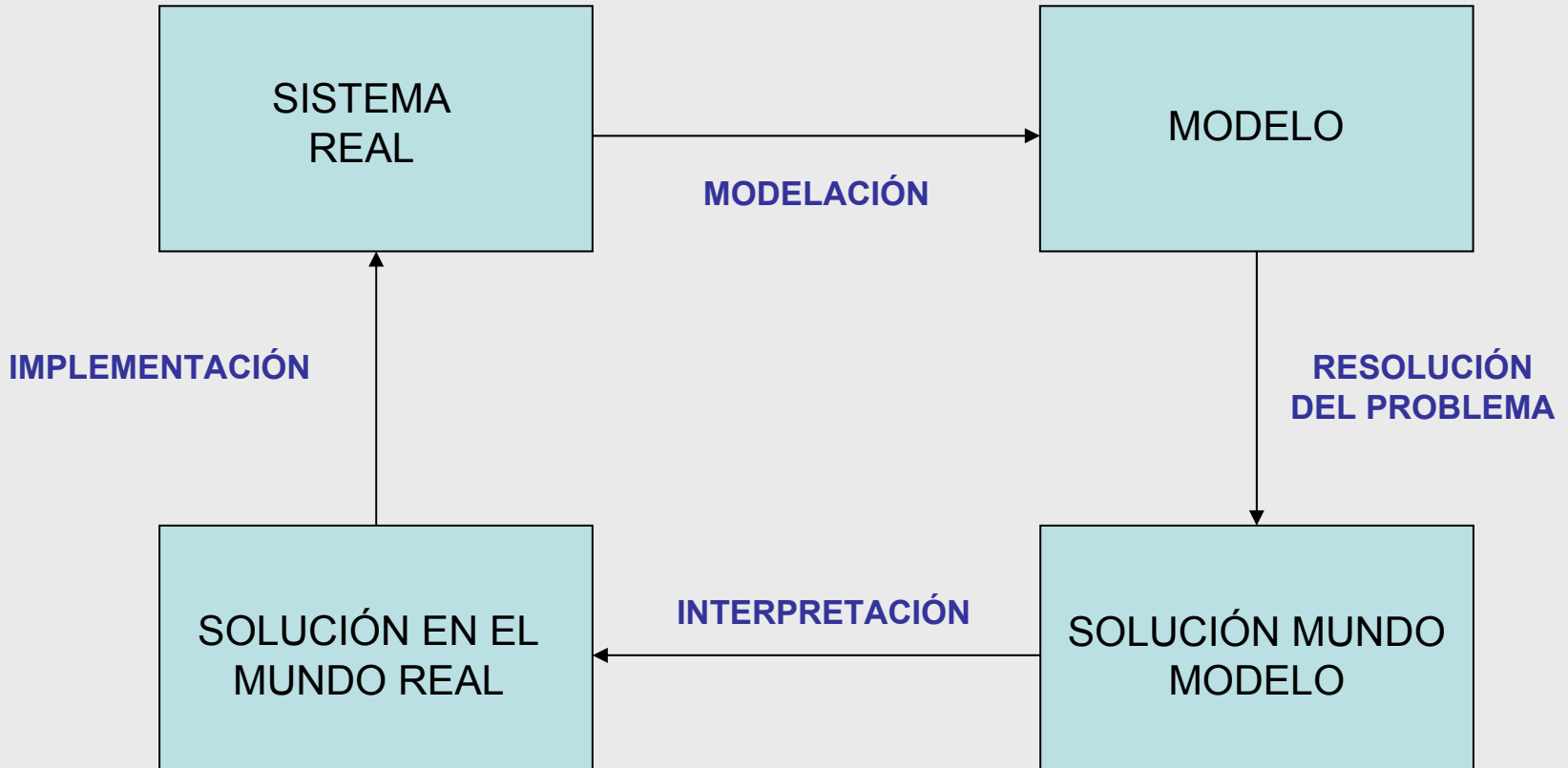
AREA DE OPERACIONES

- Diseño y análisis de sistemas de manufactura
- Determinación de políticas de inventario
- Diseño y análisis de sistemas de transporte
- Planificación de la capacidad
- Diseño de servicios en general

OTRAS AREAS

- Evaluación de nuevas armas militares
- Análisis de sistemas financieros y económicos
- Estudios de ADN y biotecnología

ESTUDIO DE UN SISTEMA



SISTEMA

- “Es una colección de entidades (personas o máquinas por ejemplo) que interactúan juntas con algún objetivo lógico” (Schmidt & Taylor, 1970)
- Definición bastante amplia
- Depende del sistema de estudio
- EJEMPLO:
 - “Cola de un banco”
 - SISTEMA: parte del banco que encierra a los clientes que esperan y son atendidos, por un conjunto de cajeros para efectuar sus transacciones bancarias.

ESTADO

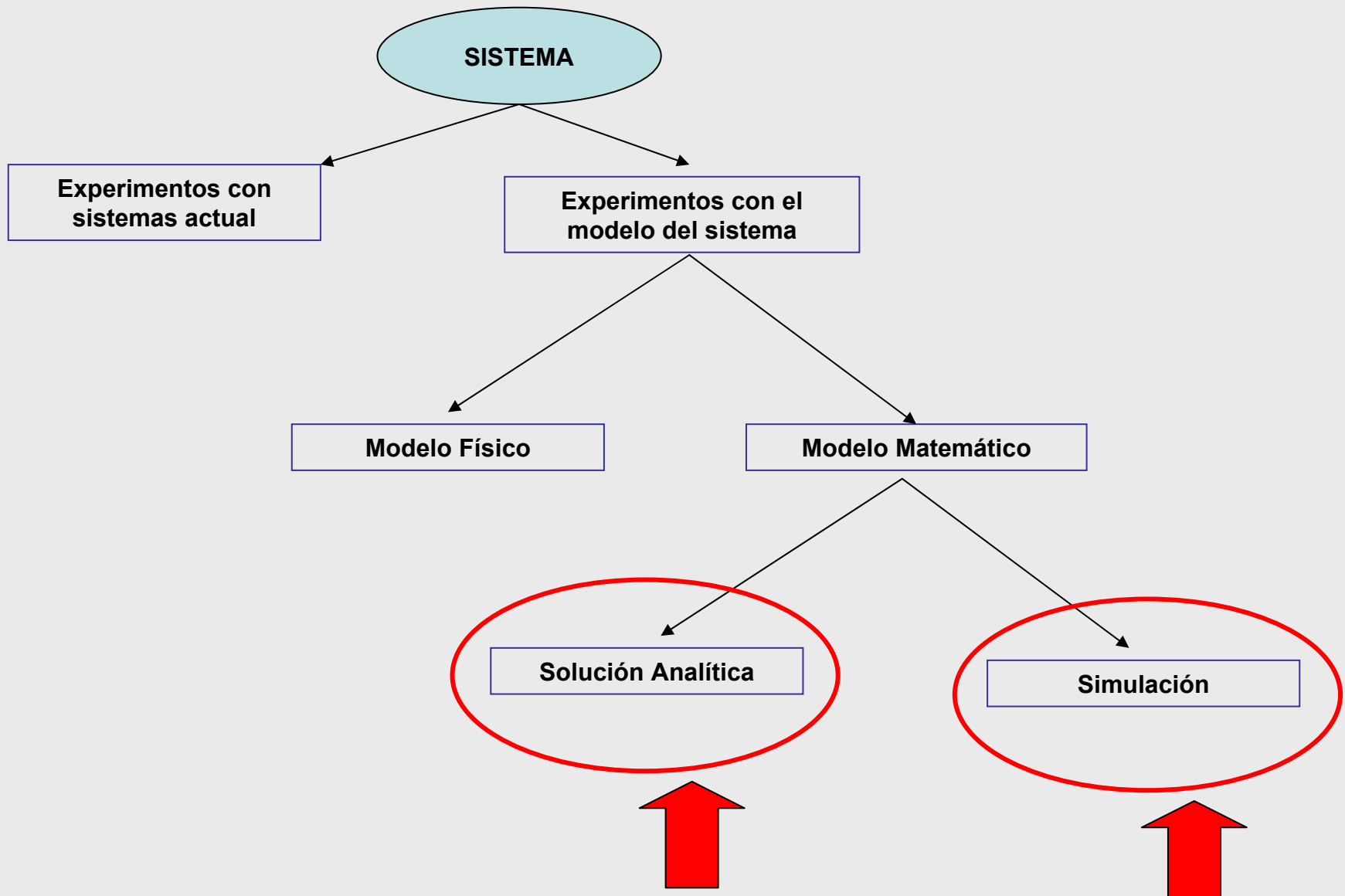
- Es una colección de variables que describen el sistema en un momento del tiempo.

MEDIDAS DE DESEMPEÑO

- Tiempos de espera: **En cola, al ser atendido**
- Utilización de recursos: **Ocio, ocupado, reparación**
- Tiempos de ciclo: **Total en el sistema, por proceso**
- Tasas de producción y atención
- Clientes fugados: **Por espera o sistema colapsado**



ESQUEMA GENERAL DE MODELACION DE SISTEMAS



BUSQUEDA DE NÚMERO DE CAJEROS PARA UN BANCO

- Una institución busca abrir una nueva sucursal
- La política estándar: 4 cajeros
- No le ha dado buenos resultados en otras sucursales
- Se desea aumentar la calidad del servicio
- Posee información sobre los tiempos de atención de los cajeros
- Tiene un contador de entrada de clientes

¿Es posible estimar el número de cajeros para este sistema?



ELEMENTOS BASICOS SISTEMA DE ESPERA

→ Proceso de llegada

- Tiempo entre llegadas sucesivas
- Deterministico (constante) o aleatorio (distribución)
- Individuales o en batch

→ Proceso de atención

- Forma en que el proceso es entregado.
- Deterministico (constante) o aleatorio (distribución).
- Individuales o en batch

→ Número de servidores

- Entidades que dan el servicio
- Número variable



ELEMENTOS BASICOS SISTEMA DE ESPERA

→ Capacidad del sistema

- **Capacidad infinita:** Cola infinita
- **Capacidad finita:** Número finito de entidades en el sistema

→ Política de atención

- Selección de las entidades en cola para ser atendidas.
- FIFO-LIFO
- PRIORIDAD-RANDOM

A/B/C/D

A: Distribución tiempo entre llegadas

B: Distribución de tiempo de atención

C: Número de servidores

D: Capacidad máxima en el sistema



MODELOS ANALITICOS

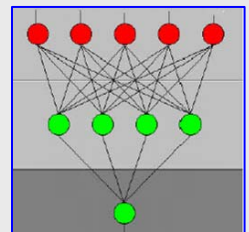
→ Nos dan soluciones generales para ciertos problemas SIMPLIFICADOS

VENTAJAS

- Formulas aproximadas de fácil computo.
- Identificación precisa de los trade-off.
- Rapidez en el cálculo de las medidas de desempeño tradicionales.

DESVENTAJAS

- Valido para un conjunto reducido de casos.
- Difícil de internalizar los efectos cuando se levantan los supuestos.
- Inaplicable a situaciones complejas-Reales.



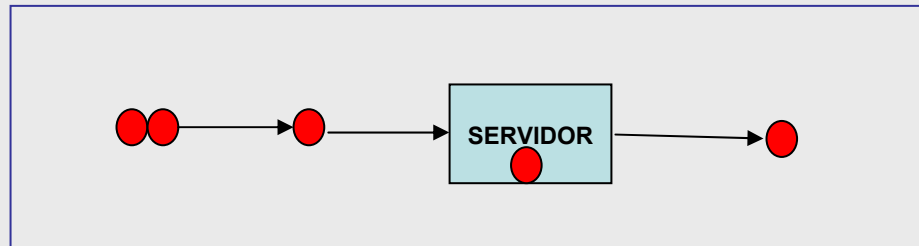
MODELOS ANALITICOS

→ USOS

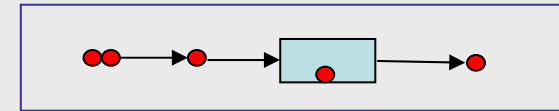
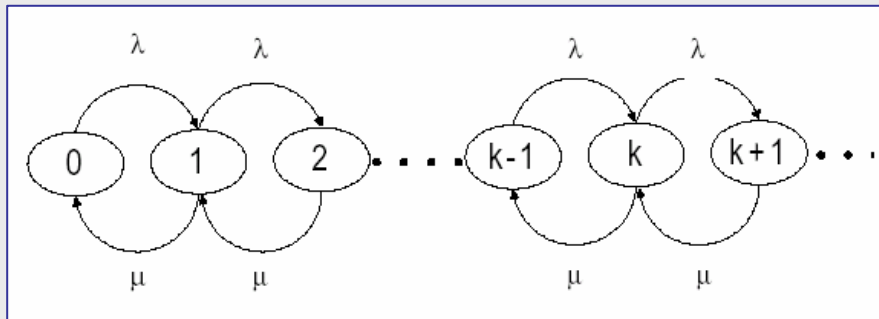
- Planificación de la capacidad
- Control operacional de Call-Center
- Planeación de Staff de un servicio

→ Un pequeño **ejemplo (0)** clásico: M/M/1

- Modelos utilizados se basan en la construcción de procesos de nacimiento y muerte



TEORIA DE ESPERA (5)



ALGUNAS FORMULAS INTERESANTES M/M/1

→ LITTLE

LARGO PROMEDIO EN COLA

$$L = \lambda \cdot W$$

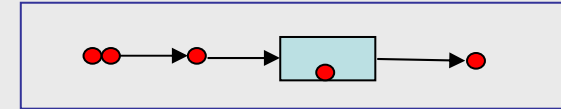
$$L = \frac{\rho}{1 - \rho}$$

$$\frac{\lambda}{\mu} = \rho$$

TIEMPO PROMEDIO EN COLA

$$W = \frac{L}{\lambda} = \frac{\rho}{\lambda \cdot (1 - \rho)} = \frac{1}{\mu - \lambda}$$

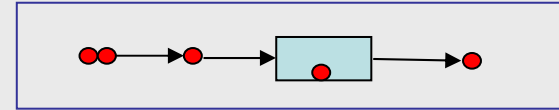
Un pequeño ejemplo: UN CAJERO



- Un solo tipo de cliente
- Un solo servidor (cajero)
- Tasa de llegada: 2 [clientes/minuto] (λ)
- Tasa de atención: 3 [clientes/minuto] (μ)
- Los clientes se van sólo al ser atendidos (no hay abandonos)
- Se analizará las siguientes medidas de efectividad:
 - Largos promedios-Tiempos promedios de espera



RESULTADOS ANALITICOS



$$\rho = \frac{\lambda}{\mu} = \frac{2}{3}$$

$$L = \frac{\rho}{1 - \rho} = 2$$

LARGO PROMEDIO EN COLA

$$W = \frac{L}{\lambda} = \frac{1}{\mu - \lambda} = 1$$

TIEMPO PROMEDIO EN COLA

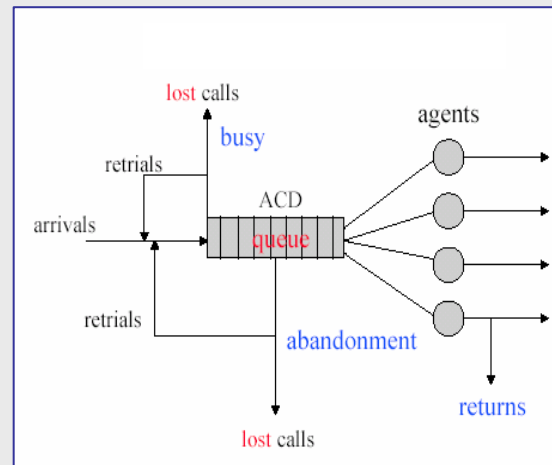
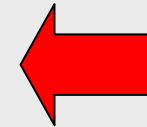
PREGUNTAS INTEREZANTES

- ¿Cuál es el número estimado de entidades en cola dentro del sistema?
- ¿Qué fracción del tiempo están desocupados los cajeros?
- ¿Cuánto tiempo pasa una entidad en el sistema?
- Si deseo tener un nivel de servicio del 95%. ¿Cuántos cajeros debo tener en mi sucursal?

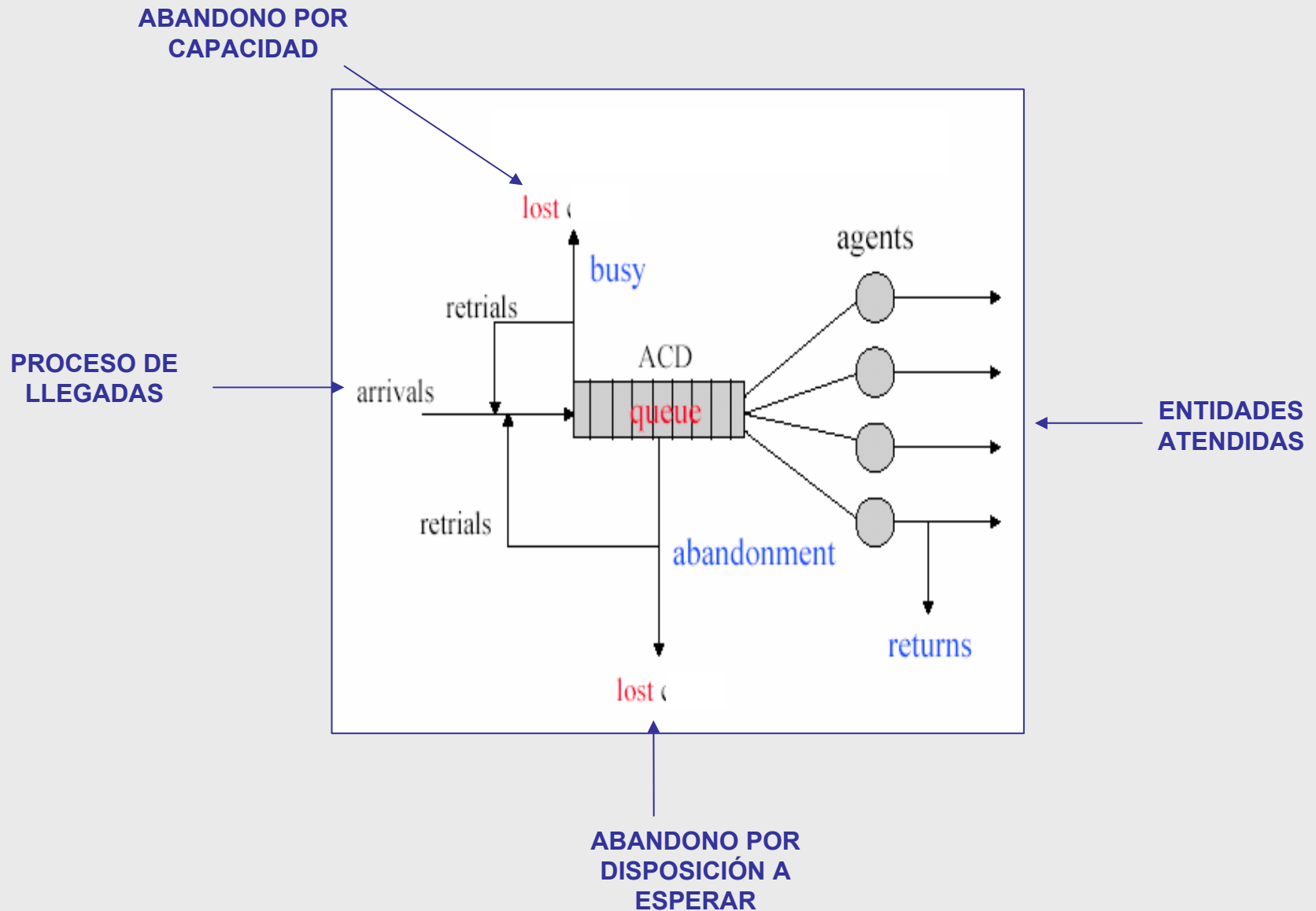
EJEMPLO PRACTICO (3)

→ Respecto al ejemplo anterior (una cola y un cajero: **Ejemplo 1**):

- Algunas características de la modelación
 - Distintos tipos de clientes
 - Clientes tienen disposición a esperar variables (abandonos)
 - Pueden irse y volver mas tarde.
- Modelos actuales carecen de este tipo de flexibilidad
 - Modelos no aplicables.



MODELACION DE UN SERVICIO TIPO

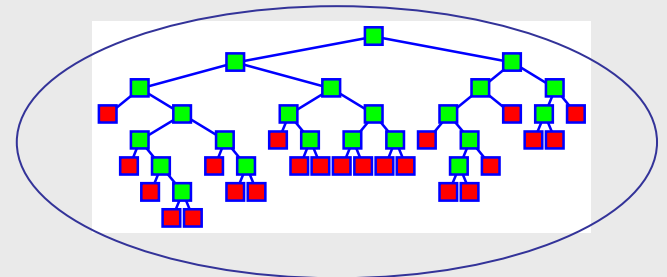


PRIMERA CLASIFICACION

- Modelos determinísticos v/s Modelos estocásticos
- Modelos estáticos v/s Modelos dinámicos

SEGUNDA CLASIFICACION

- Modelos continuos v/s Modelos discretos.



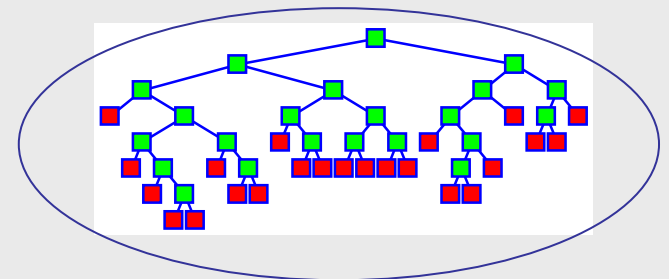
PRIMERA CLASIFICACION

→ Modelos determinísticos

- Las variables no pueden variar al azar, no contienen probabilidades
- Se suponen relaciones exactas para las características de operación en lugar de una fdp
- La salida del modelo es determinada por las interrelaciones de las variables fijadas con anticipación

→ Modelos estocásticos

- Aquellos modelos en los que por lo menos una de las características de operación esta dada por una fdp
- La salida del modelo también es una variable aleatoria



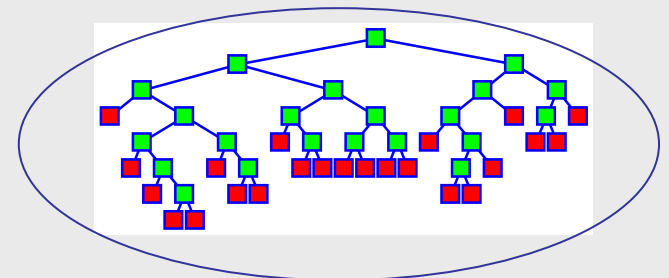
PRIMERA CLASIFICACION

→ Modelos estáticos

- No tienen en cuenta, explícitamente, a la variable tiempo
- Representación en un momento particular del tiempo

→ Modelos dinámicos

- Los modelos matemáticos que tratan de las interacciones que varían con el tiempo



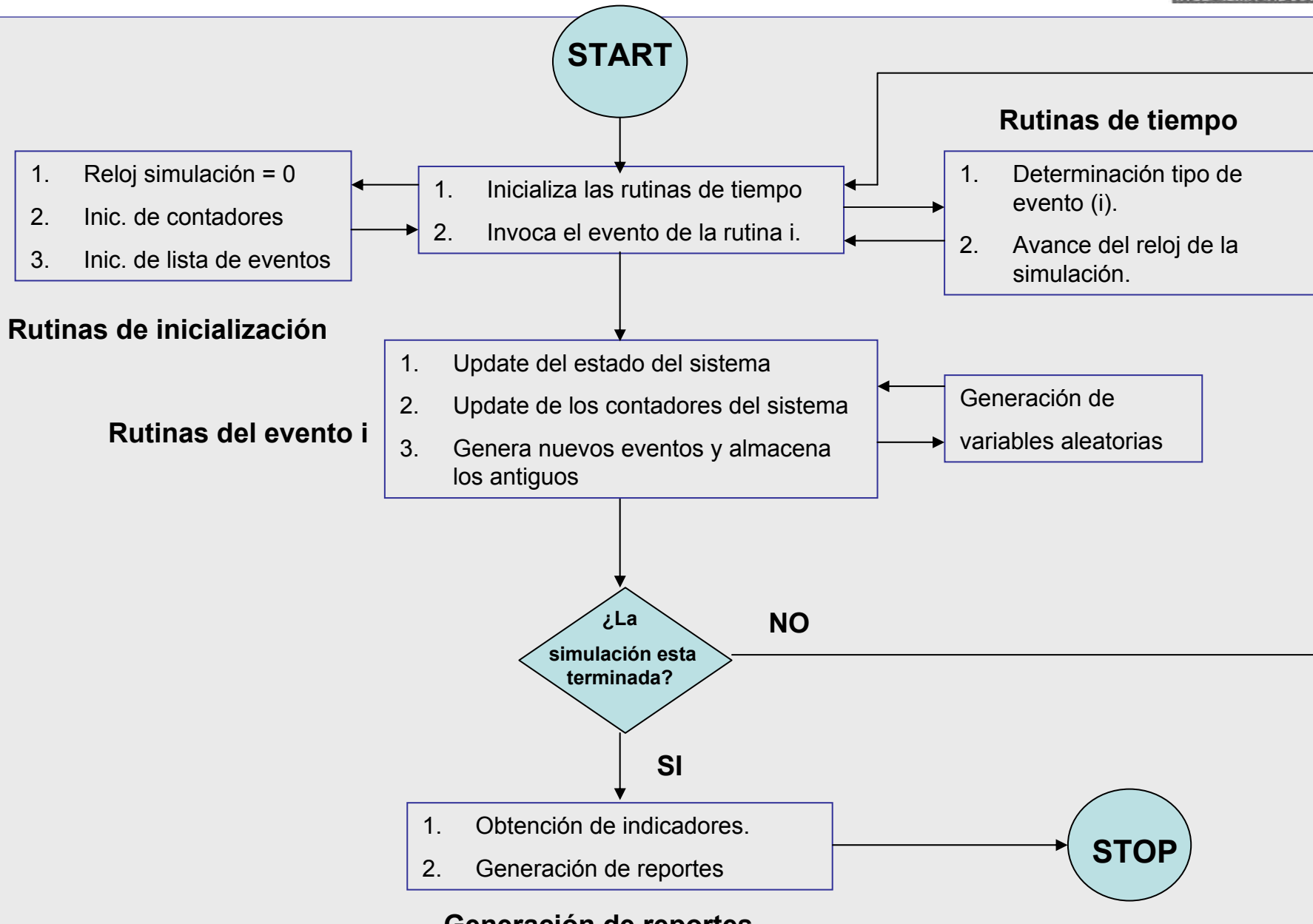
SISTEMA DISCRETO

- Es un sistema en donde las variables de estado cambian solo en instantes específicos del tiempo
- En forma matemática se podría decir que las variables solo cambien un “número finito” de veces
- Un evento será definido como el instante en donde ocurre el cambio del estado del sistema
- Un ejemplo es la atención de clientes en una cola. El sistema sólo cambia cuando llega o es atendido un cliente

SISTEMA CONTINUO

- Es un sistema en el cual las variables de estado cambian en forma continua en el tiempo

ESQUEMA SIMULACIÓN DE EVENTOS DISCRETOS



PRIMEROS SUPUESTOS

- Todos los cajeros poseen las mismas características de atención
- La política de atención es FIFO (“first in first out”)
- Los tiempos entre llegadas de clientes se distribuyen en forma exponencial
- Los tiempos de atención de los cajeros se distribuyen en forma exponencial
- Existe un solo tipo de clientes

MODELO SIMPLIFICADO



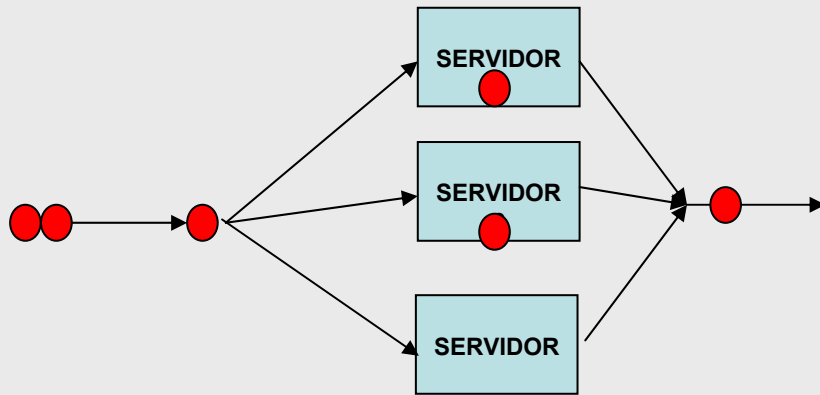
EJEMPLO PRACTICO (5)

PARÁMETROS DEL EJEMPLO (Ejemplo 2 y 3)

- Tiempos entre llegadas entre clientes: Exponencial de media 1 min.
- Atención de servidores exponencial de media 5 min.
- 4 servidores (situación actual)
- Disposición a esperar en cola de clientes 2 min.
- Todos los clientes son iguales
- Todos los servidores son iguales
- Posee capacidad infinita
- Colas FIFO
- Sin prioridad
- Horizonte 1 día (8 hrs.)

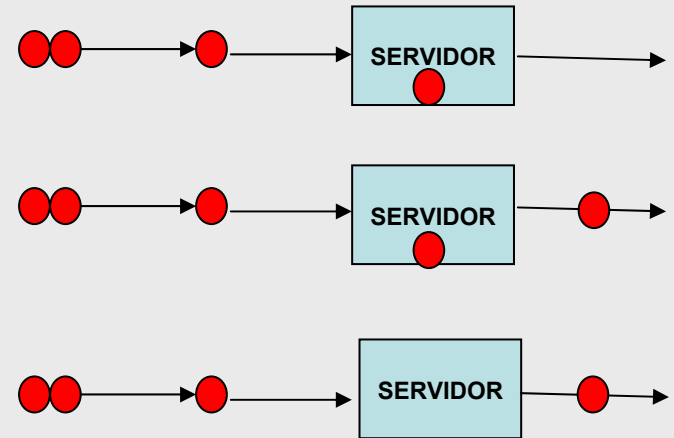


ARQUITECTURAS BÁSICAS



CASO 1:

UNA COLA Y
VARIOS
SERVIDORES



CASO 2:

VARIAS COLAS Y
UN SERVIDOR POR
COLA



SIMULACIÓN EJEMPLO PRACTICO

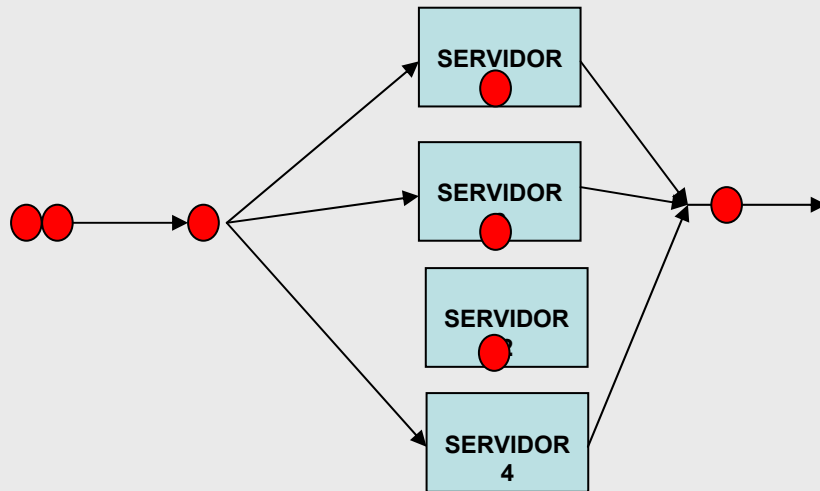
PRIMEROS RESULTADOS

JAIME MIRANDA

Departamento de Ingeniería Industrial
Universidad de Chile

CASO 1

SITUACION ACTUAL

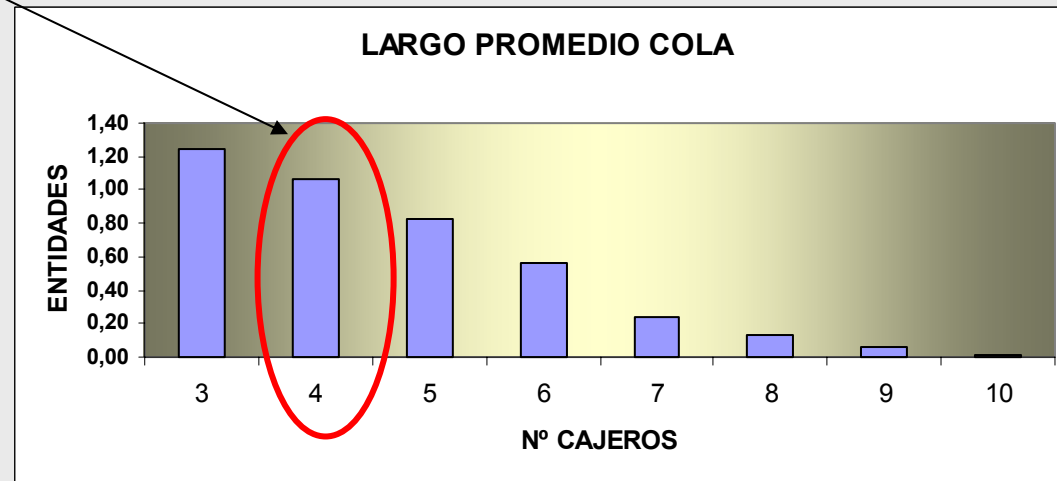
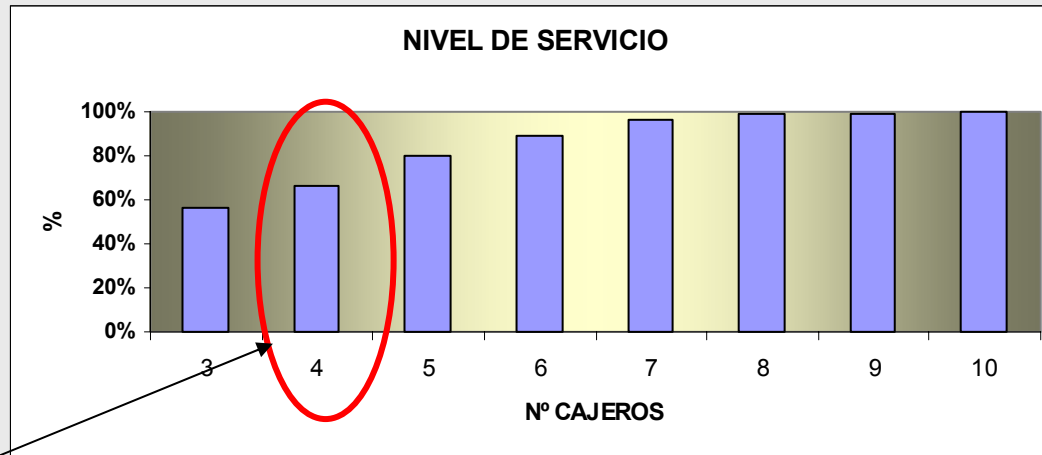


Algunos indicadores

- Utilización de los servidores
 - 87,38%
- Tiempo promedio en cola
 - 47,8 minutos
- Largo promedio de la cola
 - 50,18 entidades

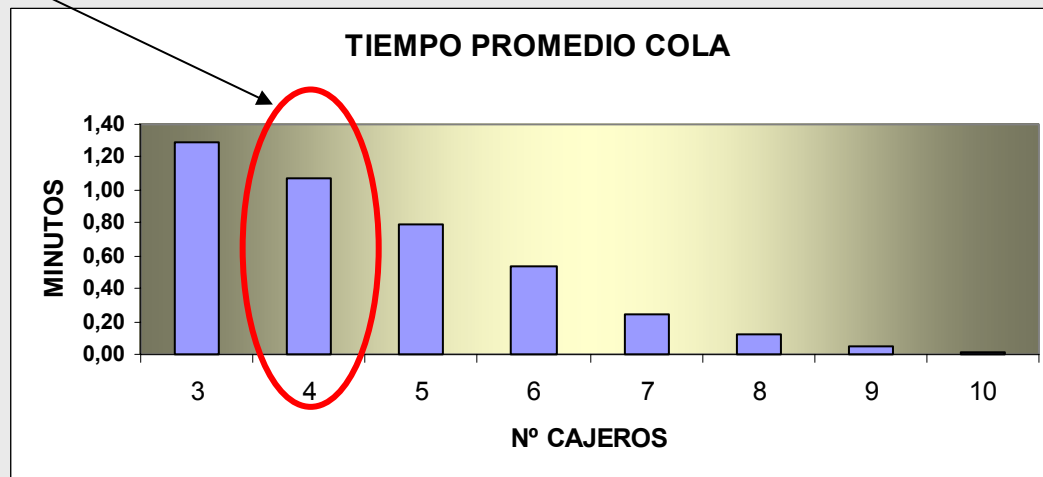
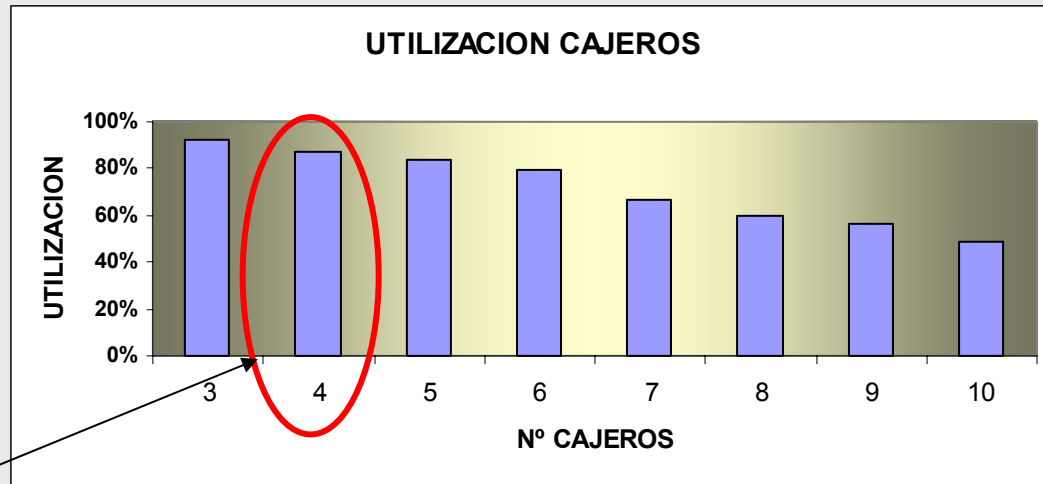
AJUSTE DE CAJEROS: COMPARACIONES

**SISTEMA
ACTUAL**



AJUSTE DE CAJEROS: COMPARACIONES (2)

**SISTEMA
ACTUAL**



VENTAJAS

- Conduce a una mejor comprensión del sistema real
- El tiempo de los experimentos es flexible
 - Grado de precisión.
 - Recursos invertidos.
- No interrumpe las actividades en curso del sistema real
 - Se simula una situación artificial.
 - Es posible chequear artificialmente el sistema.
- Es mucho más general que los modelos matemáticos de optimización y puede utilizarse en condiciones no apropiadas para un análisis matemático típico
 - Fuerte trabajo estadístico y computacional.

VENTAJAS

- Duplicación más realista del sistema
 - Es posible chequear supuestos.
 - Análisis de escenarios favorables y desfavorables.
- Puede utilizarse para situaciones pasajeras
 - Análisis de eventos furtivos
- Están disponibles muchos modelos de paquetes estándar
 - EXTEND
 - ARENA 7.0
 - Service Model

DESVENTAJAS

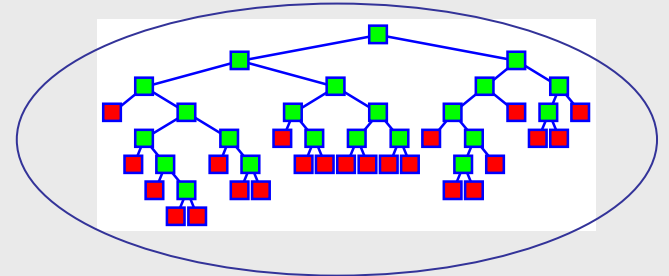
- No existe garantía de que el modelo produzca buenas soluciones
 - Por lo general son soluciones sub-optimas.
 - No se resuelve un problema de optimización.
 - Es menos exacta.
- No hay manera de comprobar que el desempeño de un modelo sea completamente confiable.
- Los sistemas complejos pueden ser muy costosos y tomar mucho tiempo.
 - Simular una situación real en variados escenarios es costoso
- Para correr modelos complejos puede necesitarse una gran cantidad de tiempo y recursos.
- Carece de estandarización
 - Soluciones a la medida.

Introducción a los modelos de simulación

- Definiciones
- Fundamentos básicos
- Propiedades y clasificación de modelos

Metodología de un estudio de simulación

- Etapas
- Diagramas de flujo





Introducción a los Modelos de Simulación

Estudio de Sistemas Dinámicos

JAIME MIRANDA

Departamento de Ingeniería Industrial
Universidad de Chile