



## TAREA 2

### *Distribuciones y Teoría de Colas*

#### Parte 1

1. Para una variable aleatoria  $X$ , determine su Esperanza, Varianza y Función Generadora de Momentos en caso que ésta se distribuya según una distribución:

- Bernoulli ( $p$ )
- Binomial ( $n, p$ )
- Poisson ( $\lambda$ )
- Exponencial ( $\lambda$ )
- Geométrica ( $p$ )
- Gamma ( $n, \lambda$ )

Explicite cada cálculo que haya realizado.

2. Sea  $\lambda > 0$  dado. Considere variables aleatorias  $X_n$  con distribución Binomial( $n, \lambda/n$ ) y una variable aleatoria  $X$  de distribución Poisson ( $\lambda$ ). Demuestre que

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P(X_n = i) = P(X = i)$$

#### Parte 2

Durante el curso se han estudiado procesos estocásticos que tienen relación con las entradas y salidas en distintos sistemas. Un ejemplo de lo anterior son los procesos de Poisson homogéneos, en donde se asume que los tiempos entre llegadas al sistema se distribuyen exponencialmente de tasa  $\lambda$ , donde dicha tasa es constante en el tiempo.

Elija un sistema cualquiera que sea susceptible de ser modelado mediante el uso de teoría de colas. Determine para un mínimo de 30 entidades los tiempos que considere relevantes, como por ejemplo: el tiempo de llegada y el tiempo entre llegadas, considerando como inicio el momento en que usted empieza a cronometrar el comportamiento del sistema. Una vez realizado este estudio en terreno realice un informe **AUTOCONTENIDO** que presente los siguientes puntos:

- Introducción.
- Marco teórico.
- Descripción de la situación.
- Layout del sistema.
- Función distribución de los tiempos entre realizaciones de los eventos y conclusiones respecto a los resultados obtenidos <sup>1</sup>. Para lo anterior, utilice el software Stat:Fit disponible en u-cursos.

---

<sup>1</sup>Si se define  $S_i = X_i + X_{i-1} + X_{i-2}, \forall i > 2$  con  $X_i$ : “tiempo entre la  $i - 1$  y la  $i$ -ésima llegada”, ¿Cuál es la distribución de  $S_i$ ?

- Posibles mejoras en el sistema.

El sistema a elegir debe ser apto para la medición de tiempos entre realizaciones. Un buen ejemplo son las bombas de bencina, en donde cada auto que llega se define como un evento. Sea cuidadoso con respecto al horario escogido para la recolección de datos, debido a que los horarios *peak* presentan realizaciones de eventos muy seguidas, mientras que los horarios *de baja* demoran mucho tiempo en completar 30 llegadas.

#### INSTRUCCIONES GENERALES:

- La tarea puede realizarse en grupos de hasta 2 personas. En caso que un grupo contenga 3 ó más integrantes, se les calificará con nota 1,0.
- La Fecha de entrega es el Lunes 30 de Mayo de 2005 hasta las 16 : 00 hrs. en la Secretaría Docente del departamento. La fecha antes mencionada es **INAMOVIBLE**.
- Los tiempos ocupados para la realización de la Parte 2 de la Tarea deben ser adjuntados como Anexo en el informe, al igual que los reportes de Stat:Fit que usted considere relevantes.
- Cada día de atraso en la entrega se penalizará con un descuento de 10 décimas a la nota obtenida en la tarea.
- El encargado de la tarea es el Sr. Cristián Berner B. (*crberner@ing.uchile.cl*).