Universidad de Chile
Facultad de Cs. Físicas y Matemáticas
Departamento de Ingeniería Industrial

IN44A: Investigación Operativa
Profs: R. Epstein, P. Rey, D. Sauré
Aux: C.Berner, M.Guajardo, A.Neely, D.Yung

Clase Auxilliar 13 Abril de 2005

Repaso Control 1

Problema 1, Control 1 Otoño 2003

Donreymix, un emprendedor druida, ha decidido instalar una tienda para distribuir una misteriosa poción mágica, llamada ferníl, en una poblada aldea gala. El problema es que ignora cuál es la cantidad óptima de poción que debe producir cada mañana para vender durante el día. No obstante, sabe que el costo de elaboración de un litro de poción es C_1 monedas galas (mg) y que el precio de venta de ésta es P_1 mg por litro (P_1 mayor que C_1). Además, Donreymix está consciente de que la poción no dura más de un día y de que ésta al final de una jornada puede ser vendida como fertilizante líquido, recibiendo P_2 mg por litro (P_2 menor que P_1).

El druida, en una increíble muestra de sabiduría, ha estudiado el comportamiento de la demanda diaria por la poción en la aldea, llegando a concluir que la cantidad de litros demandada en un día se comporta como una variable aleatoria que se distribuye según una Uniforme$[0,D]$, donde D corresponde al número de familias de la aldea. También ha estimado que si sus clientes llegan a la tienda y se encuentra con que no queda poción, experimentarán un malestar que él valora en C_2 mg por litro.

De acuerdo a la información entregada anteriormente responda las siguientes preguntas:

1. Si el druida produce una cantidad x de poción para un día y la demanda es una cantidad t menor que la cantidad producida, ¿cuál sería el beneficio diario que obtiene?
2. Si el druida produce una cantidad x de poción para un día y la demanda es una cantidad t mayor que la cantidad producida, ¿cuál sería el beneficio diario que obtiene?
3. De acuerdo a las expresiones propuestas anteriormente, ¿cuál será el beneficio diario esperado obtenido si el druida produce una cantidad x de poción?
4. En función de los parámetros del problema, calcule la cantidad óptima de litros de poción a producir diariamente (x^*) .

Problema 2, CTP 2 Otoño 2004

El equipo A tiene que jugar la final de la Copa Libertadores contra el equipo B, con la modalidad de 2 partidos. Es decir, el equipo con más puntos después de 2 partidos gana la copa. El equipo que gana un partido obtiene 3 ptos., si empata obtiene 1, y si pierde 0.

Si después de estos 2 partidos los equipos se encuentran empatados se seguirán disputando encuentros hasta que alguno de los 2 gane y se lleve la copa.

El técnico del equipo A, antes de cada partido puede decidir jugar con un esquema ofensivo o con un esquema defensivo. Si juega con el esquema ofensivo la probabilidad de ganar es q y la de perder $1-q$. Por otra parte si juega con el esquema defensivo empatará con una probabilidad 0.2 y con una probabilidad 0.8 perderá el encuentro.

Si ya se sabe que el equipo A ganó el primer partido, y que el objetivo del técnico del equipo A es maximizar la probabilidad que su equipo gane la copa.

1. (3.0 pts) Modele el problema que debe resolver el técnico del equipo A mediante un árbol de decisión, y determine la estrategia óptima para este equipo en función de q.

2. (2.0 pts) ¿Qué condición debe cumplir q para que el equipo B tenga una probabilidad igual a 0.4 de ganar la copa?

3. (1.0 pts) Si $q = 0{,}5$ ¿Cuál es la probabilidad que el equipo B gane la copa?.

Problema 3, CTP 4 Otoño 2004

Una tienda ha importado S unidades de un exclusivo producto, las cuales espera vender durante la temporada de Invierno, que dura T semanas. Al comienzo de cada semana t ($t = 1....T$) del horizonte, la tienda mira el stock disponible, debiendo decidir el precio P_t al cual venderá los productos en esa semana. La tienda no tiene la posibilidad de reabastecerse durante la temporada, pero considere que S es tal que la tienda sabe con seguridad que puede cubrir la demanda de sus N clientes durante el horizonte de T semanas.

De acuerdo a la política comercial de la tienda, existen 3 precios posibles cada semana: P^a (precio alto), P^m (precio medio) y P^b (precio bajo).

La tienda enfrenta una demanda aleatoria que depende del precio fijado en la etapa anterior, esto es: si en la semana $t-1$ el precio fue P_{t-1}, entonces en la semana t la probabilidad que la demanda sea j unidades es $D_j(P_{t-1})$, con ($j = 0....N$). Un cliente a lo más compra una unidad cada semana. La tienda mantiene convenios con otra compañías, mediante los cuales los clientes de la tienda puden adquirir descuentos cada semana (un cupón de descuento es válido sólo por 1 semana). Se sabe que la probabilidad que un cliente cualquiera que llega a comprar a la tienda posea un cupón de descuento es q, independiente de la semana t. Tales clientes tienen un descuento del 10 por ciento, por lo que pagan $0{,}9P_t$. Al final de la temporada, la tienda venderá los productos sobrantes a un precio unitario de \$V, con V $< P^b$.

La situación de la tienda no es trivial, debido a que la Comisión Antimonopolios vigila atentamente los precios fijados por la tienda. Así, si en una semana $t-1$ cualquiera la tienda fijó el precio en P^a, con probabilidad P_{multa} la Comisión Antimonopolios cursará una multa en la semana t consistente en el cierre de la tienda durante la semana t más una suma de \$M. En este caso, la tienda enfrenta un costo por demanda insatisfecha de los clientes que querían comprar en la semana t igual a \$C por cada cliente que no pudo comprar el producto en esa semana. Además, al final de la temporada, la tienda enfrentará un costo residual de \$K por cada vez que un cliente no haya podido comprar el producto (cualquiera haya sido la semana), asociado a una pérdida de credibilidad del mercado. Considere que en las semanas en que la tienda es cerrada por la Comisión Antimonopolios, la tienda igual fija un precio, ya que éste influirá en los beneficios de las siguientes etapas.

Considere que en el período 0 la tienda fijó un precio P^b, y que si en la última semana T la tienda fija un precio de P^a, la Comisión Antimonopolio no podrá ejercer ninguna acción contra la tienda en la etapa $T+1$.

Formule un modelo de programación dinámica estocástica que permita a la tienda definir la política de precios que maximice sus utlidades durante la temporada de Invierno.