



Clase Auxilliary 06 Abril de 2005
Programación Dinámica Estocástica

Problema 1

Un simpático chofer de la locomoción colectiva debe cumplir su recorrido por K paraderos utilizando un bus con capacidad para C pasajeros. El chofer del bus sabe que en el paradero k habrán esperando exactamente d_k personas que desean abordar el bus, sin embargo no sabe quiénes de estas personas cancelarán la tarifa completa ($\$T_A$) o quiénes cancelarán la tarifa escolar ($\$T_E$). La experiencia del chofer le indica que una persona que aborda el bus en el paradero k con probabilidad q_k pagará tarifa escolar. Notar que no necesariamente todas las personas que esperan el bus en el paradero k suben a éste.

El chofer, que odia a los escolares, en cada paradero debe decidir si detenerse a tomar pasajeros o seguir derecho hacia el próximo paradero. Si decide no detenerse existe una probabilidad r de que sea visto por algún carabinero el que lo detendrá de inmediato y lo multará con $\$M$ pesos. La detención implica que todos los pasajeros se bajan del bus y éste luego continúa vacío hacia el próximo paradero.

Adicionalmente, un pasajero que se encuentra arriba del bus deseará bajarse en el paradero k con probabilidad b_k . Una persona que decide bajarse mantendrá su postura hasta lograrlo, es decir, se bajará en la primera parada que haga el bus. Además, suponga que los pasajeros tienen buenos modales y dejan bajar antes de subir.

Si el chofer decide no detenerse en algún paradero las personas que desean bajar lo hostigaran en demasía y se bajarán en el primer paradero en que el chofer pare a partir de ese momento.

1. (1,0 pto.) Suponga que llegando a un paradero el bus lleva R pasajeros, de los cuales S deseaban bajarse en el paradero anterior (S menor que R). Calcule la distribución de probabilidad del número de personas que se bajarán del bus si el chofer decide detenerse en el paradero.¹
2. (1,5 ptos.) Bajo las mismas condiciones anteriores, y suponiendo que i personas bajan del bus en el paradero, calcule la distribución de probabilidad del número de escolares que se suben al bus.
3. (0,5 ptos.) Utilizando las partes anteriores calcule el valor esperado de las ganancias, que por concepto de pasajes, el chofer del bus percibe en un paradero k cualquiera.
4. (0,5 ptos.) Suponga ahora que el chofer decide no detenerse en un paradero. Calcule el valor esperado del beneficio obtenido en ese paradero.
5. (2,5 ptos.) Construya un modelo de programación dinámica estocástica que ayude al chofer del bus a decidir la estrategia óptima de detenciones en el recorrido.²

Problema 2

El destacado dúo de humoristas universitarios J&M se encuentra semana a semana muy complicado al tener que elegir entre dos alternativas:

¹Recuerde considerar a las personas que desean por primera vez bajarse del bus.

²Utilice los resultados de las partes anteriores.

- Crear una nueva rutina para su show
- Repetir alguna de la temporada anterior

Crear una nueva rutina en la k -ésima semana de la presente temporada requiere un esfuerzo que ellos valoran en $C(k)$. Repetir una rutina antigua no requiere esfuerzo, pero si se usa una rutina antigua se corre el riesgo de que sus seguidores protesten. La probabilidad de que sus seguidores reclamen en caso de usar una rutina antigua es p_n , donde n es el número de períodos consecutivos en que se ha repetido la rutina. En estos casos, ambos integrantes del grupo ven su ánimo visiblemente afectado, malestar que puede ser cuantificado en una cantidad $D(n)$, (con n definido igual que antes).

Además, si a lo largo del semestre se ha repetido rutinas antiguas en r ocasiones existe una probabilidad q_r de que falten chistes para su gran Show de Fin de Temporada, donde no pueden repetir rutinas de temporadas anteriores. En este caso se verán obligados a crear m rutinas para presentarse a éste evento, con el consiguiente esfuerzo que esto implica (de lo contrario, siempre tienen chistes para armar ese último show sin esfuerzo adicional).

Cada temporada de “humor diferente” está compuesta por T shows, uno cada semana.

1. Describa las características que permiten modelar este problema utilizando programación dinámica estocástica.
2. Plantee un modelo de programación dinámica que le permita a nuestro estimado dúo decidir si debe crear o repetir rutinas cada semana.
3. Modifique su modelo si la probabilidad que sus seguidores reclamen por la repetición de una rutina antigua depende, además de los períodos en que ha existido reclamos.