



Universidad de Chile
Facultad de Cs. Físicas y Matemáticas
Departamento de Ingeniería Industrial

IN44A: Investigación Operativa
Profs: R. Epstein, P. Rey, D. Sauré
Aux: C. Berner, M. Guajardo, A. Neely, D. Yung

Clase Auxilliary 2, 9 de Marzo, 2005

Repaso Probabilidades 2

Problema 1

Suponga que el dueño de un centro de dental quiere definir la política de citaciones de pacientes. Cada dentista puede atender 2 pacientes en el período en estudio. El primer paciente se cita al comienzo de la sesión ($t_1 = 0$) y el segundo se cita en el instante $t_2 = x$. Se ha observado que todos los pacientes son puntuales.

Los tiempos de cada atención son variables aleatorias i.i.d. con distribuciones Uniformes entre a y b [hrs]. Así, cuando el segundo paciente llega al centro dental existen dos posibilidades:

- El dentista está ocupado atendiendo al primer paciente. En este caso, el segundo cliente debe esperar hasta que termine la atención del primero para ser atendido.
- El dentista está ocioso, ya que terminó de atender al primer paciente. El segundo cliente se atiende de inmediato.

El dentista cobra $M[\frac{u.m.}{hr}]$ independientemente si está trabajando o no, por lo que a Ud. le interesa que este se desocupe en el menor tiempo posible de la atención de los 2 pacientes. Sin embargo, si un paciente llega y su dentista está ocupado el centro percibe un costo de $P^2[\frac{u.m.}{hr}]$ mientras este espera.

Se quiere buscar cuál es el instante x óptimo para citar al 2º paciente si el tomador de decisiones es neutral al riesgo. Para ello conteste las siguientes preguntas.

- a) Si el segundo paciente es citado en el instante x y por lo tanto llega al sistema en el instante x (recuerde que es puntual), ¿cuál es la probabilidad que encuentre al dentista ocupado atendiendo al primer paciente y por lo tanto tenga que esperar para recibir su atención?
- b) Si al llegar a la consulta, el segundo cliente encuentra al dentista ocupado, ¿cuál es la esperanza del tiempo que tendrá que esperar hasta comenzar a ser atendido?. ¿cuál es la esperanza si lo encuentra desocupado?. Entonces, si el segundo cliente llega a la consulta en el instante x , ¿cuál es la esperanza del tiempo de espera ?
- c) ¿Cuál es la esperanza del tiempo que el dentista estará en el centro dental?.
- d) Utilizando las partes anteriores, defina el problema de optimización que debe resolver el dueño de la consulta. Encuentre el momento óptimo para citar al segundo paciente.

Problema 2

Una persona desea asegurar su auto contra los daños producidos por un choque (que seguro tendrá, porque es muy descuidado para manejar). La póliza contempla un pago de un 10 % del monto asegurado y funciona de la siguiente manera:

- Si el valor de los daños causados por el choque es menor o igual que el monto asegurado, entonces la *aseguradora* le pagará el 80 % del valor *de los daños*
- Si el valor de los daños causados por el choque es mayor que el monto asegurado, entonces la *aseguradora* le pagará el 90 % del valor *del monto asegurado*

Por otro lado, se sabe que el valor de los daños causados por el choque es una variable aleatoria $U(100, 500)$. ¿Cuál es el monto que la persona debe asegurar para minimizar el valor esperado de sus pagos producto del choque?

Problema 3

Un ex deportista instaló un negocio de arriendo de veleros, comprando 3 veleros idénticos. Estos se arriendan por días enteros (desde la mañana hasta el atardecer). Un velero presenta una probabilidad p de fallar en un día de operación cualquiera, independiente de cuantos días lleve operando y de lo que ocurra con los demás veleros. En caso de falla la reparación del velero debe realizarse durante la noche, pero la capacidad es de solo 1 velero por noche (existe sólo un mecánico que trabaja en las noches y se demora toda la noche en repararlo)

- Si un día cualquiera por la mañana están operando correctamente los tres veleros, ¿Cuál es la probabilidad que al día siguiente estén los tres operando?
- Si un día cualquiera por la mañana están operando correctamente dos, ¿Cuál es la probabilidad que al día siguiente solo se disponga de un velero?
- Suponga ahora que se dispone de N veleros y que la capacidad de reparación es de C veleros por noche (C mecánicos). Si un día cualquiera por la mañana están operando correctamente los N veleros, ¿Cuál es la probabilidad que al día siguiente solo se disponga de X veleros? ($0 \leq X \leq N$)

Problema 4

En el aislado pueblo de Gorepani viven N habitantes. En los próximos días el equipo local se juega la posibilidad de clasificar al campeonato nacional de basketball en un trascendental partido. Las posibilidades de clasificación no son muchas, por lo cual, la decisión del precio, p , a cobrar por cada entrada al espectáculo no es trivial. Si se cobra un precio muy alto, poca gente podría acudir al espectáculo.

Según estimaciones realizadas con antecedentes históricos, se sabe que si se cobra un precio p por la entrada, entonces un individuo cualquiera del pueblo, independiente de todo lo demás, acude con probabilidad e^{-p} al estadio. Esta prob. Es la misma para todos los pobladores del pueblo. Suponga que la capacidad del estadio es mayor a N , es decir, cabe toda la gente del pueblo dentro de él. Además, sólo gente del pueblo acude al estadio.

- ¿Qué pasa si se cobra un precio 0 por la entrada? Y si se cobra un precio muy grande? Explique el trade-off involucrado en el problema.
- ¿Si se cobra un precio p por la entrada al estadio, ¿Cuál es la probabilidad que asistan k personas al estadio?
- ¿Cuál es el valor esperado del ingreso monetario, si se cobra un precio p ?
- ¿Qué precio se debe cobrar si se desea maximizar el valor esperado del ingreso monetario?. ¿Cuál es el ingreso monetario esperado máximo?