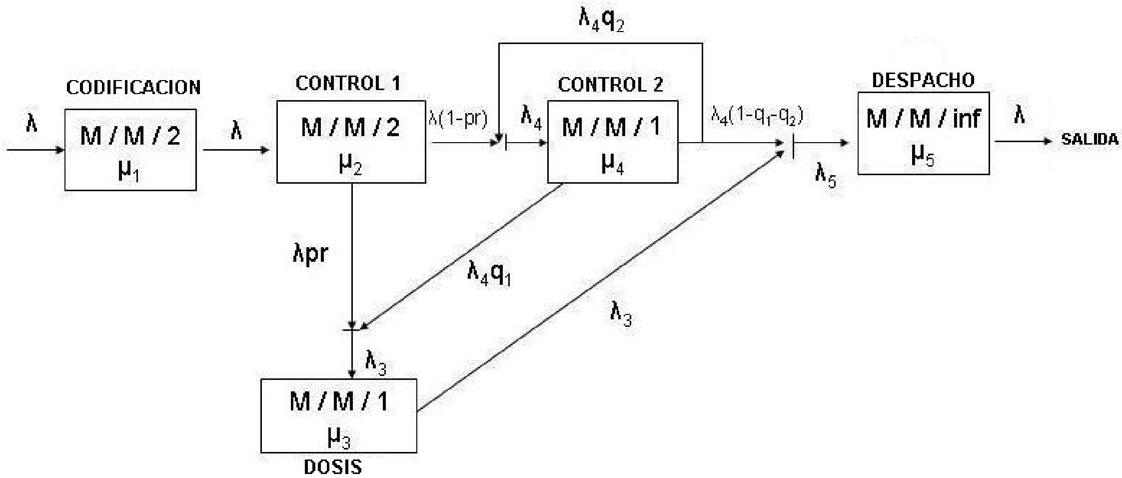
Universidad de Chile
Facultad de Cs. Físicas y Matemáticas
Departamento de Ingeniería Industrial

IN44A: Investigación Operativa
Profs: R. Epstein, P. Rey, D. Sauré
Aux: C.Berner, M.Guajardo, A.Neely, D.Yung

Solución CTP 1
22 de Junio, 2005

1. El modelo es el siguiente:



Las tasas de entrada efectivas a cada subsistema son las siguientes:

Sistema	Tasa Efectiva	Valor
Codificación	λ_1	λ
Control 1	λ_2	λ
Dosis	λ_3	$\lambda \cdot pr + \lambda \cdot (1 - pr) \cdot \frac{q_1}{1-q_2}$
Control 2	λ_4	$\frac{\lambda \cdot (1-pr)}{1-q_2}$
Despacho	λ_5	λ

2. Las condiciones de estado estacionario en cada subsistema son:

Sistema	Condición
Codificación	$\frac{\lambda_1}{2\mu_1} < 1$
Control 1	$\frac{\lambda_2}{2\mu_2} < 1$
Dosis	$\frac{\lambda_3}{\mu_3} < 1$
Control 2	$\frac{\lambda_4}{\mu_4} < 1$
Despacho	$\mu_5 > 0$

3. Se pide calcular el W_{total} en función de los W de cada subsistema. Para ello, debemos abarcar todas las trayectorias posibles de un medicamento hasta que sale del Despacho:

$$W_{total} = W_1 + W_2 + pr \cdot W_3 + (1-pr) \cdot \sum_{i=1}^{\infty} i \cdot W_4 \cdot q_2^{i-1} \cdot (1-q_1-q_2) + (1-pr) \sum_{i=1}^{\infty} (i \cdot W_4 + W_3) \cdot q_2^{i-1} \cdot q_1 + W_5$$

donde los W_i corresponden al tiempo promedio de permanencia en los sistemas conocidos:

$$W_1 = \frac{1}{\lambda_1} \cdot \frac{2 \cdot \rho_1}{1-\rho_1^2} \qquad W_2 = \frac{1}{\lambda_2} \cdot \frac{2 \cdot \rho_2}{1-\rho_2^2} \qquad W_3 = \frac{1}{\mu_3 - \lambda_3} \qquad W_4 = \frac{1}{\mu_4 - \lambda_4} \qquad W_5 = \frac{1}{\mu_5}$$

En la expresión para W_{total}, el cuarto término corresponde a los medicamentos que llegan al Despacho provenientes directamente del subsistema 4, y el quinto término corresponde a los medicamentos que llegan al Despacho provenientes del subsistema 3, pero que pasaron por el subsistema 4.

4. La fracción de medicamentos que pasan por el Departamento de Dosis será igual a λ_3 dividido en λ, esto es:

$$F_{dosis} = pr + (1-pr) \cdot \tfrac{q_1}{1-q_2}$$

Luego, la condición para k es:

$$k < \tfrac{0{,}5-0{,}5q_2-q_1}{1-q_2-q_1}$$

5. En promedio, un total de λ medicamentos entran en una unidad de tiempo, mientras que $\lambda pr + \lambda_4 q_1$ pasan por Depto. de Dosis.

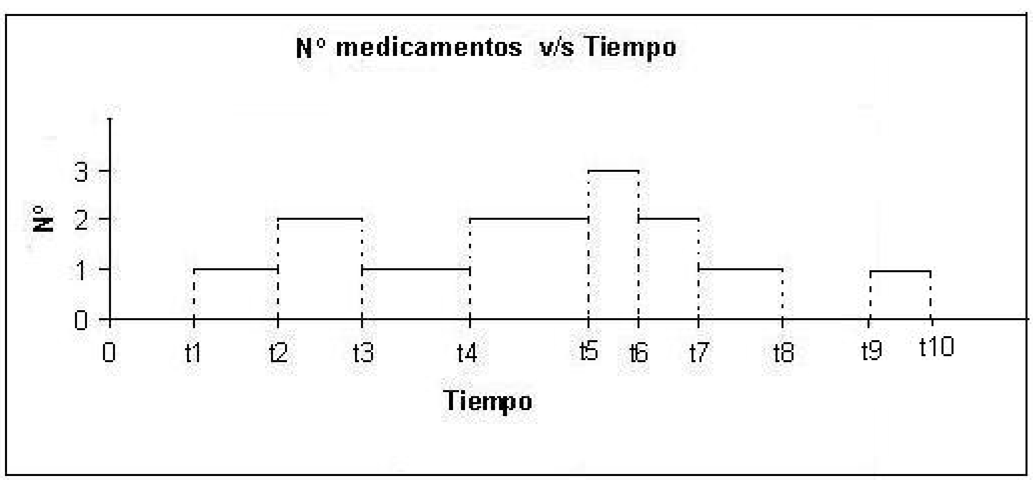
Con lo anterior e imponiendo la condicón de autofinanciamiento (utilidades mayor o igual que cero), se llega a:

$$-\lambda \cdot I - 2 \cdot E - 1 \cdot P(1-\pi_0) - 1 \cdot S - (\lambda pr + \lambda_4 q_1) \cdot R + \lambda V_{min} \geq 0$$

en que π_0 es la probabilidad estacionaria asociada al estado en que el profesional del control 2 está desocupado (sistema $M/M/1$, $\pi_0 = 1 - \rho$).

$$V_{min} = \frac{\lambda \cdot I + 2 \cdot E + 1 \cdot P(1-\pi_0) + 1 \cdot S + (\lambda pr + \lambda_4 q_1) \cdot R}{\lambda}$$

6. El gráfico es el siguiente:



7. La fórmula de Little postula que $\lambda \cdot W = L$

Con los datos de problemas, el número promedio de personas en el sistema fue:

$$L = \frac{1 \cdot (t_2 - t_1) + 2 \cdot (t_3 - t_2) + 1 \cdot (t_4 - t_3) + 2 \cdot (t_5 - t_4) + 3 \cdot (t_6 - t_5) + 2 \cdot (t_7 - t_6) + 1 \cdot (t_8 - t_7) + 1 \cdot (t_{10} - t_9)}{t_{10}}$$

$$L = \frac{t_10 - t_9 + t_8 + t_7 + t_6 - t_5 - t_4 + t_3 - t_2 - t_1}{t_{10}}$$

A su vez, el tiempo promedio que un individuo pasó en el sistema es:

$$W = \frac{(t_3 - t_1) + (t_6 - t_2) + (t_7 - t_4) + (t_8 - t_5) + (t_{10} - t_9)}{5}$$

Los numeradores de las fracciones anteriores corresponden al área bajo la trayectoria de la curva en el gráfico anterior, que obviamente son iguales, por lo tanto:

$$5 \cdot W = t_{10} \cdot L$$

$$\frac{5}{t_{10}} \cdot W = L$$

Como suponemos que el intervalo de tiempo estudiado y las 5 llegadas registradas describen bien el comportamiento promedio del sistema, es *razonable* aproximar $\frac{5}{t_{10}} \sim \lambda$

Concluimos que se satsiface $\lambda \cdot W = L$

Dudas y/o Consultas:
Mario Guajardo
mguajard@ing.uchile.cl