Universidad de Chile
Facultad de Cs. Físicas y Matemáticas
Departamento de Ingeniería Industrial

IN44A: Investigación Operativa
Profs: R. Epstein, P. Rey, D. Sauré
Aux: C.Berner, M.Guajardo, A.Neely, D.Yung

Clase Auxiliar 15 de Junio, 2005

Repaso Control 3

Problema 1, Control 3 Otoño 2003

Armijo Catalán encarna en esta ocasión a un esforzado sastre, que tan solo cuenta con 2 clientes. La dinámica de su negocio es la siguiente: Armijo, atento al teléfono de su local, espera por la llamada de alguno de sus clientes. Cuando esto ocurre comienza rápidamente a confeccionar el traje de acuerdo a la medida del cliente especifico. La experiencia le indica a Armijo que el tiempo que demora en confeccionar un traje para el cliente i es una variable aleatoria de distribución exponencial de tasa μ_i.

Una vez que Armijo termina el traje se dirige raudo hasta el domicilio de su cliente. Armijo estima que independiente del cliente en cuestión, el tiempo que demora en dicho trayecto es una variable aleatoria de distribución exponencial de tasa δ. Mientras Armijo espera que un cliente pase a retirar un traje terminado, descansa y no atiende el teléfono, inclusive en el caso de tener otro trabajo pendiente.

Armijo considera que el tiempo que transcurre entre la entrega de un traje del cliente i y el próximo llamado del mismo cliente es una variable aleatoria de distribución exponencial de tasa λ_i.

Mientras Armijo se encuentra trabajando en un traje existe la posibilidad que el otro cliente llame requiriendo un traje. Cuando esto sucede, Armijo toma nota de la orden y solo comienza a trabajar en ella una vez que vuelve de realizar la entrega del traje en el que trabaja.

Si el cliente i llama al local de Armijo mientras este se encuentra realizando una entrega, colgará e intentará nuevamente tras un tiempo aleatorio de distribución exponencial de tasa λ_i. Un cliente al que se le debe un traje no llamará por otro.

Armijo esta interesado en medir la calidad del servicio que esta entregando a sus clientes. Consiente de la dinámica Markoviana de su negocio a decidido utilizar sus conocimientos para tal fin.

1. (2,5 ptos.) Modele el sistema como una cadena de Markov en tiempo continuo. Justifique la existencia de una ley de probabilidades estacionaria y escriba el sistema de ecuaciones que permitiría calcularla.
2. (1,0 pto) Armijo lleva trabajdno mucho tiempo y sabemos que en este momentose encuentra confeccionando un traje. ¿Cuál es la probabilidad que este traje sea para el cliente 1?. Suponga conocidas las probabilidades estacionarias.
3. (1,5 ptos) Considerando conocidas las probabilidades estacionarias entregue una expresión para el número de llamados perdidos en la tienda de Armijo en el largo plazo. Para esto siga los siguientes pasos:
   - Calcule el número de llamadas perdidas por el cliente 1 y el cliente 2 (por separado).
   - Calcule el número total de llamadas realizadas
   - Calcule la expresión requerida utilizando los puntos anteriores
4. (1.0 pto.) Dado que Armijo se encuentra trabajando en un traje para el cliente 1.¿Cuál es la esperanza del número de trajes consecutivos que fabricacá para este cliente, antes de fabricar el próximo para el cliente 2?

Problema 2, Control 3 Otoño 2003

Don King, flamante gerente del único banco que existe en un pequeño pueblito llamado Larjentina, ha decidido implementar una novedosa política de atención.

En el banco existen 2 cajas, pero sólo una cajera, la cual tarda en atender a un cliente, un tiempo que sigue una variable aleatoria exponencial de parámetro μ.

Al comienzo del día, al abrirse las puertas del recinto, la cajera se ubica en su puesto de trabajo, mientras que la otra caja se encuentra cerrada.

Esta configuración se mantiene hasta que el largo de la cola de espera, alcanza las R personas, momento en el cuál el guardia del recinto, apodado Don Güily, ágilmente se ubica en la caja cerrada y comienza a atender público. Considere que bajo esta nueva situación se mantiene **una fila única**, y que el tiempo de atención de Don Güily, también sigue una distribución exponencial de parámetro μ.

El guardia se mantendrá en la caja, hasta que no queden personas en el sistema, instante en el cual volverá a sus labores de seguridad y la cajera quedará nuevamente atendiendo sola.

Por otro lado, la llegada de clientes al banco sigue un proceso de Poisson de tasa λ [clientes/hora].

Finalmente suponga que la capacidad del banco es ilimitada, y desde que el sistema parte vació estará operando por mucho tiempo.

1. (1.0 ptos) Argumente porqué no es posible modelar el sistema descrito como una cadena de Markov en tiempo continuo cuyos estados registren sólo el número de personas en el banco. ¿Qué información adicional es necesaria? Justifique.
2. (2.0 ptos) Modele la situacíon descrita como una cadena de Markov en tiempo continuo.
3. (1.5 pts) Encuentre la condición de existencia de probabilidades estacionarias y plantee el sistema de ecuaciones que le permitirían calcularas.

Considerando conocidas las probabilidades estacionarias, responda las siguientes preguntas:

4. (0.5 ptos) ¿Qué fracción del tiempo, Don Güily se encuentra atendiendo clientes en la caja?
5. (0.5 ptos) ¿Cuál es la probabilidad de que un cliente que entra al sistema cuando hay 2 cajas operando, sea atendido por el guardia?
6. (0.5 ptos) En promedio, ¿cuántos clientes son atendidos por el guardia en una hora?

Problema 3

Suponga que usted trabaja en el Departamento de Marketing de una importante empresa cervecera y está encargado de decidir la política óptima de avisaje publicitario televisivo de esta compañía. Esto significa que usted debe decidir mes a mes, si contratar publicidad televisiva o si no hacerlo.

Las ventas mensuales de la empresa pueden ser altas, medianas o bajas y los beneficios asociados son 5, 3, 1 Millones US$ respectivamente. El costo de la publicidad televisiva alcanza los 2 Millones US$.

Existen probabilidades de pasar de un estado de ventas a otro mensualmente, que sólo dependen del estado actual. Además, estas probabilidades son distintas para el caso en se realiza la publicidad y para el que no se hace. Las siguientes matrices describen este comportamiento evolutivo:

Con Publicidad:

	A	M	B
A	0,5	0,3	0,2
M	0,4	0,4	0,2
B	0,4	0,6	0

Sin Publicidad:

	A	M	B
A	0,2	0,5	0,3
M	0,1	0,4	0,5
B	0	0,3	0,7

1. Para cada acción, modele el problema como una Cadena de Markov con beneficios.
2. Resuelva el problema utilizando Markov con decisiones, para el caso de horizonte finito de K períodos. Suponga que los valores residuales son 3, 1, -1 Millones US $ para los estados Alta, Media, Baja, respectivamente.
3. Resuelva el problema utilizando Markov con decisiones, para el caso de horizonte infinito.