



Clase Auxilliary 31 Mayo de 2005
Cadenas de Markov con Beneficios

Problema 1

El asaltante de bancos internacional Brian Boitano, alias Ultraman, ha concentrado sus atracos en tres países: A, B y C. Ultraman asalta sólo una vez por año y elige su próximo destino con igual probabilidad, sin repetirlo.

El departamento de policía de estos 3 países se han propuesto detener a Ultraman en el momento que intente ingresar o salir del país, pues una vez dentro del territorio la búsqueda es muy difícil. La siguiente tabla muestra la probabilidad que la policía de estos 3 países detenga al asaltante cuando este intente atravesar la frontera.

País	Probabilidad
<i>A</i>	0,1
<i>B</i>	0,2
<i>C</i>	0,4

En promedio, un robo en un banco del país A le reporta un botín de 1000, un robo en B un botín de 3000 y uno en C un botín de 7000. El costo de transporte de un país a otro para Boitano se presenta en la siguiente tabla:

	<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>
<i>A</i>	0	500	1000
<i>B</i>	500	0	2000
<i>C</i>	1000	2000	0

En base a lo anterior y suponiendo que si la policía atrapa a Boitano, este permanecerá eternamente en la cárcel, responda:

1. Construya un modelo que permita determinar en términos esperados el botín acumulado por Boitano en los próximos n años si acaba de ingresar en A sin ser descubierto. Determine el monto acumulado en los próximos 3 años?
2. Si Ultraman acaba de ingresar en B sin ser descubierto, en cuantos años esperaríamos usted que lo atrapen?

Problema 2, CTP 3 Otoño 2004

Un testarudo estudiante de Ingeniería, conocido popularmente como el *Compañero Fernet*, pretende dedicar gran parte de su carrera a la intensa actividad política estudiantil. Lamentablemente, sus intentos por

alcanzar algún cargo de relevancia en las organizaciones de la universidad siempre le son en vano y nunca es elegido en las elecciones a las que se presenta como candidato. Considere entonces que tras una elección perdida, *Fernet* decide repostular al mismo cargo al año siguiente con probabilidad 0,9; de lo contrario, opta por descansar durante un año en una casa de retiro y reflexionar sobre sus posibilidades futuras. Si *Fernet* opta por el año de reflexión, decide volver a la próxima elección con probabilidad 0,8 y con probabilidad 0,2 decide alejarse definitivamente de la política auto-exiliándose en su parcela en campos sureños, en la cual pasará el resto de sus días en plena tranquilidad.

Considere que estar inscrito en las elecciones significa un costo de 1000 (destinados a montar la campaña) y estar en la casa de retiro implica un costo de 200 (destinados a pagar el alojamiento y la comida). Por el contrario, estar en la parcela no revierte costo alguno para el frustrado dirigente estudiantil.

Considere además que pasar de un año de elecciones a uno de retiro espiritual involucra un costo de 100, que es destinado a transporte. Ese mismo valor es el que debe pagar si regresa desde la casa de retiro a la universidad. A su vez, el viaje entre la casa de retiro y la parcela del sur tiene un costo de 400.

Por último, considere que el pasar de un año de elecciones a otro también de elecciones no revierte costo alguno para *Fernet*, gracias al desmesurado *lobby* que practica durante la campaña en los mandos altos de su partido.

En base a lo anterior, se pide lo siguiente:

1. (3.0 pts) Construya un modelo que permita determinar en términos esperados el costo acumulado por *Fernet* en los próximos n años. En particular, determine el costo acumulado que se espera para los próximos 3 años si acaba de inscribirse para una elección estudiantil.

Considere ahora que aparte de dirigirse a la casa de retiro o de reintentar con una nueva candidatura en las próximas elecciones, después de una derrota electoral el *Compañero Fernet* puede optar por un año de actividad musical junto a su grupo *Flagrar*, en el que tocará el teclado para superar el golpe psicológico que le provoca la derrota en las elecciones. Él tomará con probabilidad 0,1 esta nueva opción, en desmedro de la alternativa de reintentar con una nueva candidatura a la cual ahora sólo asigna una probabilidad de 0,8. Si dedica el año a la música, decidirá con probabilidad 0,5 volver a una elección al año siguiente y con probabilidad 0,5 optará por el descanso eterno en su parcela del sur.

Ante este nuevo escenario, se pide lo siguiente:

2. (2.5 pts) Si el tenaz estudiante acaba de inscribirse para una elección, ¿Cuántos años se espera transcurran hasta que se retire al descanso definitivo en la parcela?
3. (0.5 pts) ¿Cómo cambia su respuesta si el *Compañero Fernet* acaba de entrar a un año de reflexión en la casa de retiro? ¿Y si acaba de comenzar un año de composición musical con su banda *Flagrar*? Justifique intuitivamente su respuesta.