UNIVERSIDAD DE CHILE
FACULTAD DE CIENCIAS FISICAS Y MATEMATICAS
DEPARTAMENTO DE INGENIERIA INDUSTRIAL

IN42A-03: Evaluación de Proyectos

Prof: Francisco Javier Errandonea T.
Aux: Martín Fuentes R.

Junio 2005

EJERCICIOS: RIESGO

Pregunta 1

Suponga que en una economía existen solo dos tipos de activos A, y B. Suponga además que el retorno anual esperado y las volatilidades anuales de cada activo son R_A= 5%, R_B=10%, y Sigma_A= 20% y Sigma_B=10%.

a) Si el coeficiente de correlación entre A y B es cero, encuentre una cartera (es decir una combinación de A y B) que minimice el riesgo total. Calcule la volatilidad y el retorno esperado de dicha cartera.

b) Cómo cambia su respuesta si el coeficiente de correlación es 1.

Sol:

a) El inversionista debe minimizar el riesgo de la cartera, por lo que resuelve el problema de minimizar $\frac{\sigma_C^2}{2}$, eligiendo los pesos de inversión de cada activo óptimos (w_A y w_B, tal que $w_A+w_B=1$). Definiendo $w_A = w$ y $w_B =(1-w)$, escribimos la expresión para el riesgo de una cartera con dos activos: $\sigma_C^2= w^2\sigma_A^2 + (1-w)^2\sigma_B^2 + 2\, w\, (1-w)\, \rho_{AB}\sigma_A\sigma_B$.

Resolviendo $\frac{d\sigma^2_C}{dw} * \frac{1}{2} = 0$, llegamos al w óptimo $w=\frac{\sigma_B^2 - \sigma_A\sigma_B\rho_{AB}}{\sigma_A^2 + \sigma_B^2 - 2\rho_{AB}\sigma_A\sigma_B}$

Reemplazando por los datos del problema, obtenemos:

Activos	r	Sigma i	wi
A	0,05	0,2	0,2
B	0,1	0,1	0,8

Coef. Corr	0
Sigma c	0,089
rc	0,090

O sea, el inversionista debe construir una cartera en la que el 20% de su inversión esté en el activo A y el 80% en B.

El retorno de la cartera está dado por $r_C= w\, r_A + (1-w)\, r_B = 9\%$

La volatilidad está dada por σ_C, donde $\sigma_C^2= w^2\sigma_A^2 + (1-w)^2\sigma_B^2 + 2\, w\, (1-w)\, \rho_{AB}\sigma_A\sigma_B$. Luego σ_C=8,9%

b) Reemplazando en las relaciones anteriores, pero ahora considerando ρ_{AB}= 1, llegamos a

Activos	r	Sigma i	wi
A	0,05	0,2	-1
B	0,1	0,1	2
Coef. Corr	1		
Sigma c	0,000		
rc	0,150		

O sea, si el inversionista tiene 1$ como capital para invertir, debe vender 1$ del activo A y comprar 2$ del activo B.

El retorno de la cartera está dado por $r_C = w\, r_A + (1-w)\, r_B = 15\%$

La volatilidad está dada por σ_C, donde $\sigma_C^2 = w^2\sigma_A^2 + (1-w)^2\sigma_B^2 + 2\, w\, (1-w)\, \rho_{AB}\sigma_A\sigma_B$. Luego $\sigma_C=0\%$

Problema 2

En al año 2005, después de años de fusiones entre conglomerados, sólo 2 grandes conglomerados quedan en la Bolsa de Comercio de Nueva York. Por conveniencia, llamaremos a estas firmas A y B. Cada una aporta con la mitad de la riqueza en el portafolio de mercado. Se han dado los siguientes datos:

	Firma A	*Firma B*
Tasa de retorno esperada	23%	13%
Desviación estándar del retorno (por año)	40%	24%

El coeficiente de correlación entre A y B es $\rho_{AB} = 0.8$

a) ¿Cuál es la tasa de retorno esperado del portafolio de mercado (r_m)?

R:

Del enunciado $w_1=w_2=0{,}5$

Luego $\overline{r_m} = w_a \cdot \overline{r_a} + w_b \cdot \overline{r_b} = 0.5 \cdot 0.23 + 0.5 \cdot 0.13 = 0.18 = 18\%$

b) ¿Cuál es la desviación estándar del portafolio de mercado (σ_m)?

R:

Usamos que:
$$\sigma_m^2 = w_a^2 \cdot \sigma_a^2 + w_b^2 \cdot \sigma_b^2 + 2 \cdot w_a \cdot w_b \cdot \sigma_a \cdot \sigma_b \cdot \rho_{ab} = 0.0928$$
$$\Rightarrow \sigma_m = 30.46\%$$

c) ¿Cuáles son los betas del las firmas A y B?

R:

De la definición de beta, y recordando las propiedad bi-lineales de la covarianza de dos variables aleatorias r_a y r_m:

$$\beta_a = \frac{\sigma_{am}}{\sigma_m^2}$$

$$pero\ \sigma_{am} = \mathrm{cov}(r_{a,} r_m) = \mathrm{cov}(r_a, w_a \cdot r_a + w_b \cdot r_b) = w_a \cdot \mathrm{cov}(r_a, r_a) + w_b \cdot \mathrm{cov}(r_a, r_b)$$

$$\Rightarrow \sigma_{am} = 0.5 \cdot \sigma_a^2 + 0.5 \cdot \sigma_a \cdot \sigma_b \cdot \rho_{ab} = 0.1184$$

$$\Rightarrow \beta_a = \frac{0.1184}{0.0928} = 1.276$$

Para calcular beta de la empresa b, se puede realizar el mismo procedimiento anterior, o notar que:

$$\sigma_m^2 = \sum_i w_i \cdot \sigma_{im} \quad \Leftrightarrow \quad 1 = \sum_i w_i \cdot \frac{\sigma_{im}}{\sigma_m^2} = \sum_i w_i \cdot \beta_i$$

$$luego: 1 = w_a \cdot \beta_a + w_b \cdot \beta_b \Rightarrow \beta_b = \frac{1 - w_a \cdot \beta_a}{w_b} = 0.724$$

d) Asumiendo que la tasa libre de riesgo es del 10%. ¿Son las tasas de retornos esperadas de A y B consistentes con CAPM?

R:

CAPM $\Rightarrow \overline{r_i} = r_f + \beta_i \cdot \left(\overline{r_m} - r_f\right)$ **retorno esperado del activo i.**

Luego, reemplazando con los datos anteriores:

$$r_a = 20.2\%$$

$$r_b = 15.79\%$$

no es coherente con los datos del problema. Luego, probablemente el que calculó los datos del problema no lo hizo con CAPM (usó otro método, tipo media de datos históricos).

Pregunta 3

Suponga que en una economía con un gran número de activos en donde se cumple el modelo CAPM se observan los siguientes parámetros anuales

Tasa libre de riesgo:	8,0%
Volatilidad Cartera de Mercado:	9,1%
Retorno Cartera de Mercado:	15,5%

Se tiene además que para dos acciones A y B se observa que:

Acciones	Retorno Esperado	Volatilidad	Correlaciones	
			A	B
A	16%	11%	1	0,5
B	15%	10%	0,5	1

a) Determine la covarianza entre la acción A y la cartera de mercado, y la covarianza entre la acción B y la cartera de mercado

$\mathrm{cov}(r_A, r_M)$?

Sabemos que

$$r_A = r_f + \beta_A(r_m - r_f) \Rightarrow \beta_A = \frac{r_A - r_f}{r_M - r_f} = 1{,}067 = \frac{\mathrm{cov}(r_A, r_M)}{\sigma_M^2}$$

$$\Rightarrow \mathrm{cov}(r_A, r_M) = 0{,}0088$$

$$Aná\log amente \Rightarrow \beta_B = 0{,}933 \Rightarrow \mathrm{cov}(r_B, r_M) = 0{,}0077$$

b) Determine el beta de una cartera formada por 50% de A más 50% de B.

$$\beta_C = \sum w_i \cdot \beta_i = 0{,}5 \cdot 1{,}067 + 0{,}5 \cdot 0{,}933 = 1$$

c) Si observa una cartera con un beta de 1,5 y un retorno esperado de 20%. Explique claramente si esta cartera está entregando un retorno acorde a su riesgo y por qué. Qué recomendaría usted?

$$r_C = r_f + \beta_C \cdot (r_M - r_f) = 0{,}1925$$

Es decir, CAPM predice un rendimiento de 19,25% pero el retorno esperado es mayor que este valor. Luego, la cartera está entregando un retorno mayor que el esperado de acuerdo a su riesgo, y lo que conviene es comprarla.

Pregunta 4

Una empresa actualmente sin deuda con un beta de 1.5 ha estimado que su costo de capital es de 16.5%. La empresa se encuentra examinando su estructura de capital para lo cual ha estimado que endeudarse significa enfrentar un spread marginal de 1% sobre la tasa libre de riesgo de 6%. Por otro lado la empresa enfrenta una estructura impositiva de 40%, y el precio de la acción es actualmente de $20. La empresa desea estimar el costo de capital para niveles de endeudamiento, D/(D+E), de 30%, 60% y 90%. Su investigación ha determinado los siguientes niveles de rating financiero:

D/(D+E)	Rating	Tasa de Interés
0%	AAA	7%
30%	BBB	9%

60%	CCC	13%
90%	D	20%

a) Si la empresa recompra acciones con deuda de manera de alcanzar diferentes niveles de endeudamiento, determine los betas estimados de la acción para niveles de endeudamiento. (es decir D/(D+E)) de 30%, 60%, y 90%.

Sabemos que betaU = 1.5, luego BetaL = 1.5*(1 + (1-0.4)*D/E). Luego:

D/(D+E)	**D/E**	**BetaL**
30%	**0.4286**	**1.886**
60%	**1.5**	**2.850**
90%	**9.0**	**9.600**

b) Determine los wacc para los diferentes niveles de endeudamiento (30%, 60%, y 90%).

Wacc = Rd*D/(D+E) *(1-T)+Re*E/(D+E)

Donde Re = Rf + BetaL*(Rm-Rf)

Como el costo de capital para el caso sin deuda es 16.5% entonces 16.5 = Re = Rf + BetaU*(Rm-Rf) entonces 16.5 = 6 + 1.5*e (e= Rm-Rf). Es decir e=7%.
Luego,

D/(D+E)	**E/(D+E)**	**Re**	**Wacc**
30%	**70%**	**19.200%**	**15.060%**
60%	**40%**	**25.950%**	**15.060%**
90%	**10%**	**73.200%**	**18.120%**