UNIVERSIDAD DE CHILE
FACULTAD DE CIENCIAS FISICAS Y MATEMATICAS
DEPARTAMENTO DE INGENIERIA INDUSTRIAL

IN42A-03: Evaluación de Proyectos

Prof: Francisco Javier Errandonea T.

Marzo 2005

CONTROL DE LECTURA I: INDICADORES

Pregunta 1 (40%)
Suponga que Chile tiene un PIB/cápita de US$9.900 por persona y España tiene un PIB per cápita de US$22.000 por persona. Si para el futuro se espera que crezca el PIB chileno crezca un 5,0% anual en dólares y el PIB español crezca un 2,5% anual en dólares, mientras que la población chilena se espera que crezca 1,01% al año y la española un 0,16%:
a) ¿En cuantos años Chile doblaría su PIB per cápita?
b) ¿En cuantos años Chile alcanzaría el PIB per cápita de España?
c) Un político afirma que Chile puede convertirse en un país con un PIB per cápita igual al de España en 20 años. Si se asume que la tasa de crecimiento de la población se mantiene, ¿Qué perspectiva de crecimiento económico tiene el político?

Pauta
Delta %PIB Chile = 5,0% ; Delta %Población Chile = 1,01% ➔ Delta PIB per cápita Chile= (1+5%)/(1+1,01%)-1=3,95%
Delta %PIB España = 2,5% ; Delta %Población España = 0,16%➔ Delta PIB per cápita España= (1+2,5%)/(1+0,16%)-1=2,34%

a) (1+3,95%)^n=2 ➔ n = ln(2) / ln(1+3,95%) = 17,89 años

Alternativamente se puede usar la regla del 72 ➔ n = 72 / r ➔ n = 18,22 años

b) 9.900*(1+3,95%)^n =22.000*(1+2,34%)^n
➔ n = 51,03 años

c) 9.900*((1+x)/(1+1,01%))^20 =22.000*(1+2,34%)^20 ➔ x = 7,58%

Pregunta 2 (60%)
Un trabajador gana un sueldo bruto de 40 UF mensuales. De ese sueldo, un 10% va a su AFP, la que cobra una comisión de un 2,5% del sueldo. El trabajador estima que la rentabilidad que le dará su fondo en la AFP será de un 7% real en composición anual, durante los próximos años. Considere que la AFP paga intereses al fondo de manera mensual.

a) Si el trabajador espera jubilarse en 40 años más. ¿Cuánto dinero tendrá acumulado en su fondo en ese momento?
b) A partir de la parte anterior, ¿Cuál es la rentabilidad real de su fondo de pensiones?
c) En el momento de jubilar el trabajador espera vivir 25 años más y le gustaría que le pagaran su pensión en cuotas mensuales de igual poder adquisitivo. ¿Cuál es el monto de la pensión que le tendría que ofrecer la AFP de acuerdo a lo que acumuló durante los cuarenta años y usando una rentabilidad de 7% real?

Pauta

a)
La tasa efectiva anual es de 1+7%=1,07 , entonces la tasa mensual es tal que (1+rmensual)12=1,07 ➔ rmensual = 1,071/12 -1=0,565% (tasa en base mensual con composición mensual.)

Primero necesitamos conocer cuanto tendrá el trabajador después del período en el que ahorra en la AFP, veamos los flujos:

El trabajador deposita mensualmente un 10% de su sueldo, lo que equivale a 4 UF mensuales, entonces

Entonces:

VF=C+C(1+r)+C(1+r)2+..+C(1+r)479 $\Leftrightarrow \sum_{i=0}^{479} C*(1+r)^i$

Que es una progresión geométrica desde cero hasta 479, entonces

$$(1)\ VF = C + C(1+r) + C(1+r)^2 + \ldots + C(1+r)^{479}$$

Multiplicando a ambos lados por (1+r)

$$(2)(1+r)VF = C(1+r) + C(1+r)^2 + \ldots + C(1+r)^{480}$$

Restando (1)-(2) implica

$$VF(1-(1+r)) = C - C(1+r)^{480} \Leftrightarrow VF = \frac{C}{r}\left[(1+r)^{480} - 1\right]$$

Reemplazando con C=4UF, r=0,565% da que:
VF=9.886,17 UF

b)
El trabajador le paga anualmente a la AFP un 12,5% de su sueldo (10% lo deportiva y la AF se lleva un 2,5% en comisión), lo que equivale a 5UF mensuales, entonces para saber cual es la rentabilidad real hay que considerar que se logra el mismo valor futuro, pero con una cuota mayor, por lo que r pasa a ser la incógnita:

$$9.886,17 = \frac{5}{r}\left[(1+r)^{480} - 1\right] \Leftrightarrow 9.886,17r - 5(1+r)^{480} + 5 = 0$$

Lo que da que r=0,498%, lo que equivale a 6,14% anual.

c) La pensión debe ser tal que la suma temporal de todas las cuotas que se entreguen sean iguales a lo que se alcanzó a juntar, o sea el VF calculado en la parte a), por lo tanto hay que imponer que el valor presente de las cuotas que va a recibir el trabajador en la jubilación sea igual al monto que ahorró ➔

9.886,17=VP(jubilación)

Se requiere que sean cuotas iguales e infinitas (perpetuidad), por lo que VP = C/r , la incógnita es la cuota (C), entonces

9.886,17=C/r ➔ C=9.886,17*0,565%=55,898 UF mensuales

OJO EL PROBLEMA TAMBIÈN SE PUEDE RESOLVER CON n=480, partiendo de 1 si uno asume que el primer pago es en 1 mes más y no ahora y da a) 9988,4 ; b) 0,498%; c) 56,434 UF

Pregunta 3 (10% extra)
Al mismo trabajador de la pregunta 2 le ofrecen que invierta en ahorro provisional voluntario, asegurándole la misma rentabilidad (7% real anual composición anual). Para poder acceder a este beneficio tiene que pagar una comisión de 0,3% por el total del ahorro extra.

a) Si el trabajador espera jubilarse en 40 años más. ¿Cuánto dinero tendrá acumulado en su fondo en ese momento?

b) A partir de la parte anterior, ¿Cuál es la rentabilidad real de su fondo de pensiones?
c) En el momento de jubilar el trabajador espera vivir 25 años más y le gustaría que le pagaran su pensión en cuotas mensuales de igual poder adquisitivo. ¿Cuál es el monto de la pensión que le tendría que ofrecer la AFP de acuerdo a lo que acumuló durante los cuarenta años y usando una rentabilidad de 7% real?

Pauta:

a) El aporte extraordinario es de 10UF, entonces el ahorro extra va a ser de

$$VF = \frac{10}{0{,}565\%}\left[(1+0{,}565\%)^{480} - 1\right]$$

VF ahorro extra=24.715,42 UF

Por lo tanto el trabajador tendrá ahorrado 9.886,17 + 24.715,42 = 34.601,59 UF

En este caso la AFP cobra una comisión del 0,3% del ahorro extra, lo que equivale a 24.715,42*0,3%=74,15 UF

Entonces para calcular el monto total que realmente va a tener el trabajador hay que restar dicho monto: 34.601,59-74,15=34.527,44 UF

b) Análogamente a la pregunta 2, considerando que el trabajador pasa 5 + 10 UF mensuales = 15 UF mensuales

$$34.527{,}44 = \frac{15}{r}\left[(1+r)^{480} - 1\right] \Leftrightarrow 34.527{,}44r - 15(1+r)^{480} + 15 = 0$$

Lo que da que r=0,544%, lo que equivale a 6,73% anual.

c) C=34.527,44*0,565%=195,08 UF

OJO EL PROBLEMA TAMBIÈN SE PUEDE RESOLVER CON n=480, partiendo de 1 si uno asume que el primer pago es en 1 mes más y no ahora