

# IN42A-3

Francisco J. Errandonea

[ferrando@sinvest.cl](mailto:ferrando@sinvest.cl)

Mayo 2005

# **Optimización de proyectos**

# Optimización de proyectos

- Estudiar como maximizar el aporte a la riqueza de un proyecto en particular, seleccionando las mejores alternativas posibles en términos de:
  - Tiempo de inicio del proyecto.
  - Tamaño de la inversión.
  - Momento de liquidación.
  - Reemplazo de maquinarias.
  - Localización.
  - Selección de proyectos en una cartera.
  - Evaluación en tiempo continuo.

# Momento óptimo de inicio

## Proyecto no repetible, flujos dependen del tiempo calendario.

Si la inversión  $I=I_t$ , para todo  $t$ , con  $I$  independiente de  $t$  y  $n$  tiende a infinito:

Momento óptimo para iniciar la inversión es donde los beneficios netos del primer año de operación son iguales al costo de capital de la inversión.

- Si  $F_t < I^*r \rightarrow$  Postergar a  $t+1$
- Si  $F_t > I^*r \rightarrow$  Invertir en  $t$

# Ejemplo

- Construcción de una carretera.
  - Requiere de una inversión de  $I = \$200$ , tasa de descuento es el 10% y los beneficios dependen del tiempo únicamente con una inversión que dura permanentemente. Supongamos que los beneficios anuales crecen a razón de \$1 por año

# Ejemplo

- Invertir en  $t=0$ 
  - $VAN = -200 + 1/1,1 + 2/1,1^2 + \dots$
- Invertir en  $t=1$ 
  - $VAN = -200/1,1 + 2/1,1^2 + \dots$
- Delta  $VAN = -200/1,1 + 200 + 1/1,1 = 19$
- ➔ Postergo hasta que  $Ft = I * r = 200 * 10\% = 20$

# Momento óptimo de inicio

## Proyecto repetible, flujos dependen del tiempo calendario.

Si la inversión  $I=I_t$ , para todo  $t$ , con  $I$  independiente de  $t$  y se realiza cada  $n$  períodos (ciclo) y  $n$  tiende a infinito:

Momento óptimo para iniciar la inversión es donde los beneficios netos del primer año de operación son iguales al costo de capital de la inversión.

• Invertir cuando:

$$I \frac{(1+r)^n r}{(1+r)^n - 1} < F_t$$

# Momento óptimo de inicio

Proyecto no repetible, flujos dependen del tiempo calendario y momento de inversión.

Los flujos no sólo dependen del tiempo, sino de la inversión realizada.

$$VPN_{base} = -I_o + \frac{F_t^{base}}{1+r} + \frac{F_{t+1}^{base}}{(1+r)^2} + \frac{F_{t+2}^{base}}{(1+r)^3} + \dots + \frac{F_{t+n+1}^{base}}{(1+r)^n}$$

$$VPN_{postergar} = \frac{-I_1}{1+r} + \frac{F_{t+1}^{postergar}}{(1+r)^2} + \frac{F_{t+2}^{postergar}}{(1+r)^3} + \dots + \frac{F_{t+n}^{postergar}}{(1+r)^{n+1}}$$



# Momento óptimo de inicio

Proyecto no repetible, flujos dependen del tiempo calendario y momento de inversión.

Si definimos  $\Delta VPN$  como VPN postergar – VPN base , entonces el óptimo es cuando  $\Delta VPN = 0$

$$\Delta VPN = I_0 - \frac{F_t^{base}}{(1+r)} + \frac{F_{t+n}^{postergar}}{(1+r)^{n+1}} - \frac{I_1}{(1+r)} + \sum_{s=1}^{n-1} \frac{F_{t+s}^{postergar} - F_{t+s}^{base}}{(1+r)^s} > 0$$

# Tamaño óptimo de la inversión

- Se aumenta la inversión siempre que el VPN marginal sea positivo.

$$\Delta VPN = \Delta I - \sum_{t=1}^n \frac{\Delta F_t}{(1+r)^t} = 0$$

entonces el tamaño óptimo es

$$\Delta I = \sum_{t=1}^n \frac{\Delta F_t}{(1+r)^t}$$

# Ejemplo

- Doña Juanita vende mermeladas en bolla de  $\frac{1}{4}$  kg a \$350/kg a un costo de \$200 el kilo. Su capacidad de producción actual es de 1.000 kg/año. Su principal cliente ofrece comprar toda la mermelada que pueda producir, hasta un máximo de 5.000 kg al año. Para llegar a ese nivel de producción tiene que invertir \$5 millones. Determine la rentabilidad del proyecto marginal y de una recomendación.

# Ejemplo

- Delta inversión = 5 millones
- Beneficio incremental =  $350 \cdot 4000 - 200 \cdot 4.000 = 600.000$
- $\Delta VPN = -5 + 0,6/0,1 = -5 + 6 = 1 \rightarrow$  conviene aumentar la producción.
- $TIRm \rightarrow -5 + 0,6/TIRm = 0 \rightarrow TIRm = 12\%$

# **Momento óptimo de liquidar una inversión**

- Hay inversiones que tienen implícita una determinada tasa de crecimiento del stock del capital invertido; por ejemplo, plantaciones de árboles, añejamiento de vinos, engorda o cría de animales y aves, etc.

En estos casos surge el problema de determinar cuál es el momento óptimo de liquidar la inversión (cuándo cortar los árboles, cuándo vender el vino, el ganado de engorda, etc.)

# Momento óptimo de liquidar una inversión

- Ejemplo: inversionista posee una plantación forestal que hoy está valorada en MM\$ 100 y el valor de la venta es reinvertido a la tasa de interés de mercado ( $r = 5\%$ )

En este caso el momento óptimo de liquidar (cortar los árboles) es el **año 9**, año en que el VAN es máximo → en este caso el momento óptimo es aquel en que  $K_i = \rho_i^*$  (TIR marginal) =  $r$

	$B_i$	$K_i = p_i^*$	$VAN_i (5\%)$	$TIR_i$
0	100			
1	105	5,0%	0	5,0%
2	112,35	7,0%	1,90	6,0%
3	123,59	10,0%	6,76	7,3%
4	139,65	13,0%	14,89	8,7%
5	153,85	10,2%	20,55	9,0%
6	167,7	9,0%	25,14	<b>9,0%</b>
7	181,12	8,0%	28,72	8,9%
8	191,98	6,0%	29,94	8,5%
<b>9</b>	<b>201,58</b>	<b>5,0%</b>	<b>29,94</b>	<b>8,1%</b>
10	210,65	4,5%	29,32	7,7%
11	218,79	3,9%	27,92	7,4%
12	225,22	2,9%	25,41	7,0%

# Momento óptimo de liquidar una inversión

- Si el valor de la venta es siempre reinvertido en plantaciones forestales

En este caso el momento óptimo de cortar los árboles es el **año 6**, ya que se maximiza el VAN → en este caso el momento óptimo es aquel en que la **TIR es máxima** y  $K_i = \rho_i^*$  (TIR marginal) = TIR

	$K_i = \rho_i^*$	TIR <sub>i</sub>	Reinversión en negocio forestal cada				
			2 años	3 años	4 años	6 años	12 años
0			100	100	100	100	100
1	5,0%	5,0%					
2	7,0%	6,0%	112,35				
3	10,0%	7,3%		123,59			
4	13,0%	8,7%	126,23		139,65		
5	10,2%	9,0%					
6	9,0%	9,0%	141,81	152,74		167,7	
7	8,0%	8,9%					
8	6,0%	8,5%	159,33		195,02		
9	5,0%	8,1%		188,78			
10	4,5%	7,7%	179,01				
11	3,9%	7,4%					
12	2,9%	7,0%	201,11	233,31	272,35	281,23	225,22
		VAN	12,0	29,9	51,7	56,6	25,4

# Momento óptimo de liquidar una inversión

- Conclusión: El momento óptimo para liquidar la inversión será aquel en que la tasa a la cual crece la inversión ( $K_i = \rho^*_i$ ) es igual a la tasa que crecerían los fondos en la mejor alternativa disponible para el inversionista.



# Momento óptimo de liquidar una inversión

- En el caso de que el dueño de la plantación reinvierte en el sector forestal ¿Le conviene cortar el bosque o venderlo a otro inversionista cuyo costo de oportunidad es  $r = 5\%$ ?

-Si lo corta obtendrá MM\$ 167,71

-Si lo vende podría obtener como máximo:

$$P_{\text{máximo}} = 201,58 / (1,05)^3 = 174,13$$

→ Le conviene vender la plantación en lugar de cortar los árboles.

	Bi	Ki
0	100	
1	105	5,0%
2	112,35	7,0%
3	123,59	10,0%
4	139,65	13,0%
5	153,85	10,2%
6	167,7	9,0%
7	181,12	8,0%
8	191,98	6,0%
9	201,58	5,0%
10	210,65	4,5%
11	218,79	3,9%
12	225,22	2,9%

# Momento óptimo de liquidar una inversión

- ¿Conviene vender antes del año 6?

-Si lo vende el año 5 obtendrá como máximo:

$$P_{\text{máximo}} = 201,58 / (1,05)^4 = 165,86$$

Esto es mejor que vender el año 6, ya que en ese caso obtendrá como máximo sólo 174,13 (5% más).

Nota: este ejemplo ocurre en una situación de desequilibrio. En equilibrio el costo de oportunidad del sector forestal = costo oportunidad resto economía.

	Bi	Ki
0	100	
1	105	5,0%
2	112,35	7,0%
3	123,59	10,0%
4	139,65	13,0%
5	153,85	10,2%
6	167,7	9,0%
7	181,12	8,0%
8	191,98	6,0%
9	201,58	5,0%
10	210,65	4,5%
11	218,79	3,9%
12	225,22	2,9%

# Momento óptimo de liquidar una inversión

- ¿Qué pasa si el inversionista puede comprar y vender en cualquier momento al precio  $B_i$ ?

En este caso lo que le conviene al inversionista es comprar las plantaciones en su año 3 y vender el año 4, donde la **TIR marginal es máxima**.

	$B_i$	$K_i$
0	100	
1	105	5,0%
2	112,35	7,0%
3	123,59	10,0%
4	139,65	13,0%
5	153,85	10,2%
6	167,7	9,0%
7	181,12	8,0%
8	191,98	6,0%
9	201,58	5,0%
10	210,65	4,5%
11	218,79	3,9%
12	225,22	2,9%

# Momento óptimo de reemplazo

- La idea es maximizar el BAUE (CAUE si los beneficios no dependen del ciclo de reemplazo)

$$N^* = n / \max_n \{BAUE_n\}$$

# Ejemplo

- Supongamos que la empresa se ve obligada a elegir entre dos máquinas, A y B. Las máquinas tienen un diseño distinto, pero tienen idénticas capacidades y hacen el mismo trabajo. La máquina A cuesta 15.000 y dura tres años. Su costo de funcionamiento es de \$5.000 al año. La máquina B es un modelo “económico” que cuesta únicamente \$10.000, pero que dura dos años y su costo de funcionamiento es de \$6.000 al año. Dado que ambas producen lo mismo, la única manera de elegir es en base a costos.

Máquina	Costos				VAN al 6%
	C0	C1	C2	C3	
A	15	5	5	5	28,37
B	10	6	6		21,00

# Ejemplo

- ¿Se elige B por tener VAN de costos menor? No necesariamente, porque hay que reemplazarla un año antes que A.
- Para resolver el problema, se calcula el Costo Anual Uniforme Equivalente (CAUE) que expresa un perfil de costos irregular en forma de un pago anual uniforme y equivalente en términos de VAN. Para la máquina A:

$$\left\{ CAUE_A = \frac{(1 + 6\%)^3 * 6\%}{(1 + 6\%)^3 - 1} * 28,37 = 10,61 \right\}$$

# Ejemplo

- Para la máquina B:

$$\left\{ CAUE_B = \frac{(1 + 6\%)^2 * 6\%}{(1 + 6\%)^2 - 1} * 21,00 = 11,45 \right\}$$

- Por lo tanto conviene la máquina A, ya que su costo anual equivalente es menor.

# Decisiones de localización

- Se hace una evaluación de VPN marginales, respecto a una situación base. Los principales factores determinantes son:
  - Medios y costos de transporte.
    - Cercanía a puertos (frutas), aeropuertos (flores)
  - Disponibilidad y costo de la mano de obra.
    - Empresas de consultoría, maquilas en México.
  - Cercanía de proveedores y clientes.
    - Plantas de celulosa, madera, hierro, acero. Comercio en general.
  - Factores ambientales.
    - Planta Ralco, Contaminación, Planta Valdivia de Arauco.
  - Costos y disponibilidad de terrenos.
    - Bombas de bencina, barrios industriales.
  - Impuestos e incentivos legales.
    - Restricción anillo Vespuccio, Zonas francas.



# Cartera de proyectos

- **Independientes:** La ejecución de un proyecto no afecta en nada los flujos del otro.
- **Complementariamente dependientes:** Cuando la ejecución de un proyecto afecta positivamente los flujos del otro.
- **Sustitutos:** Cuando la ejecución de un proyecto afecta negativamente a otro.

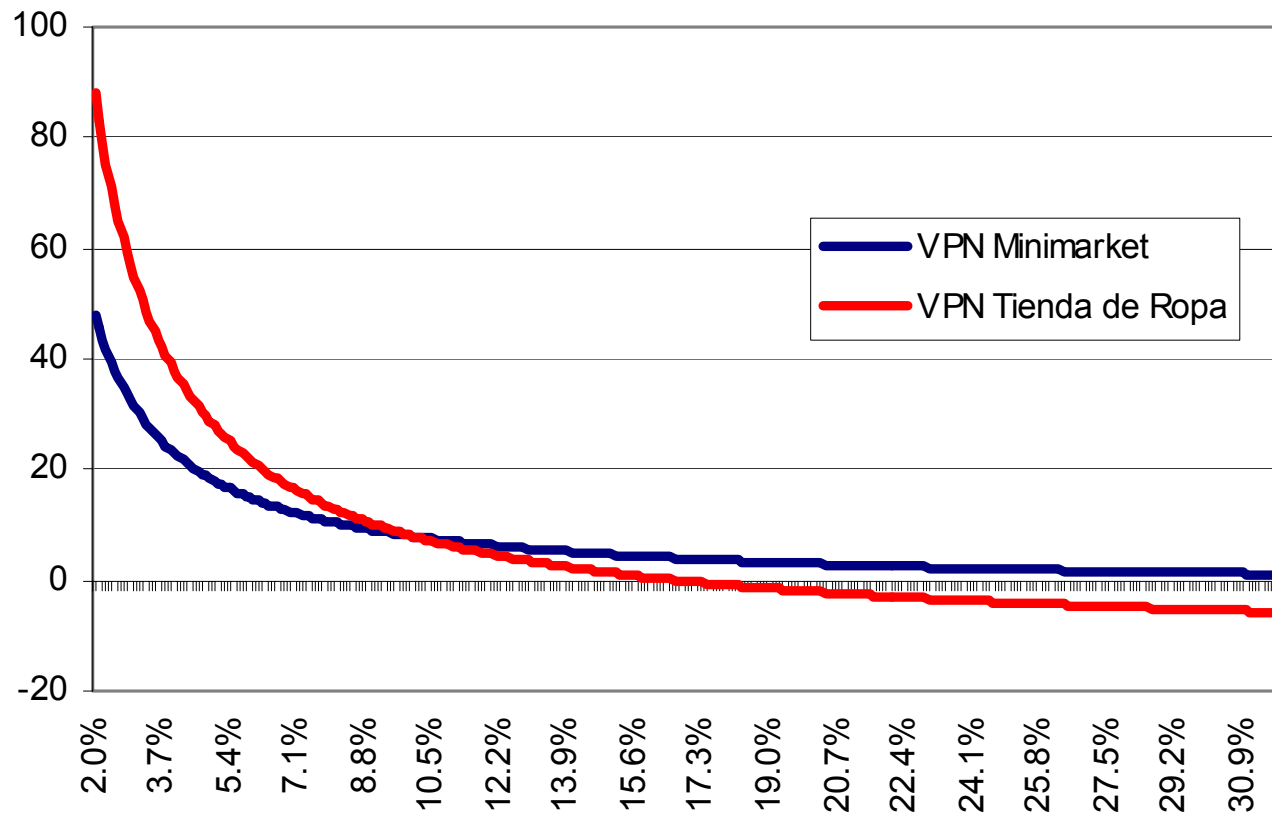
# Cartera de proyectos

- Sin Restricción de capitales
  - Independientes: Realizar todos los proyectos con VPN positivo. Si sobra capital, invertirlo en su costo de oportunidad.
  - Mutuamente excluyentes (sustitutos perfectos): Elegir el de mayor VPN, pero la elección puede depender de la tasa de descuento. La TIR no funciona.

# Ejemplo

- ¿Tienda de ropa o un minimarket?
- El minimarket cuesta \$2 millones, y la tienda de ropa cuesta \$12 millones.
- El minimarket genera \$1 millón al año y la tienda de ropa genera \$2 millones

# Ejemplo



# Cartera de proyectos

- Dependientes: Sean A y B dos proyectos dependientes
  - $VPN(A) > 0$  y B complementario
  - $VPN(A) > 0$  y B sustituto
  - $VPN(A) < 0$  y B sustituto
  - $VPN(A) < 0$  y B complementario

# Cartera de proyectos

- VPN(A) > 0 y B complementario
- Se suma el VPN que B agrega a A en el cálculo de su propio VPN, entonces
$$VPN_B = \Delta VPN_A + VPN(\text{Flujos B})$$
  - Ej: Proyecto de mall (A), complementado con zona de restaurants (B).
  - $VPN_A = 100$  si no se realiza B y  $VPN_A = 110$  si se realiza B.
  - Se realiza B si su VPN (incluyendo los 10) es mayor que cero.

# Cartera de proyectos

- $VPN(A) > 0$  y B sustituto
- Los beneficios que restan al  $VPN(A)$ , se cargan como un costo del proyecto B.
  - Si  $VPN_B + \Delta VPN_A < 0$ , se hace A y no B.
  - Si  $VPN_B + \Delta VPN_A > 0$ , se hace A y B.
  - Si  $\Delta VPN_A > VPN_A$  (o sea B convierte en negativo a A), entonces se carga el VPN que podría haber tenido A a B.
    - Si  $VPN_B$  menos los  $VPN(A)$ , sin hacer B) que se dejó de obtener por no realizar el proyecto A, es positivo, entonces conviene realizar el proyecto B, en caso contrario se realizará el proyecto A. Nunca será conveniente realizar los dos proyectos.

# Cartera de proyectos

- $VPN(A) < 0$  y B sustituto
- Si A no es rentable por si sólo, menos lo será con su sustituto, por lo que A es irrelevante para determinar la factibilidad de B.



# Cartera de proyectos

- VPN (A) < 0 y B complementario
- 1) El aumento de VPN de A no es lo suficiente y VPN de A sigue siendo menor que cero después de realizado B. Como igual no se iba a hacer A, es irrelevante y se evalúa B solo.
- 2) En caso contrario, hay que sumar el VPN(A) al proyecto B. (La alternativa es no realizar A)

# Cartera de proyectos

- **Con Restricción de capitales:  
Proyectos independientes**
  - Seleccionar las inversiones tales que el VPN del conjunto sea máximo.
  - Ejemplo:
    - P1:  $I=10$ ,  $VP=31$ ,  $VPN=20$
    - P2:  $I=5$ ,  $VP=21$ ,  $VPN=15$
    - P3:  $I=5$ ,  $VP=17$ ;  $VPN=12$
  - $IR=VP/I$
  - Restricción \$10.

# Cartera de proyectos

- Criterio: ordenar por VPN → A
- Pero  $VPN(B + C) = 28$ , mejor que A.
- Solución: IR
  - $IR(A) = 3,1$
  - $IR(B) = 4,2$
  - $IR(C) = 3,4$
- B, C, A
- Observación:
  - Cuando la combinación seleccionada según IR no agota todo el capital disponible, se llega a contradicciones (respecto a la última inversión)
  - Se utiliza indicador equivalente al IR denominado IVAN =  $VPN / I$

# Cartera de proyectos

- **Con Restricción de capitales:**  
**Proyectos dependientes**
  - Modelos de optimización (Ej: Programación lineal, no-lineal, etc.)
  - Teoría de carteras de Harry Markowitz.

# Ev. Proyectos tiempo continuo

$$VPN = Fo + \int_{t=t_0}^{t=t_f} f(t)e^{-rt} dt$$

$$VPN(t_f) = \int_{t=t_0}^{t=t_f} BAUE(t_f)e^{-rt} dt$$

# Ev. Proyectos tiempo continuo

- Inversión óptima?

$$VPN(I) = F_0(I) + \int_0^{\infty} F(t, I) e^{-rt} dt$$

$$\frac{\partial VPN(I)}{\partial I} = \frac{\partial F_0(I)}{\partial I} + \int_0^{\infty} \frac{\partial F(t, I)}{\partial I} e^{-rt} dt$$

- Óptimo es cuando

$$\partial VPN(I) / \partial I = 0 \text{ y } \partial^2 VPN(I) / \partial I^2 < 0$$