FI33a: **ELECTROMAGNETISMO** - SECCION 04 - Año 2005
Departamento de Física - FCFM, Universidad de Chile
Prof. H. F. Arellano
Ayudantes: Mauricio Riveros y Jaime Zúñiga

Tema: **HERRAMIENTAS DE CALCULO** Marzo 17, 2005

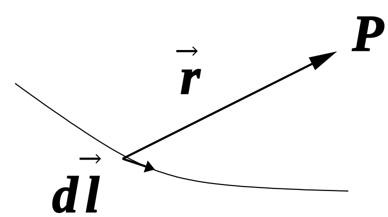
1. Demuestre las dos identidades siguientes:

$$\vec{\nabla}\cdot\left(\frac{\vec{r}-\vec{r}_\circ}{|\vec{r}-\vec{r}_\circ|}\right)=0 \qquad\qquad \vec{\nabla}\cdot(\hat{r})=\frac{2}{r}$$

2. a) Calcule explícitamente, utilizando coordenadas rectangulares y esféricas, $\vec{\nabla}\left(\frac{1}{|\vec{r}-\vec{r}_\circ|}\right)$.
   b) Calcule, en coordenadas cilíndricas, $\vec{\nabla}\times A$ con $\vec{A}=\rho\hat{\phi}$.
   c) Calcule, en coordenadas esféricas, $\vec{\nabla}\cdot\left(\frac{f(r)\cos\theta}{r^2}\hat{r}\right)$.
   d) Verifique que para $\vec{r}\neq\vec{r}_\circ$ se cumple $\nabla^2\left(\frac{1}{|\vec{r}-\vec{r}_\circ|}\right)=0$

3. Calcule $\iint\limits_{\Sigma}\vec{J}\cdot d\vec{S}$ explícitamente sobre una superficie cilíndrica Σ de tapas de área πR^2 y altura h. En este caso $\vec{J}=J_\circ\exp(-\lambda z)\hat{z}$, con $\hat{z}$ en la dirección del eje del cilindro. La base del cilindro se ubica en $z=0$. Verifique su resultado utilizando el teorema de Gauss.

4. El vector campo magnético $\vec{B}$ es una cantidad física determinada por corrientes eléctricas que generalmente recorren un circuito. Si una corriente I pasa por un cable de trayectoria C, entonces el campo $\vec{B}$ en P está dado por



$$\vec{B}_P=\frac{\mu_\circ I}{4\pi}\int_C\frac{d\vec{\ell}\times\vec{r}}{r^3}$$

con $\vec{r}$ el vector que une el elemento $d\vec{\ell}$ con el punto P.

   a) Calcule el campo $\vec{B}$ en P cuando C es una recta de extensión infinita. La recta se ubica a una distancia ρ de P.
   b) Verifique que en coordenadas cilíndricas $\vec{B}$ puede ser expresado por

$$\vec{B}=\frac{\mu_\circ I}{2\pi\rho}\hat{\phi}$$

   c) Verifique que $\vec{\nabla}\cdot\vec{B}=0$ y que $\vec{\nabla}\times\vec{B}=0$.
   d) Calcule $\vec{B}$ cuando C corresponde a una circunferencia de radio R centrada en P.

5. a) Resuelva $\nabla^2 V=0$ en coordenadas esféricas suponiendo que $V=V(r)$, vale decir, V no depende de θ ni ϕ. Considere además $V(r=a)=V_a$ y $V(r=b)=V_b$.
   b) Resuelva $\nabla^2 V=0$ en coordenadas cilíndricas suponiendo que $V=V(\rho)$, vale decir, V no depende de ϕ ni z. Considere además $V(\rho=a)=V_a$ y $V(\rho=b)=V_b$.