FI 22A CONTROL N° 1 Secc. 02 14/04/2005

1. a) El número medio de choques de partículas con velocidades entre $v$ y $v+dv$ que chocan ~~con dA en dt~~ por unidad de área y unidad de tiempo es:

1,5 $$\boxed{dN = \frac{1}{4} v\, dn_v} = \frac{1}{4} v \cdot 4\pi n \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2} v^2 e^{-\frac{mv^2}{2kT}} dv$$

$$\therefore \boxed{dN = \pi n \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2} v^3 e^{-\frac{mv^2}{2kT}} dv} \quad (1)$$

b) Integrando (1) sobre todas las velocidades:

$$N = \pi n \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2} \int_0^\infty v^3 e^{-\frac{mv^2}{2kT}} dv$$

1,0 $$= \pi n \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2} \frac{(2kT)^2}{2m^2}$$

$$\therefore N = \frac{n}{2}\sqrt{\frac{2kT}{\pi m}} = \frac{1}{4} n \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}} \quad (2)$$

c) De (2): $n = 2N \left(\frac{\pi m}{2kT}\right)^{1/2}$

Eliminando $n$ con (1):

10 $$\boxed{dN_v = \frac{2m^2}{(2kT)^2} N v^3 e^{-\frac{mv^2}{2kT}} dv} \quad (3)$$

d) $$v_m = \int v \frac{dN_v}{N}$$

$$= \frac{2m^2}{(2kT)^2} \int_0^\infty v^4 e^{-\frac{mv^2}{2kT}} dv$$

10 $$= \frac{2m^2}{(2kT)^2} \cdot \frac{3}{8} \left[\pi \frac{(2kT)^5}{m^5}\right]^{1/2}$$

$$\therefore \boxed{v_m = \frac{3}{4}\sqrt{\frac{2\pi kT}{m}}}$$

Análogamente:

$$v_{cm}^2 = \int v^2 \frac{dN_v}{N}$$

$$= \frac{2m^2}{(2kT)^2} \int_0^\infty v^5 e^{-\frac{mv^2}{2kT}} dv$$

$$= \frac{2\cancel{m^2}}{(2kT)^2} \cdot \frac{(2kT)^3}{m^{\cancel{3}\,1}}$$

$$\therefore \boxed{v_{cm} = \sqrt{\frac{4kT}{m}}}$$

e) $$\langle \epsilon \rangle = \langle \tfrac{1}{2} m v_{cm}^2 \rangle = \tfrac{1}{2}\cancel{m} \frac{4kT}{\cancel{m}} = 2kT$$

1,5