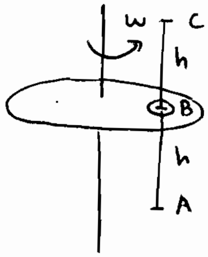
Solución Control 1 FI10B año 2004

P1)



$\downarrow \vec{g}$

Datos: h

¿w?

entre B y C: $v_f^2 - v_i^2 = 2a\Delta d$

$\Rightarrow \quad 0 - v_B^2 = 2(-g)h$

$\Rightarrow \quad v_B^2 = 2gh$ vel. con que la partícula pasa por el orificio

tiempo $B \to C \to B$: $y_f = y_i + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$

$\Rightarrow \quad 0 = 0 + v_B t^* + \frac{1}{2}(-g) t^{*2}$

$\Rightarrow \quad t^* = \frac{2 v_B}{g}$

pero además, t^* es el tiempo que demora el disco en dar una vuelta $= \frac{2\pi}{w}$ (pues $w = \frac{2\pi}{T}$ ← período)

$\Rightarrow \quad \frac{\cancel{2} v_B}{g} = \frac{\cancel{2}\pi}{w}$

$\Rightarrow \quad w = \frac{g\pi}{v_B} = \frac{g\pi}{\sqrt{2gh}}$

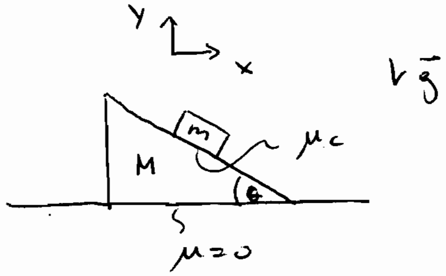
$\Rightarrow \quad \boxed{w = \pi\sqrt{\frac{g}{2h}}}$

Ahora, entre A y B: $v_f^2 - v_i^2 = 2a\Delta d$

$\Rightarrow \quad \underbrace{v_B^2}_{2gh} - v_A^2 = 2(-g)h$

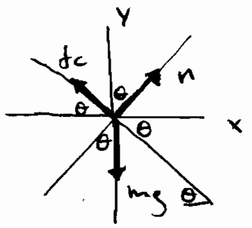
$\Rightarrow \quad \boxed{v_A^2 = 4gh = v_0^2}$

P2]

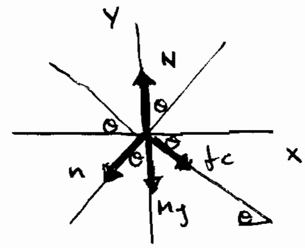


Datos: M, m, μ_c, θ

(a) DCL m



DCL M



(b) Piden las ecuaciones de movimiento ($F = ma$). No es necesario despejar las aceleraciones en función de los datos.

Para m:

$\hat{x}$) $n \sin\theta - \underbrace{f_c}_{\mu_c n} \cos\theta = m\, a_{mx}$ (1)

$\hat{y}$) $\underbrace{f_c}_{\mu_c n} \sin\theta + n\cos\theta - mg = m\, a_{my}$ (2)

Para M:

$\hat{x}$) $\underbrace{f_c}_{\mu_c n} \cos\theta - n\sin\theta = M\, a_{Mx}$ (3)

$\hat{y}$) $N - n\cos\theta - \underbrace{f_c}_{\mu_c n} \sin\theta = 0$ (4)

(c) (1) $\Rightarrow$ $a_{mx} = \dfrac{n}{m}(\sin\theta - \mu_c\cos\theta)$

(3) $\Rightarrow$ $a_{Mx} = \dfrac{n}{M}(\mu_c\cos\theta - \sin\theta)$

Para calcular la velocidad: $v = v_0 + at$

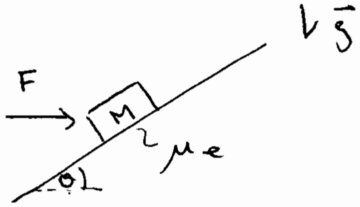
$$\Rightarrow \quad v_{mx} = 0 + \frac{n}{m}(\sin\theta - \mu_c \cos\theta)$$

$$y \quad v_{Mx} = 0 + \frac{n}{M}(\mu_c \cos\theta - \sin\theta)$$

Entonces,

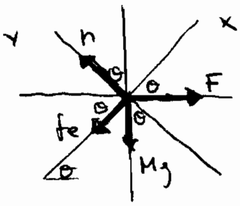
$$\boxed{\left| \frac{v_{mx}}{v_{Mx}} \right| = \frac{M}{m}}$$

P3]



Datos: $M, \theta, F = Mg, \mu_e$

(a)



$\hat{x})$ $F\cos\theta - f_e - Mg\sin\theta = 0$

$$\Rightarrow f_e = \underbrace{F}_{Mg}\cos\theta - Mg\sin\theta$$

$$\Rightarrow \boxed{f_e = Mg(\cos\theta - \sin\theta)} \quad (1)$$

Nota: Se consideró que $f_e = |\vec{f_e}| > 0$, por lo tanto, (1) es válido sólo para $\theta \in [0, \pi/4]$. Si $\theta \in [\pi/4, \pi/2]$

$\Rightarrow f_e = Mg(\sin\theta - \cos\theta)$ ($\vec{F_e}$ cambia de sentido)

$\hat{y})$ $n - Mg\cos\theta - F\sin\theta = 0$

$$\Rightarrow n = Mg\cos\theta + F\sin\theta$$

$$\Rightarrow \boxed{n = Mg(\cos\theta + \sin\theta)} \quad (2)$$

(b) $f_e \leq \mu_e n$

Si $\theta \in [0, \pi/4]$ $\quad f_e = Mg(\cos\theta - \sin\theta)$

$$\Rightarrow \cancel{Mg}(\cos\theta - \sin\theta) \leq \mu_e \cancel{Mg}(\cos\theta + \sin\theta)$$

$$\Rightarrow \tan\theta \geq \frac{1-\mu_e}{1+\mu_e}$$

Si $\theta \in [\pi/4, \pi/2]$ $\quad f_e = Mg(\sin\theta - \cos\theta)$

$$\Rightarrow \cancel{Mg}(\sin\theta - \cos\theta) \leq \mu_e \cancel{Mg}(\cos\theta + \sin\theta)$$

$$\Rightarrow \tan\theta \leq \frac{1+\mu_e}{1-\mu_e}$$

Entonces,

$$\boxed{\frac{1-\mu_e}{1+\mu_e} \leq \tan\theta \leq \frac{1+\mu_e}{1-\mu_e}}$$