

**TEMA 7**  
**ANEXO D**  
**ACUIFERO NO CONFINADO CON RESPUESTA GRAVITACIONAL RETARDADA**

**CI51J Hidráulica de Aguas Subterráneas y Su Aprovechamiento**

Profesor C. Espinoza

Semestre Otoño 2005

## **1. INTRODUCCION**

Este documento presenta en forma resumida diversos aspectos relacionados con la respuesta gravitacional retardada de un acuífero libre, afectado por la operación de un pozo de bombeo que extrae un caudal constante  $Q$ .

El flujo transiente hacia un pozo en un acuífero libre, con una respuesta retardada al bombeo, fue primero analizado por Boulton (1954a y b). Basado en su teoría, comúnmente llamada método de Boulton, una metodología aproximada para el análisis del descenso en pozos de bombeo y observación, usando curvas tipo, puede ser encontrada en la mayoría de los textos sobre aguas subterráneas. Existen diferentes simplificaciones y soluciones gráficas que han sido introducidas al método original por varios autores, incluyendo Boulton (e.g., Stallman, 1961a, 1961b, 1963, 1965; Boulton, 1963, 1970; Prickett, 1965; Boulton and Pontin, 1971; Neuman, 1972, 1975).

El método de Neuman es la metodología más comúnmente utilizada para determinar los parámetros hidrogeológicos de un acuífero libre anisotrópico con respuesta retardada al bombeo desde datos de descensos en una prueba de bombeo. A partir de este análisis se puede obtener la transmisibilidad, la conductividad hidráulica horizontal y vertical, el coeficiente de almacenamiento elástico y el almacenamiento específico.

## **2. ASPECTOS GENERALES**

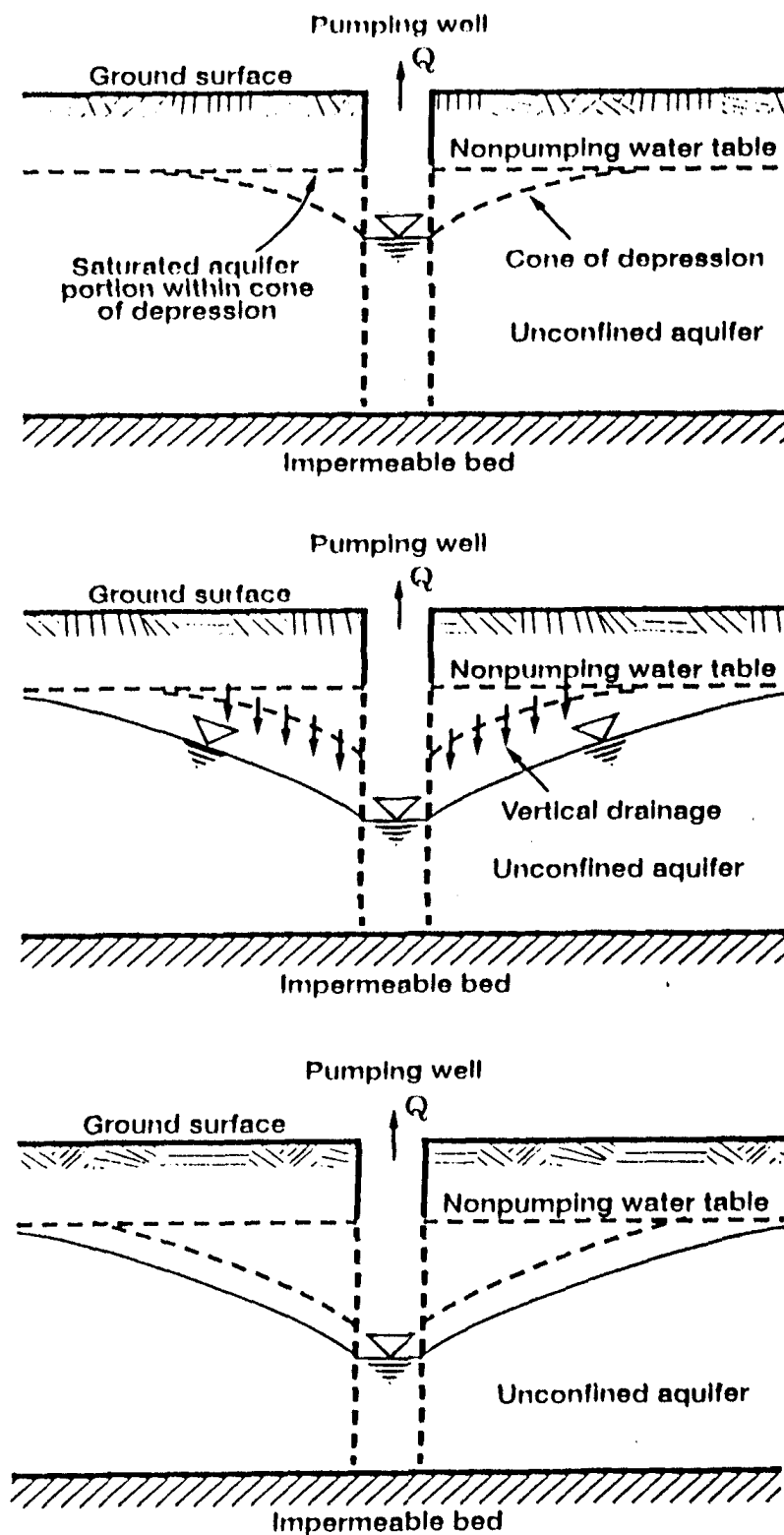
Un pozo que bombea desde un acuífero libre extrae agua mediante dos mecanismos:

- disminución de presión libera agua por almacenamiento elástico y,
- drenaje gravitacional desde los sedimentos que conforman el medio poroso.

Para comprender el proceso de liberación de agua desde un acuífero no confinado o libre se debe separar en tres fases o etapas, las que se esquematizan en la Figura 1.

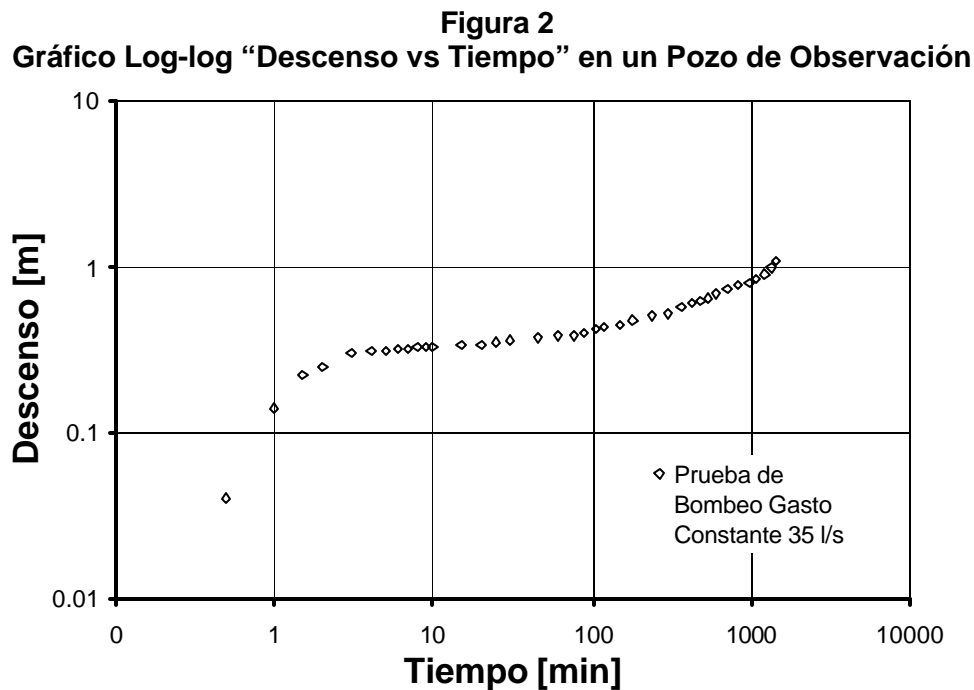
En la primera etapa existe una disminución de presión, con lo cual el sistema acuífero se comporta como un sistema confinado en el cual la liberación de agua se produce por almacenamiento elástico. En esta etapa el flujo hacia el pozo es horizontal y su comportamiento, en términos de depresión a través del tiempo, puede ser descrito por la solución de Theis. En la segunda etapa el nivel freático disminuye (comienza a descender), con lo cual el agua se libera por drenaje gravitacional. En este caso la tasa de descenso del nivel freático va a estar definida por la relación entre las conductividades vertical y horizontal. Finalmente, en la tercera etapa se tiene nuevamente un flujo horizontal, con lo cual la relación depresión-tiempo obedece una curva tipo Theis pero con el coeficiente de almacenamiento  $S$  igual a la capacidad específica,  $S_y$ .

Figura 1  
Etapas en el Vaciamiento de un Acuífero Libre



La respuesta de acuíferos libres a una prueba de bombeo es considerablemente diferente a la respuesta de acuíferos confinados. Una de las suposiciones de Theis en la derivación de la ecuación de pozo en un acuífero confinado es que el agua es sacada desde el almacenamiento instantáneamente, con una disminución en la carga hidráulica. Aunque esta suposición, para fines prácticos, puede ser considerada “bastante cierta” para la mayoría de los acuíferos confinados, no es aceptable para la mayoría de los acuíferos libres debido a un retraso en la liberación de agua desde el almacenamiento. Este retraso es causado por drenaje gravitacional tardío del medio poroso dentro del cono de depresión y sobre la superficie de la carga hidráulica, especialmente al comienzo del bombeo. Como resultado, el coeficiente de almacenamiento determinado desde los primeros datos de descenso usando la expresión de Theis será subestimada.

Un valor más real del coeficiente de almacenamiento es obtenido desde datos de descenso tardíos cuando el cono de depresión se propaga a una tasa más baja y el drenaje por gravedad llega a un equilibrio con otras influencias del bombeo. La Figura 2 muestra la típica respuesta retardada de una prueba de bombeo de un acuífero libre.



El gráfico log-log de descensos versus tiempo en la Figura 2 indica tres segmentos diferentes como resultado de la respuesta retardada del acuífero:

- El segmento inicial, que en nuestro caso representa los primeros 4 a 5 minutos de bombeo, muestra un rápido descenso similar a condiciones de confinamiento. Casi toda el agua que abastece al pozo llega desde el almacenamiento del acuífero en la zona saturada. El agua gravitacional sobre la carga hidráulica dentro del cono de depresión aún no alcanza la zona saturada. El coeficiente de almacenamiento durante esta etapa es asociado a un acuífero confinado del mismo material poroso que el acuífero libre.

- El segmento intermedio, entre 5 y aproximadamente 100 minutos, es una curva subhorizontal (achatada) que indica que el agua gravitacional está alcanzando la zona saturada, pero aún no está en equilibrio con el flujo saturado.
- El tercer segmento (datos tardíos) representa un equilibrio entre el drenaje gravitacional y el flujo saturado cuando cesa la respuesta retardada. Durante este tercer periodo de la prueba de bombeo, las propiedades de almacenamiento son aquellas de un verdadero acuífero libre y se denomina capacidad específica.

### 3. SOLUCION DE NEUMANN (1975)

La solución analítica del problema anterior fue abordada por Neuman (1975) quién utiliza las siguientes hipótesis:

- Acuífero es no confinado
- La zona no saturada no tiene influencia sobre el descenso del nivel freático
- El agua que es bombeada al inicio proviene de una liberación instantánea desde almacenamiento elástico.
- Al final del proceso el agua viene desde el drenaje de poros interconectados.
- El descenso es despreciable comparado con el espesor saturado del acuífero.
- La capacidad específica,  $S_y$ , es al menos diez veces mayor que la capacidad de almacenamiento elástica,  $S_b$ .

El flujo de agua, en un acuífero no confinado, hacia un pozo de bombeo puede ser descrito por la siguiente ecuación:

$$K_r \cdot \frac{\partial^2 h}{\partial r^2} + \frac{K_r}{r} \cdot \frac{\partial h}{\partial r} + K_z \cdot \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} = S_s \cdot \frac{\partial h}{\partial t} \quad (1)$$

donde  $z$  es la elevación sobre la base del acuífero,  $K_r$  es la conductividad en la dirección radial,  $K_z$  es la conductividad en la dirección vertical, y  $S_s$  es el almacenamiento específico. La Figura 3 muestra gráficamente la solución de Neuman.

Con los supuestos anteriores la solución de Neuman es la siguiente:

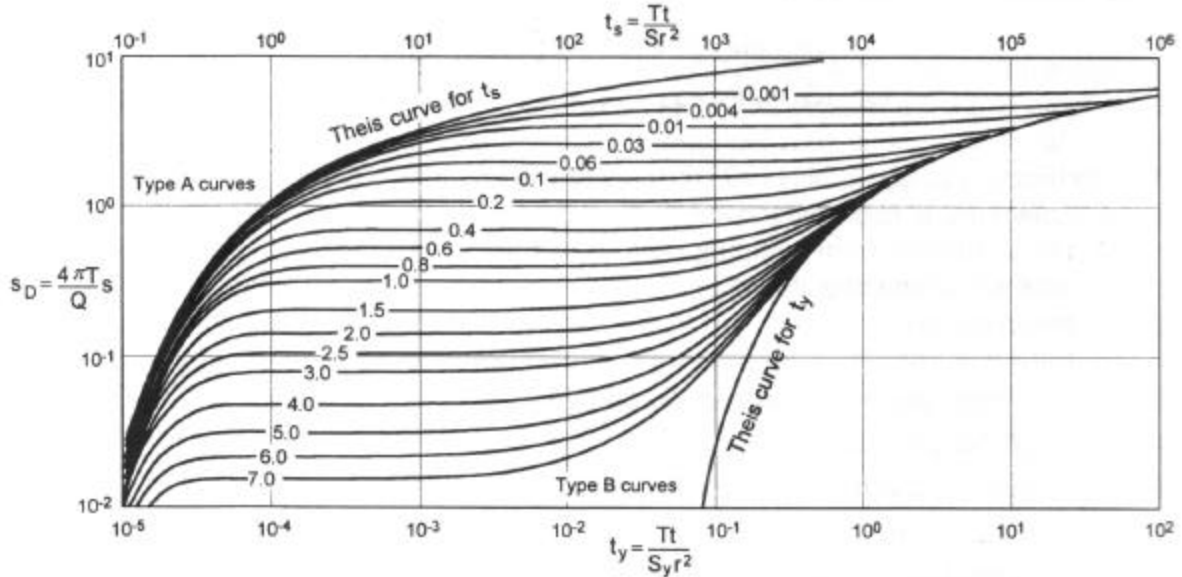
$$s(r, t) = \frac{Q}{4 \cdot p \cdot T} \cdot \int_0^\infty 4 \cdot y \cdot J_0(y \cdot \sqrt{b}) \cdot \left( u_0(y) + \sum_{n=1}^\infty u_n(y) \right) dy \quad (2)$$

donde:

$$u_0(y) = \frac{1 - \exp(-t_s \cdot b \cdot (y^2 - g_0^2))}{y^2 + (1 + s) \cdot g_0^2 - [(y^2 - g_0^2)^2 / s]} \cdot \frac{\tanh(g_0)}{g_0} \quad (2a)$$

$$u_n(y) = \frac{1 - \exp(-t_s \cdot b \cdot (y^2 + g_n^2))}{y^2 - (1 + s) \cdot g_n^2 - [(y^2 + g_n^2)^2 / s]} \cdot \frac{\tanh(g_n)}{g_n} \quad (2b)$$

**Figura 3**  
**Solución de Neuman para Acuífero Libre**



y los términos  $g_0$  y  $g_n$  son las raíces de las siguientes ecuaciones:

$$s \cdot g_0 \cdot \sinh(g_0) - (y^2 - g_0^2) \cdot \cosh(g_0) = 0 \quad (2c)$$

para  $g_0^2 < y^2$

y

$$s \cdot g_n \cdot \sin(g_n) + (y^2 + g_n^2) \cdot \cos(g_n) = 0 \quad (2d)$$

para  $(2 \cdot n - 1) \cdot \frac{p}{2} < y_n < n \cdot p$ , y  $n > 1$

con:

y es una variable definida como:

$K_D$  es el grado de anisotropía:

$b$  es un parámetro adimensional

$s$  es un parámetro adimensional

$r$  es la distancia entre el pozo de bombeo y el de observación

$t$  es el tiempo de bombeo

$Q$  es la tasa o caudal de bombeo

$$y = x \cdot \sqrt{K_D}$$

$$K_D = K_z / K_r$$

$$b = K_D \cdot r^2 / h_0^2$$

$$s = S / S_y$$

$T$  es la transmisibilidad

$K_z$  es la conductividad hidráulica vertical

$K_r$  es la conductividad hidráulica horizontal

$h_0$  es el espesor saturado inicial del acuífero

$S$  es el coeficiente de almacenamiento

$$S = S_s \cdot h_0$$

$S_s$  es el coeficiente de almacenamiento elástico

$S_y$  es el rendimiento específico del acuífero

La ecuación (2) está expresada en términos de diversos parámetros adimensionales. Por ejemplo,  $t_s$  es un tiempo adimensional que depende del almacenamiento elástico (en datos de descenso temprano domina  $S$ ),

$$t_s = \frac{T \cdot t}{S \cdot r^2} \quad (3)$$

mientras que  $t_y$  es un tiempo adimensional con respecto al almacenamiento específico (en datos de descenso tardío domina  $S_y$ ):

$$t_y = \frac{T \cdot t}{S_y \cdot r^2} \quad (4)$$

El descenso adimensional de la curva tipo se expresa en función de la transmisibilidad del acuífero ( $T$ ), el caudal de la prueba de bombeo ( $Q$ ) y el descenso en el pozo de observación ( $s$ ).

$$s_D = \frac{4 \cdot p \cdot T}{Q} \cdot s \quad (5)$$

El parámetro  $\beta$ , que representa a las familias de curvas en la Figura 3, está en función de los parámetros  $K_D$  (grado de anisotropía),  $r$  (distancia entre el pozo de observación y el pozo de bombeo) y  $h_0$  (espesor saturado inicial del acuífero).

$$\beta = \frac{K_D \cdot r^2}{h_0^2} \quad (6)$$

El grado de anisotropía está dado por la razón entre la conductividad hidráulica vertical ( $K_z$ ) y horizontal ( $K_r$ ).

$$K_D = \frac{K_z}{K_r} \quad (7)$$

En forma resumida la solución de Neuman puede ser escrita como:

$$s(r, t) = h_0 - h(r, t) = \frac{Q}{4 \cdot p \cdot T} W(u_A, u_B, \Gamma) \quad (8)$$

donde  $W(u_A, u_B, G)$  es la *Función de Pozo* para un sistema no confinado, cuya forma numérica se entrega en el Anexo A2. Los valores de  $u_A$ ,  $u_B$  y  $G$  son los siguientes:

$$u_A = \frac{r^2 \cdot S}{4 \cdot T \cdot t} = \frac{1}{4 \cdot t_s} \quad \text{para el descenso inicial o de corto plazo} \quad (8a)$$

$$u_B = \frac{r^2 \cdot S_Y}{4 \cdot T \cdot t} = \frac{1}{4 \cdot t_Y} \quad \text{para el descenso final o de largo plazo} \quad (8b)$$

$$\Gamma = \frac{r^2 \cdot K_z}{h_0^2 \cdot K_r} = b \quad (8c)$$

donde  $h_0$  es el espesor saturado inicial.

#### 4. CORRECCION DE JACOB

La ecuación de Theis, con todas sus suposiciones, fue derivada directamente para un acuífero confinado.

En general, si el descenso en el pozo de monitoreo no excede el 25% del espesor saturado, la expresión de Theis puede ser aplicada para acuíferos libres con un cierto ajuste.

Para descensos que sean menores que 10% del espesor del acuífero antes del bombeo, no es necesario ajustar los datos registrados puesto que los errores introducidos por el uso de la ecuación de Theis son pequeños.

Cuando el descenso está entre un 10 y 25%, es recomendable corregir los valores medidos usando la siguiente expresión derivada por Jacob (1963):

$$s' = s - \frac{s^2}{2 \cdot h_0} \quad (9)$$

donde

$s'$  es el descenso corregido,  
 $s$  es el descenso medido en el pozo de monitoreo,  
 $h_0$  es el espesor saturado del acuífero libre antes de que el bombeo comience.

Esta corrección es necesaria ya que la transmisibilidad del acuífero cambia durante la prueba puesto que el espesor saturado decrece (Recordar que para acuíferos confinados,  $T = K \cdot h_0$ , donde  $h_0$  es el espesor saturado).

Si el descenso en un pozo de monitoreo es mayor que 25%, la ecuación de Theis no debería ser usada en el análisis del acuífero.

## 5. MÉTODO DE NEUMAN

Durante el bombeo desde un pozo totalmente penetrante, el descenso en un pozo de observación totalmente penetrante a una distancia  $r$  y un tiempo  $t$ , fue determinado por Neuman (1975) generando una familia de curvas adimensionales.

El gráfico que se muestra en la Figura 3 consiste de dos familias de curvas combinadas: Las curvas tipo A se ubican a la izquierda del área central del gráfico, y las curvas tipo B se ubican a la derecha. Las curvas son trazadas para distintos valores del parámetro adimensional  $\beta$ , tiempos adimensionales  $t_s$  y  $t_y$ , y del descenso adimensional  $s_D$ , que se describen en las expresiones (3), (4) y (5), respectivamente.

Notar que las curvas tipo A son usada para datos de descensos tempranos o iniciales y corresponde a la escala superior expresada en términos de  $t_s$  (almacenamiento elástico es dominante). Las curvas tipo B están pensadas para el uso de datos de descensos tardíos cuando el almacenamiento específico es dominante (debido a condiciones libres sin respuesta retardada). Estos corresponden a la escala inferior expresada en términos de  $S_y$ .

El procedimiento para el cálculo de los parámetros hidrogeológicos es el siguiente:

- Trazar gráfico log-log “Descensos versus Tiempo” con la misma escala de ciclos logarítmicos que el gráfico de curvas tipo (ver Figura 4).
- Superponer la curva de datos sobre la curva tipo B y mantener los ejes de ambos gráficos paralelos, ajustando la mayor cantidad de datos de descensos tardíos a la curva  $\beta$ .
- Elegir un mach point cualquiera en los dos gráficos traslapados y leer las cuatro coordenadas siguiente:  $s_D$  y  $t_y$  desde el gráfico tipo,  $s$  y  $t$  desde el gráfico de datos. Se recomienda elegir valores redondeados para  $s_D$  y  $t_y$  para facilitar los cálculos. En nuestro caso las coordenadas “B” son:

$$\begin{aligned}s_D &= 1 \\ t_y &= 1 \\ s &= 0.85 \text{ m} \\ t &= 1200 \text{ min}\end{aligned}$$

El mejor ajuste es para la curva  $\beta = 0.8$ . El punto de ajuste (Match Point) es elegido convenientemente ( $s_D = 1$  y  $t_y = 1$ ) donde ambos gráficos se superponen. Notar que la coordenada  $t_y$  es leída en el eje inferior del gráfico tipo.

- Calcular la transmisibilidad usando la expresión (10).

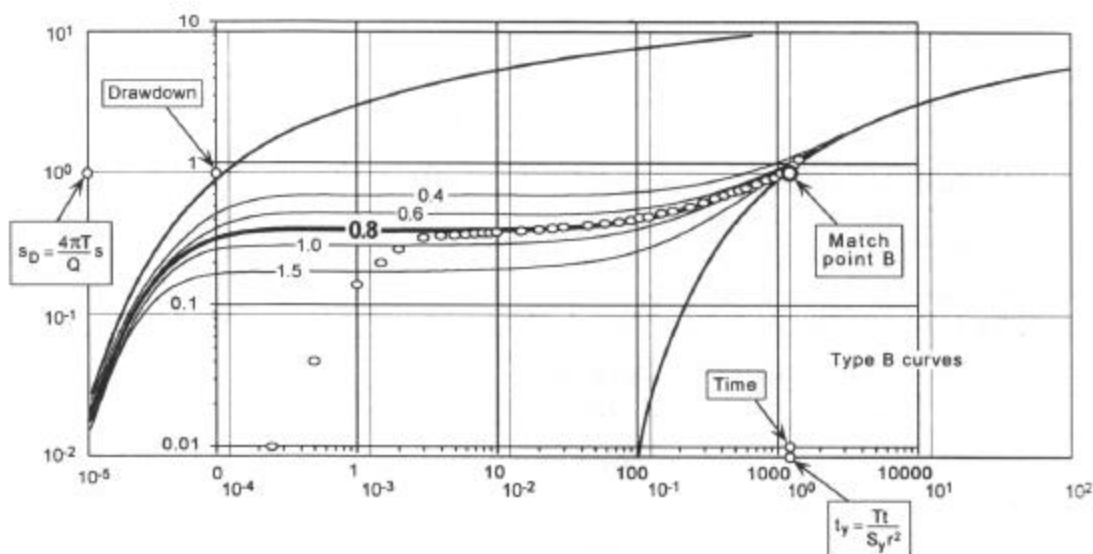
$$T = \frac{Q \cdot s_D}{4 \cdot p \cdot s} \quad (10)$$

Para este caso, se tiene:

$$T = \frac{0.035 \left[ \frac{\text{m}^3}{\text{s}} \right] \cdot 1}{4 \cdot \pi \cdot 0.85 \left[ \text{m} \right]} \Rightarrow T = 3.28 \cdot 10^{-3} \left[ \text{m}^2 / \text{s} \right] = 283 \left[ \text{m}^2 / \text{dia} \right]$$



**Figura 4**  
**Ajuste de datos de descenso tardío a la curva tipo B**



- Calcular el almacenamiento específico desde la expresión (11).

$$S_y = \frac{T \cdot t}{t_y \cdot r^2} \quad (11)$$

Para este caso:

$$S_y = \frac{3.28 \cdot 10^{-3} [m^2/s] \cdot 1200 \cdot 60 [s]}{1 \cdot (31 [m])^2} \Rightarrow S_y = 0.246$$

La curva debe tener el mismo valor de  $\beta$  como el ajuste previo a la curva tipo B (En nuestro caso 0.8). El match point es otra vez elegido convenientemente ( $s_D = 1$  y  $t_s = 1$ ) donde ambos gráficos se superponen. Notar que la coordenada  $t_s$  es leída en el eje superior del gráfico tipo.

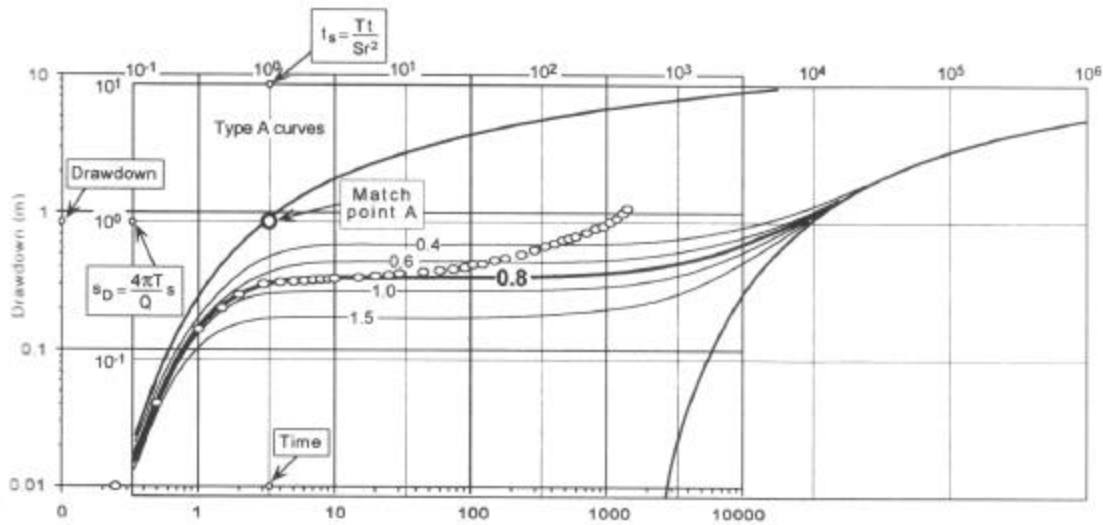
- Traslapar los datos tempranos de la curva y la curva tipo A manteniendo el mismo valor de  $\beta$  como la curva B (0.8 en este caso). Mientras trata de ajustar la mayor cantidad de datos posible a la curva tipo A, manteniendo los ejes de ambos gráficos paralelos. (Ver Figura 5).

Notar que ya que los datos han sido ajustados a la misma curva  $\beta$ , el gráfico debería moverse solo en la dirección horizontal.

- Elegir un mach point cualquiera en los dos gráficos traslapados y leer las cuatro coordenadas siguiente:  $s_D$  y  $t_s$  desde el gráfico tipo,  $s$  y  $t$  desde el gráfico de datos. De nuevo se recomienda elegir valores redondeados para  $s_D$  y  $t_s$  para facilitar los cálculos. Las coordenadas "A" son:

$$\begin{aligned} s_D &= 1 \\ t_s &= 1 \\ s &= 0.85 \text{ m} \\ t &= 33 \text{ min} \end{aligned}$$

**Figura 5**  
**Ajuste de datos de descenso iniciales a la curva tipo A**



- Calcular la transmisibilidad usando la expresión (11). Este valor debería ser el mismo que el calculado con los datos tardíos.

$$T = \frac{0.035 [m^3/s] \cdot 1}{4 \cdot \pi \cdot 0.85 [m]} \Rightarrow T = 3.28 \cdot 10^{-3} [m^2/s] = 283 [m^2/dia]$$

- Calcular el coeficiente de almacenamiento elástico usando la expresión la expresión (12).

$$S = \frac{T \cdot t}{t_s \cdot r^2} \quad (12)$$

Para este caso:

$$S = \frac{3.28 \cdot 10^{-3} [m^2/s] \cdot 3.3 \cdot 60 [s]}{1 \cdot (31 [m])^2} \Rightarrow S = 0.00068$$

- Encontrar la conductividad hidráulica, conocido el espesor medio del acuífero ( $h_0 = 24$  m) y el cálculo previo de la transmisibilidad.

$$K_r = \frac{T}{b} \quad (13)$$

$$K_r = \frac{3.28 \cdot 10^{-3} [m^2/s]}{24 [m]} \Rightarrow K_r = 1.37 \cdot 10^{-4} [m/s] = 11.8 [m/dia]$$

- Encontrar el grado de anisotropía ( $K_D$ ) que es necesario para calcular la conductividad hidráulica vertical, a partir de la expresión (14).

$$K_D = \frac{b \cdot h_0^2}{r^2} \quad (14)$$

$$K_D = \frac{0.8 \cdot (24 [m])^2}{(31 [m])^2} \Rightarrow K_D = 0.48$$

- Y finalmente, se encuentra la conductividad hidráulica vertical a partir de la expresión (15):

$$K_z = K_D \cdot K_r \quad (15)$$

$$K_z = 0.48 \cdot 1.37 \cdot 10^{-4} [m/s] \Rightarrow K_r = 6.58 \cdot 10^{-5} [m/s] = 5.7 [m/dia]$$

Si el espesor saturado del acuífero disminuye más que 10% durante la prueba, Neuman (1975) recomienda que los descensos registrados debieran ser corregidos usando la fórmula de Jacob (expresión (9)) sólo para los datos tardíos. La corrección de los descensos tempranos conduciría a resultados erróneos ya que la respuesta del acuífero al bombeo es principalmente debido a las propiedades elásticas del medio poroso y agua (el almacenamiento elástico es predominante).

## 6. ANALISIS EN PROGRAMA AQUIFER TEST

En el programa Aquifer Test, que permite analizar pruebas de bombeo, se utiliza el método de Neuman en el análisis de los datos registrados en un acuífero libre, con espesor saturado inicial promedio de 24 m. La prueba de bombeo se realizó a gasto constante de 35 l/s durante 24 horas, en un pozo totalmente penetrante. Los descensos registrados en el pozo de monitoreo ubicado a 31 m del pozo de bombeo se muestran en la Tabla 1 y Figura 5.

**Tabla 1**  
**Registros de descensos en el pozo de monitoreo a 31m del pozo de bombeo**

Tiempo [min]	Descenso [m]	Tiempo [min]	Descenso [m]	Tiempo [min]	Descenso [m]
0.25	0.00	15	0.34	300	0.53
0.5	0.04	20	0.34	360	0.57
1.0	0.14	25	0.35	420	0.60
1.5	0.22	30	0.36	480	0.63
2.0	0.25	45	0.37	540	0.65
3.0	0.30	60	0.38	600	0.68
4.0	0.31	75	0.39	720	0.72
5.0	0.31	90	0.40	840	0.77
6.0	0.32	105	0.42	960	0.80
7.0	0.32	120	0.43	1080	0.86
8.0	0.33	150	0.45	1200	0.91
9.0	0.33	180	0.47	1320	0.99
10.0	0.33	240	0.50	1440	1.08

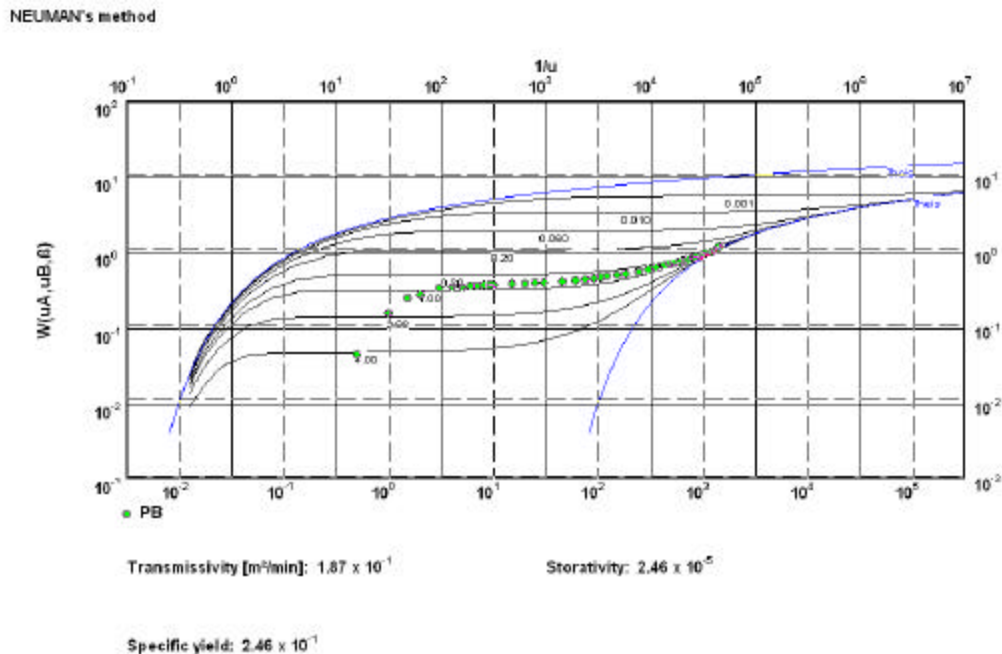
En la Figura 6 se muestra el resultado del ajuste de los datos tardíos a las curvas tipo B en el programa Aquifer Test, donde se ajusta la transmisibilidad y el almacenamiento específico. Los resultados obtenidos son:

$$T = 1.87 \cdot 10^{-1} [m^2 / min] = 3.12 \cdot 10^{-3} [m^2 / s] = 269 [m^2 / dia]$$

y

$$S_y = 0.246$$

**Figura 6**  
**Ajuste de datos de descenso tardío en curvas tipo B, Aquifer Test.**



En la Figura 7 se muestra el resultado del ajuste de los datos tempranos a las curvas tipo A en el programa Aquifer Test, obteniendo los parámetros de la transmisibilidad y el coeficiente de almacenamiento elástico. En este ajuste, el punto de partida es la Figura 6 y posteriormente se mueven los datos en forma horizontal hacia la izquierda hasta ajustar los datos tempranos a la curva tipo A.

Este movimiento horizontal mantiene constante la transmisibilidad del acuífero. Los resultados obtenidos son:

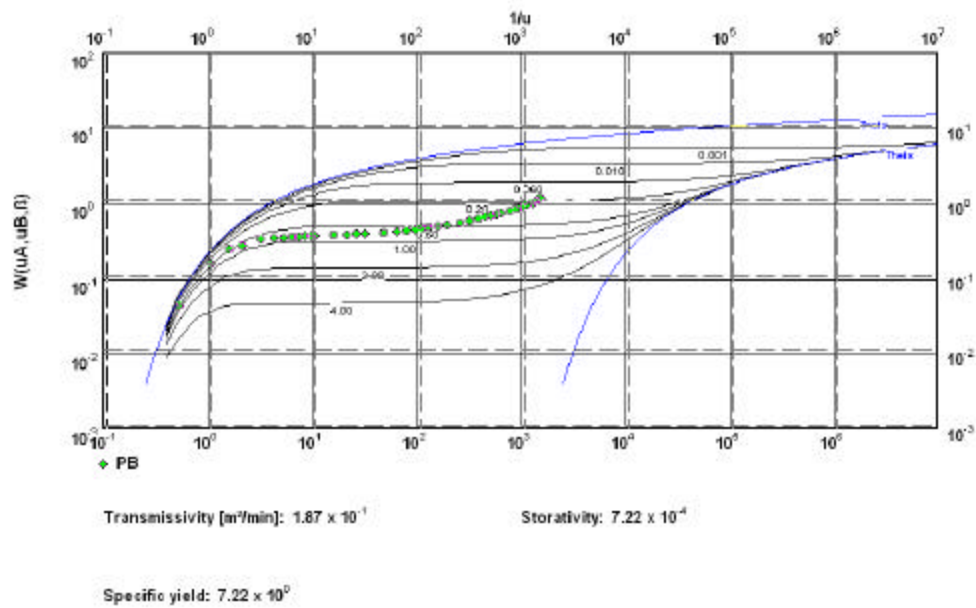
$$T = 1.87 \cdot 10^{-1} [m^2 / min] = 3.12 \cdot 10^{-3} [m^2 / s] = 269 [m^2 / dia]$$

y

$$S = 0.000722$$

**Figura 7**  
**Ajuste de datos de descenso temprano en curvas tipo A, Aquifer Test.**

NEUMAN's method



## REFERENCIAS

Kresic, N. Quantitative Solutions in Hydrogeology and Groundwater Modelling. CRC Lewis. 1997.