CI43A – Análisis de Sistemas de Transporte
Auxiliar n°8

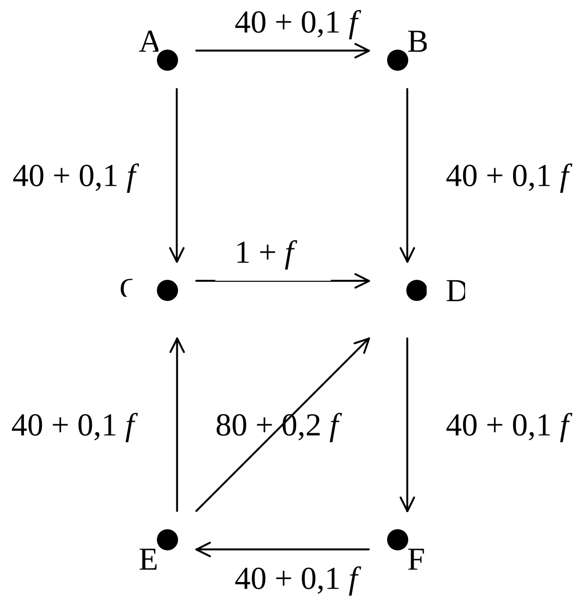
Profesor: Francisco Martínez C.
Prof. Auxiliar: Alejandro Tirachini H.
31de mayo de 2005

OBJETIVOS

Entender el comportamiento de los usuarios al elegir rutas en redes de transporte, en particular, la situación de equilibrio. Estudiar cómo se carga una red a medida que crece el flujo

Problema 1

La red de una comuna rural, en la que se ha observado congestión, se sintetiza en la figura. Encuentre el equilibrio usuario *EU*



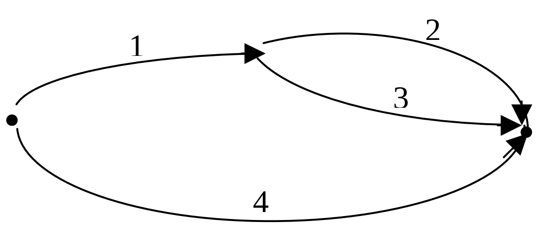
Datos:

Demanda: A-F: 50 veh/hr
E-D: 50 veh/hr

La función que aparece en los arcos indica tiempo [min] en función del flujo.

Pregunta 2

Para la red de la figura, indique en qué nivel de demanda comenzarán a ser utilizadas las tres rutas disponibles. Grafique la curva de oferta.



arco	costo
1	$15 + 0{,}02 \cdot f_1$
2	$30 + 0{,}01 \cdot f_2$
3	$20 + 0{,}015 \cdot f_3$
4	$200 + 0{,}01 \cdot f_4$

<u>Propuesto</u>: Encuentre los flujos de equilibrio de la red, para demandas de 500 veh/hora y 5000 veh/h.

Solución Pregunta 2

La curva de oferta de un par OD representa el costo agregado asociado a viajar desde el Origen al Destino, para distintos niveles de flujo.

rutas: *a*: arcos 1-2
b: arcos 1-3
c: arco 4

inicialmente solo se ocupa la ruta *b*, pues es la que tiene menor costo fijo (35), luego :
$f_1 = f_3 = f, \quad f_2 = f_4 = 0$

esto se mantiene así hasta que el número de viajes entre el origen y el destino es tal que el costo medio de la ruta *b* iguala al costo de la ruta *a* sin flujo (segundo menor costo fijo, 45).

$$\cancel{15+0{,}02f} + 20 + 0{,}015f = \cancel{15+0{,}02f} + 30$$
$$\Rightarrow 20 + 0{,}015f = 30$$
$$\Rightarrow f = \frac{2000}{3} = 667$$

luego, cuando el número de viajes entre el origen y el destino supere a los 667 veh/h se empezará a utilizar la ruta *a*.

Para encontrar la función de costos agregado debemos sumar los flujos horizontalmente, pues ahora se usan las dos rutas y se debe cumplir el equilibrio de Wardrop):

$$C_{ab} = C_1 + C_{1-2}^{agr}$$

despejando los flujos de las funciones de costo tenemos que:

$$f_2 = 100C_2 - 3000$$
$$f_3 = \frac{200}{3}C_3 - \frac{4000}{3}$$

como ambas rutas están siendo utilizadas se debe cumplir que $C_2 = C_3 = C$. Sumando:

$f_2 + f_3 = f = \frac{500}{3}C - \frac{13000}{3}$, de donde despejamos el costo agregado:

$$C = 26 + \frac{3}{500}f$$

luego el costo agregado de utilizar las rutas *a* y *b* es:

$$C = 15 + 0{,}02f + 26 + \frac{3}{500}f = 41 + 0{,}026f$$

la ruta *c* se empieza a utilizar cuando el costo de utilizar las rutas *a* y *b* alcanza el costo fijo de la ruta *c*, es decir cuando:

$$41 + 0{,}026 f = 200$$
$$\Rightarrow f = 6115$$

luego cuando los viajes entre el origen y el destino superen los 6115 veh/h se empezará a utilizar la ruta c.

para encontrar la función de costos agregada, nuevamente sumamos los flujos horizontalmente

$$C = 41 + 0{,}026 f \quad \Rightarrow f = \frac{C}{0{,}026} - 1572{,}92$$

$$C_c = 200 + 0{,}01 f_4 \Rightarrow f_4 = 100 C_c - 20000$$

se debe cumplir que $C_c = C = C'$
sumando:
$$f' = f + f_4 = 138{,}46 \cdot C' - 21576{,}92$$

$$\Rightarrow C' = \frac{f'}{138{,}46} + \frac{21576{,}92}{138{,}46} = 0{,}007 f' + 155{,}84$$

luego la curva de oferta es:

$$C = \begin{cases} 35 + 0{,}035 f & 0 < f \leq 667 \\ 41 + 0{,}026 f & 667 < f \leq 6115 \\ 155{,}84 + 0{,}007 f & f > 6115 \end{cases}$$