

## TEMA 2.2 BALANCES MATERIALES O DE MASA

### CI41B Ingeniería Ambiental

Profesores C. Espinoza, D. Rodríguez y P. Ulriksen  
Semestre Otoño 2002

#### 1. INTRODUCCION

El concepto de continuidad o de conservación de masa es uno de los más fundamentales en ingeniería. Básicamente este concepto establece que para un sistema real en el cual no existe almacenamiento, la masa de las sustancias que entran debe ser igual a la masa de las sustancias que salen de él. En forma muy simple este concepto se puede escribir como:

$$\text{entradas} = \text{salidas} \quad (1)$$

Si el material se acumula dentro del sistema tenemos que:

$$\text{variación} = \text{entradas} - \text{salidas} \quad (2)$$

Finalmente, el caso más general se tiene cuando el material es producido o consumido dentro del sistema con lo cual:

$$\text{variación} = \text{entradas} - \text{salidas} + \text{producción} - \text{consumo} \quad (3)$$

De una manera más formal, la ley de conservación de la masa (o de la energía) se puede establecer de la siguiente forma: *Masa (o energía) no puede ser creada ni destruida*. Este concepto general puede ser utilizado para resolver, o al menos abordar, una serie de problemas existentes en la ingeniería o las ciencias ambientales.

#### 2. BALANCE MÁSCO PARA SUSTANCIAS CONSERVATIVAS

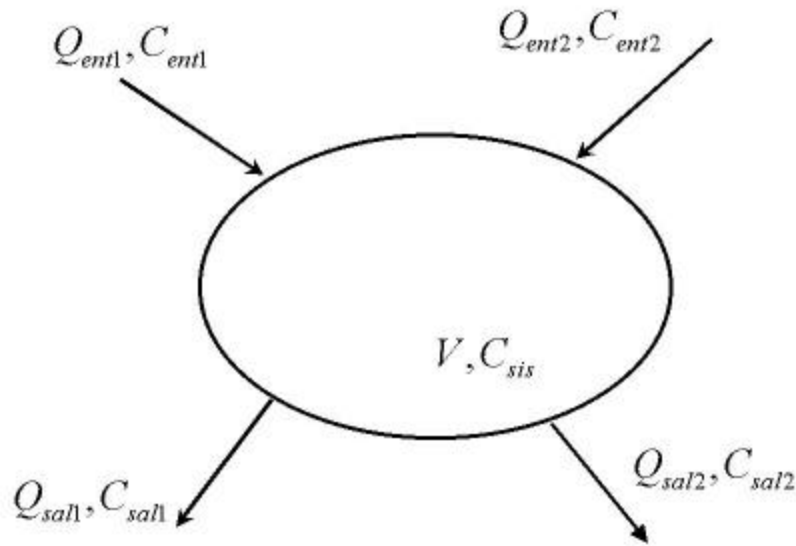
Supongamos un sistema que intercambia masa con su entorno, tal como se indica en la Figura 1. En esta figura las variables  $Q$  representan flujos volumétricos ( $L^3/T$ ) que entran o salen del sistema, mientras que  $C$  corresponde a la concentración ( $M/L^3$ ) de algún componente de interés. Para un componente conservativo (es decir que no sufre ningún tipo de reacción química o degradación), es posible escribir la siguiente ecuación diferencial basada en la conservación de masa:

$$\frac{d}{dt}(V \cdot C_{\text{sis}}) = \sum_{i=1}^N Q_{\text{ent},i} \cdot C_{\text{ent},i} - \sum_{j=1}^M Q_{\text{sal},j} \cdot C_{\text{sal},j} \quad (4)$$

Los subíndices "ent" y "sal" se refieren a las entradas y salidas desde el sistema, respectivamente, mientras que el subíndice "sis" indica la concentración al interior del sistema. El volumen  $V$  representa al sistema en estudio.

Si consideramos que el volumen al interior de este sistema se mantiene constante, la ecuación anterior se puede escribir en forma más compacta como:

**Figura 1**  
**Esquema para Balance de Masas**



$$\frac{dC_{sis}}{dt} = \frac{1}{V} \cdot \sum_{i=1}^N Q_{ent,i} \cdot C_{ent,i} - \frac{1}{V} \cdot \sum_{j=1}^M Q_{sal,j} \cdot C_{sal,j} \quad (5)$$

Para condiciones estacionarias o de régimen permanente la derivada temporal en la ecuación (5) es igual a cero y todos los valores de Q y C son constantes. De esta manera, se puede obtener la siguiente ecuación:

$$\sum_{i=1}^N Q_{ent,i} \cdot C_{ent,i} = \sum_{j=1}^M Q_{sal,j} \cdot C_{sal,j} \quad (6)$$

### 3. BALANCE VOLUMÉTRICO

Otra ecuación importante resulta si consideramos que en la ecuación (4), la concentración C se refiere más bien a la densidad del fluido. De esta manera, la ecuación (4) se puede escribir como:

$$\frac{d}{dt}(V \cdot \mathbf{r}_{sis}) = \sum_{i=1}^N Q_{ent,i} \cdot \mathbf{r}_{ent,i} - \sum_{j=1}^M Q_{sal,j} \cdot \mathbf{r}_{sal,j} \quad (7)$$

Esta ecuación se puede extender en su lado izquierdo:

$$V \cdot \frac{d\mathbf{r}_{sis}}{dt} + \mathbf{r}_{sis} \cdot \frac{dV}{dt} = \sum_{i=1}^N Q_{ent,i} \cdot \mathbf{r}_{ent,i} - \sum_{j=1}^M Q_{sal,j} \cdot \mathbf{r}_{sal,j} \quad (8)$$

Si la densidad es constante (fluido incompresible) se obtiene la ecuación de balance volumétrico:

$$\frac{dV}{dt} = \sum_{i=1}^N Q_{ent,i} - \sum_{j=1}^M Q_{sal,j} \quad (9)$$

Finalmente, si la densidad y el volumen son constantes se obtiene la *ecuación de continuidad* de la hidráulica fundamental:

$$\sum_{i=1}^N Q_{ent,i} = \sum_{j=1}^M Q_{sal,j} \quad (10)$$

#### 4. BALANCE MÁSCO PARA SUSTANCIAS CONSERVATIVAS

Muchos contaminantes en el ambiente son afectados por transformaciones físicas, químicas, biológicas o nucleares por lo cual se deben considerar como no conservativas. A pesar de que este problema es un poco más complicado que nuestro problema original, no es difícil el intuir que es posible plantear una versión modificada de la ecuación (4) para tomar en cuenta esta situación:

$$\frac{d}{dt}(V \cdot C_{sis}) = \sum_{i=1}^N Q_{ent,i} \cdot C_{ent,i} - \sum_{j=1}^M Q_{sal,j} \cdot C_{sal,j} + \sum_{k=1}^L V \cdot r_k \quad (11)$$

donde  $r_k$  representa la tasa a la cual se desarrolla cualquier tipo de reacción, fuente o sumidero dentro del sistema. Las unidades de  $r_k$  son del tipo  $M L^{-3} T^{-1}$ . Las reacciones pueden ser positivas o negativas, lo que depende del tipo de reacción que se considere.

Si suponemos una situación de régimen permanente para el balance másico y el balance volumétrico es posible escribir la siguiente ecuación:

$$\sum_{i=1}^N Q_{ent,i} \cdot C_{ent,i} - \sum_{j=1}^M Q_{sal,j} \cdot C_{sal,j} + \sum_{k=1}^L V \cdot r_k = 0 \quad (12)$$

la que permite determinar la concentración de equilibrio del contaminante no conservativo.

En muchos casos el *consumo* puede ser modelado como una reacción de primer orden, en la cual se supone que la tasa de consumo es proporcional a la concentración del material presente en el sistema. Basándonos en este esquema podemos escribir la tasa de consumo o reacción como:

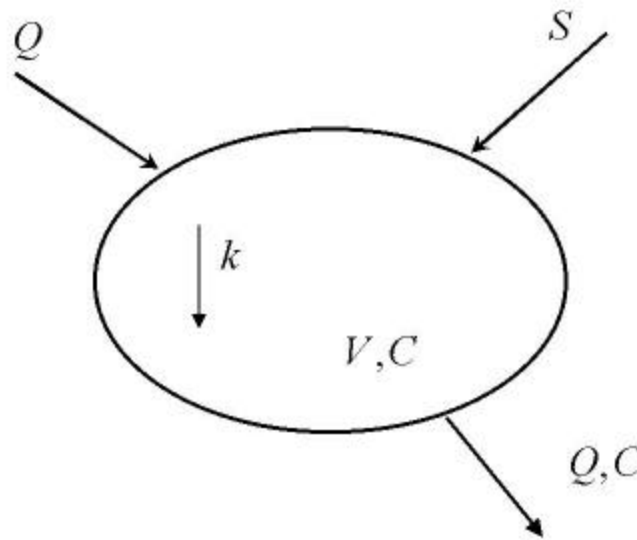
$$tasa \text{ de reacción} = r = k \cdot C \quad (13)$$

donde  $k$  es la constante de reacción de primer orden ( $1/T$ ), y  $C$  es la concentración de la sustancia o componente de interés ( $M/L^3$ ). Un supuesto implícito en la expresión (13) es el hecho que la concentración  $C$  es la misma a través de todo el sistema. Esta hipótesis de mezcla completa es común en sistemas químicos denominados *reactores*. En el caso del agua esta hipótesis se denomina **reactor completamente mezclado**, mientras que para el aire se utiliza la denominación **modelo de mezcla completa o caja**.

## 5. BALANCE MÁSIICO EN RÉGIMEN TRANSIENTE

Hasta el momento hemos considerado ejemplos en los cuales el sistema no sufre variaciones de la concentración a través del tiempo. Ahora podemos generalizar este análisis para incluir condiciones que no son estacionarias. En particular podemos enfocar nuestro análisis a aquellos casos en los cuales existe un cambio brusco en la cantidad de contaminante que accede al sistema. De esta manera, consideremos un sistema que se encuentra en equilibrio y que bruscamente cambia esa situación debido a la incorporación o eliminación de una entrada al sistema tal como se muestra en la Figura 2.

**Figura 2**  
**Balance Másiico en Régimen Transiente**



En este caso podemos asumir condiciones de mezcla completa y una tasa de reacción de primer orden para escribir:

$$V \cdot \frac{dC}{dt} = S - Q \cdot C - k \cdot C \cdot V \quad (14)$$

donde  $V$  es el volumen del sistema,  $C$  es la concentración en el sistema y en el flujo de salida,  $S$  es la tasa a la cual los contaminantes entran al sistema a partir del tiempo  $t=0$ ,  $Q$  es el caudal de entrada y  $k$  es el coeficiente de decaimiento. Una forma muy simple de encontrar la concentración en estado estacionario es el igualar la derivada temporal de la concentración a cero. Después de esto obtenemos:

$$C_{\infty} = \frac{S}{Q + k \cdot V} \quad (15)$$

Nuestro objetivo es determinar la concentración en el sistema antes de que una situación de equilibrio sea obtenida. De esta manera, si reordenamos la ecuación (14) podemos obtener la siguiente ecuación diferencial:

$$\frac{dC}{dt} = -\frac{Q+k \cdot V}{V} \cdot \left( C - \frac{S}{Q+k \cdot V} \right) \quad (16)$$

Una forma de resolver esta ecuación diferencial es a través del siguiente cambio de variables:

$$y = C - \frac{S}{Q+k \cdot V} \quad (17)$$

de donde obtenemos:

$$\frac{dy}{dt} = \frac{dC}{dt} \quad (18)$$

Al substituir (17) y (18) en (16) obtenemos:

$$\frac{dy}{dt} = -\left( k + \frac{Q}{V} \right) \cdot y \quad (19)$$

que es una ecuación diferencial muy simple que puede ser resuelta para obtener, luego de incorporar las condiciones iniciales:

$$y = y_0 \cdot e^{-(k+Q/V) \cdot t} \quad (20)$$

en donde  $y_0$  es el valor de  $y$  en  $t=0$ . Si la concentración en el sistema para  $t=0$  es  $C_0$  obtenemos para  $y_0$ :

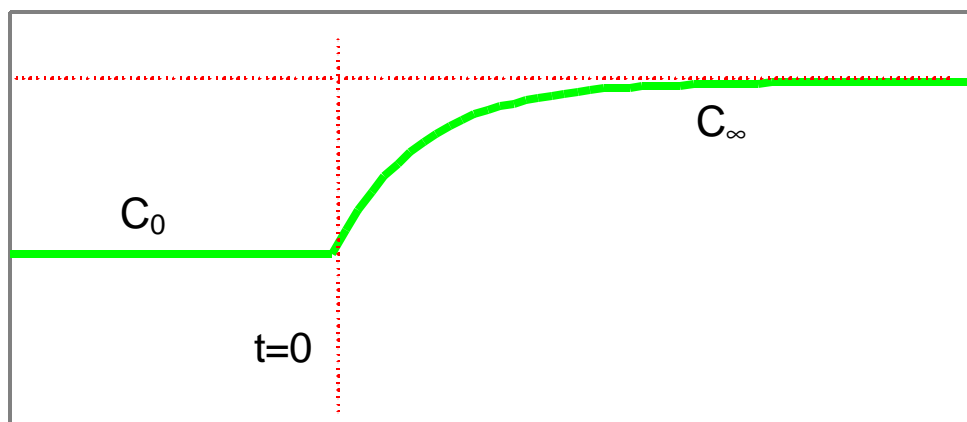
$$y_0 = C_0 - \frac{S}{Q+k \cdot V} \quad (21)$$

Finalmente, podemos obtener la siguiente expresión para describir la evolución de la concentración como una función del tiempo:

$$C(t) = [C_0 - C_\infty] \cdot e^{-(k+Q/V) \cdot t} + C_\infty \quad (22)$$

La Figura 3 muestra la evolución de la concentración con el tiempo según lo describe la ecuación (22).

**Figura 3**  
**Concentración versus Tiempo**



## 6. CINÉTICA SIMPLE DE REACCIONES

No todas las reacciones químicas alcanzan equilibrio en forma rápida. Reacciones químicas que dependen del tiempo se denominan reacciones cinéticas. Existen muchos casos en ingeniería ambiental en el cual la reacción de un contaminante u otra sustancia depende del tiempo transcurrido. Algunos ejemplos son:

- remoción de materia orgánica en agua,
- crecimiento de masas biológicas,
- decaimiento radioactivo,
- desinfección química,
- transferencia gas-líquido, y,
- reacciones químicas de residuos industriales.

**Cinética de reacciones** puede ser definida como el estudio del efecto de la temperatura, presión, y concentración sobre la tasa a la cual se desarrolla una reacción química. La **tasa de reacción**,  $r$ , es un término usado para describir la tasa de formación o desaparición de una sustancia (o especies químicas). Reacciones tales como una oxidación biológica o desinfección, las cuales ocurren en una fase única (por ejemplo, líquido, sólido o gas), se denominan *homogéneas*. Aquellas como intercambio iónico y adsorción, las cuales ocurren en superficies entre fases (interfases sólido-agua o aire-agua) se conocen como reacciones *heterogéneas*.

La convención de signos indica que es positiva (+) para la formación de sustancias y negativa (-) para la desaparición de ellas. Los tipos de reacciones más comunes se presentan a continuación:

$$r_A = -k_0 \quad \text{reacción de orden cero}$$

$$r_A = -k_1 \cdot C \quad \text{reacción de primer orden}$$

$$r_A = -k_2 \cdot C^2 \quad \text{reacción de segundo orden}$$

$$r_A = -k_n \cdot C^n \quad \text{reacción de orden n-ésimo}$$

donde C representa la concentración de una especie química.

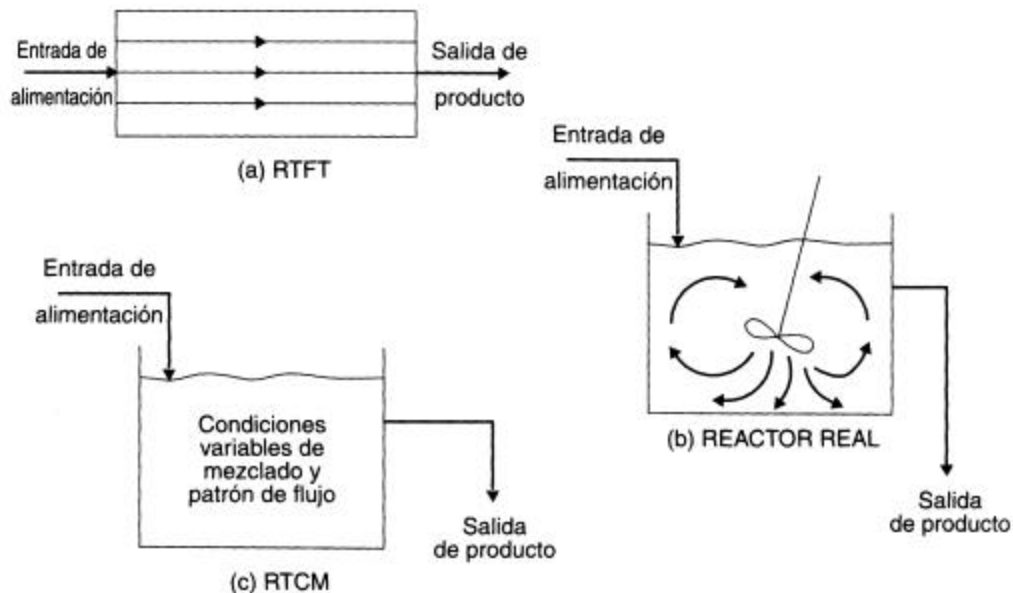
## 7. REACTORES DE MEZCLA

Un número elevado de métodos de tratamientos físicos (sedimentación, filtración, ecualización), químicos (precipitación, coagulación, ablandamiento), y bioquímicos (lodos activados, digestión anaeróbica) son utilizados en ingeniería ambiental. Ellos se llevan a cabo generalmente en tanques que se denominan *reactores*.

Los reactores pueden ser divididos en dos grandes tipos: **reactor cerrado** y **de flujo**. En un reactor de tipo cerrado los materiales son agregados al tanque, mezclados y dejados por un tiempo suficiente para que la reacción ocurra. Al final de este tiempo la mezcla es removida desde el tanque. Debido a que el material dentro del tanque está generalmente bien mezclado, la composición dentro del reactor es uniforme en todo instante de tiempo. Sin embargo, a medida que la reacción progresa la composición dentro del tanque puede cambiar.

En un reactor de flujo los materiales fluyen hacia y desde el reactor. Dependiendo de las reacciones de mezcla y los patrones de flujo dentro del tanque podemos hablar de reactores ideales y reales. La Figura 4 muestra un esquema con tres tipos de reactores.

**Figura 4**  
**Tipos de Reactores**



El reactor mostrado en la Figura 4a es denominado *reactor de flujo pistón*. El flujo dentro de este reactor se considera uniforme; esto es, las partículas son eliminadas del reactor a la misma tasa con la que entran. Las partículas permanecen en el reactor durante un tiempo exactamente igual al de retención teórico. El reactor presentado en la Figura 4c se denomina *reactor completamente mezclado*. Su principal característica es que se produce una mezcla completa en su interior, por lo que la concentración en la salida es igual a la obtenida en su interior. Reactores reales tienen condiciones de mezcla que se encuentran entre un reactor de flujo pistón y uno mezcla completa.

Una comparación entre reactores cerrados, flujo pistón y mezcla completa se presenta en la Tabla 1. En una operación industrial que produce varios productos de residuo en pequeña cantidad pero alta concentración, una operación cerrada para el tratamiento de los residuos puede ser útil. Esto permite la operación intermitente en la medida que haya suficiente volumen de residuo producido y permite cambiar fácilmente de un tipo de residuo a otro. Ejemplos de este tipo de sistema se encuentran en la industria textil. Para un sistema que produce grandes volúmenes de residuos, y en forma continua, un reactor de flujo es más apropiado. Ejemplos típicos de este sistema son el tratamiento de aguas servidas domésticas y residuos industriales líquidos.

En un reactor de flujo podemos definir el denominado tiempo de retención o detención, de acuerdo a la siguiente expresión:

$$q_H = \frac{V}{q} \quad (23)$$

donde  $q_H$  es el tiempo de detención,  $V$  es el volumen de líquido en el reactor y  $q$  es la tasa volumétrica. Si es una tasa de llenado se denomina  $q_o$ , si es de vaciado  $q_f$ . En el caso de líquidos ambas tasas son iguales, en el caso de gases son distintas y se debe usar  $q_f$  para calcular el tiempo de retención.

Para determinar las expresiones para las tasas de reacción de procesos químicos o bioquímicos es necesario desarrollar experimentos de laboratorio o en plantas piloto. El objetivo de estos análisis es obtener información acerca de la evolución de las concentraciones de reactantes y productos como una función del tiempo. De todos los métodos para determinar estas tasas de reacción el método de integración es el más común. Por simplicidad en este análisis incluiremos sólo reacciones irreversibles que involucren un único reactante.



**Tabla 1**  
**Comparación entre distintos Tipos de Reactores**

	Reactor Cerrado	Reactor de Flujo	
		Pistón	Mezcla Completa
<b>Tipo de Contenedor</b>	Tanque	Tubo o tanque largo	Tanque
<b>Dimensiones</b>	Largo/Diámetro $\approx 1$	Largo/Diámetro $\gg 1$	Largo/Diámetro $\approx 1$
<b>Tipos de Fluidos</b>	Líquido Sólido	Líquido Gas Gas/Sólido	Líquido Gas Lecho Fluidizado
<b>Mezcla entre reactantes y productos</b>	Ninguna (separados en tiempo)	Ninguna (separados en distancia)	Completa
<b>Conversión de una reacción irreversible simple</b>	Muy alta	Muy alta	Muy baja
<b>Ventajas</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Muy flexible, puede cambiar de un proceso a otro día a día.</li> <li>Costo de capital es bajo.</li> <li>Debido a la alta tasa de conversión los reactores son muy pequeños.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Operan en condiciones estacionarias (con excepción del comienzo y fin del proceso), es muy simple el controlar la operación a través de chequeos de concentración.</li> <li>Bajos costos de capital.</li> <li>Alta tasa de conversión significa un menor tamaño de reactor.</li> <li>Bajos costos de operación comparados con un reactor cerrado.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Constante a través del tiempo.</li> <li>Muy fácil de controlar el proceso dado que la temperatura y presión, en el reactor, son constantes.</li> <li>Mejor control de la calidad del efluente.</li> <li>Menores costos de operación comparados con un flujo pistón.</li> </ul>
<b>Desventajas</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Siempre opera en estado no estacionario.</li> <li>Costos de operación son altos debido a que más personal es requerido.</li> <li>Muy difícil de controlar la calidad de los productos.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Menos flexible que un reactor cerrado si uno desea cambiar de un producto a otro.</li> <li>Necesita un reactor más largo si la reacción es lenta.</li> <li>Difícil de controlar la temperatura local.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Bajas tasas de conversión requieren reactores más grandes.</li> <li>Costos de capital más altos debido al uso de mezcladores.</li> </ul>

## 7.1 Reactor Cerrado

Si consideramos una reacción química de orden  $n$ , podemos determinar el balance de masas en un reactor cerrado como sigue:

$$\frac{d}{dt}(V \cdot C_{sis}) = V \cdot r_n = -V \cdot k_n \cdot C_{sis}^n \quad (24)$$

Si integramos esta ecuación diferencial, suponiendo que el volumen se mantiene constante, obtenemos el siguiente resultado:

$$C_t^{-n+1} - C_0^{-n+1} = -(-n+1) \cdot k_n \cdot t \quad (25)$$

donde  $C_t$  y  $C_0$  son la concentración dentro del reactor en los tiempo  $t$  e inicial ( $t=0$ ).

Si resumimos esta información para reacciones de orden 0, 1, 2 y  $n$  obtenemos la información que se presenta en la Tabla 2.

**Tabla 2**  
**Determinación de las Tasas de Reacción**

Orden	Tasa de Reacción	Ecuación Integrada	Gráfico Lineal	Pendiente
0	$\frac{dC}{dt} = -k_0$	$C_t - C_0 = -k_0 \cdot t$	C versus t	$-k_0$
1	$\frac{dC}{dt} = -k_1 \cdot C$	$\ln\left(\frac{C_t}{C_0}\right) = -k_1 \cdot t$	$\ln(C)$ versus t	$-k_1$
2	$\frac{dC}{dt} = -k_2 \cdot C^2$	$\frac{1}{C_t} - \frac{1}{C_0} = k_2 \cdot t$	1/C versus t	$k_2$
n	$\frac{dC}{dt} = -k_n \cdot C^n$	$C_t^{-n+1} - C_0^{-n+1} = -(-n+1) \cdot k_n \cdot t$	$C^{-n+1}$ versus t	$-(-n+1) \cdot k_n \cdot t$

## 7.2 Reactor de Flujo de Mezcla Completa

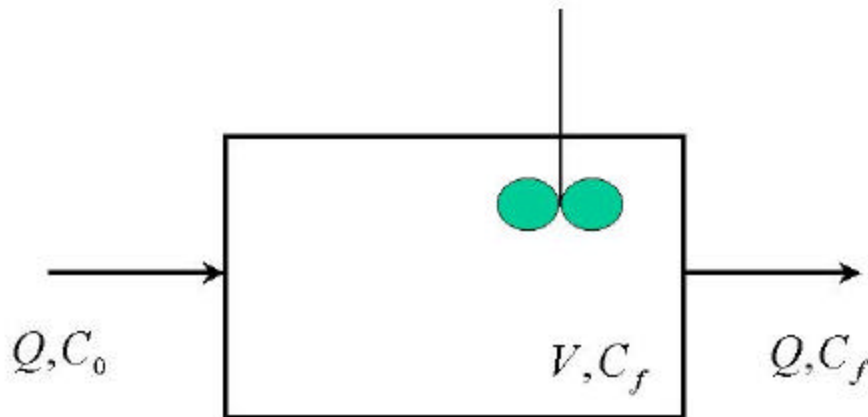
Consideremos el caso de un reactor de flujo de mezcla completa (medios mecánicos son utilizados para mantener el reactor completamente mezclado), al cual se encuentra ingresando un caudal constante  $Q$  con una concentración  $C_0$ . La Figura 5 muestra un esquema que ilustra esta situación. Si planteamos el balance de masas correspondiente a esta situación y suponemos el sistema se encuentra en condiciones estacionarias se puede escribir la siguiente ecuación:

$$Q \cdot C_0 = Q \cdot C_f + V \cdot r(C_f) \quad (26)$$

la cual puede ser reordenada para obtener:

$$C_f + q_H \cdot r(C_f) = C_0 \quad (27)$$

**Figura 5**  
**Reactor de Mezcla Completa**



Dependiendo del tipo de reacción esta ecuación puede ser resuelta en términos de la concentración a la salida,  $C_f$ .

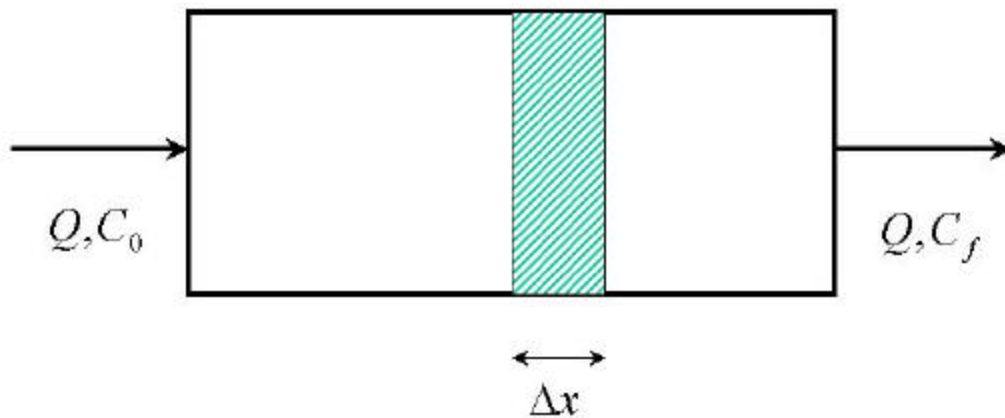
### 7.3 Reactor de Flujo Pistón

Si consideramos un esquema como el planteado en la Figura 6 se puede escribir una ecuación de balance a nivel de un elemento de volumen de ancho  $\Delta x$ :

$$Q \cdot C_x = Q \cdot C_{x+\Delta x} + \Delta x \cdot A \cdot r(C_{x+\Delta x/2}) \quad (28)$$

donde A es el área de una sección transversal al escurrimiento.

**Figura 6**  
**Reactor de Flujo Pistón**



Reordenando esta expresión se obtiene:

$$\frac{Q \cdot C_x - Q \cdot C_{x+\Delta x}}{\Delta x} = A \cdot r(C_{x+\Delta x/2}) \quad (29)$$

Si tomamos el límite cuando el ancho de nuestra sección de control se hace igual a cero, i.e.  $\Delta x \rightarrow 0$ , obtenemos la siguiente expresión diferencial:

$$\frac{dC}{dx} = -\frac{A}{Q} \cdot r(C) \quad (30)$$

la que representa la variación de la concentración a lo largo del reactor de flujo pistón. Si reordenamos e integramos a lo largo del reactor obtenemos la siguiente ecuación:

$$\int_{C=C_0}^{C=C_f} \frac{dC}{r(C)} = -\frac{A}{Q} \cdot \int_{x=0}^{x=L} dx \quad (31)$$

donde la concentración a la entrada ( $x=0$ ) es igual a  $C_0$ , mientras que a la salida del reactor ( $x=L$ ) es igual a  $C_f$ . Al integrar esta ecuación se obtiene:

$$\int_{C=C_0}^{C=C_f} \frac{dC}{r(C)} = -\frac{A}{Q} \cdot L = -\frac{V}{Q} = -q_H \quad (32)$$

Si evaluamos las expresiones (27) y (32) para reacciones de orden 0, 1 y 2 se obtiene las siguientes expresiones algebraicas.

**Tabla 2**  
**Expresiones para Reactores de Mezcla Completa y Flujo Pistón**

Orden	Tasa de Reacción	Mezcla Completa	Flujo Pistón
0	$\frac{dC}{dt} = -k_0$	$C_0 - C = k_0 \cdot q_H$	$C_0 - C = k_0 \cdot q_H$
1	$\frac{dC}{dt} = -k_1 \cdot C$	$\frac{C_0}{C} - 1 = k_1 \cdot q_H$	$\ln\left(\frac{C_0}{C}\right) = k_1 \cdot q_H$
2	$\frac{dC}{dt} = -k_2 \cdot C^2$	$\frac{1}{C} \cdot \left(\frac{C_0}{C} - 1\right) = k_2 \cdot q_H$	$\frac{1}{C_0} \cdot \left(\frac{C_0}{C} - 1\right) = k_2 \cdot q_H$

### **EJEMPLO 1**

#### **Unión de Tributario y Río.**

Considere que un río con un caudal de  $10 \text{ m}^3/\text{s}$  recibe un tributario con un flujo de  $5 \text{ m}^3/\text{s}$ . La concentración de cloro en el río, aguas arriba de la descarga es  $20 \text{ mg/L}$ , mientras que el tributario tiene  $5 \text{ mg/L}$ . Asuma que se produce una mezcla completa entre el río y el tributario, y que el cloro es una sustancia conservativa. Determine el caudal y la concentración de cloro en el río aguas abajo de la descarga.

### **EJEMPLO 2**

#### **Dispositivo de Control de Contaminación.**

Considere un dispositivo de control de contaminación (membrana) que está procesando una corriente de residuo líquido que tiene un flujo de  $3.0 \text{ l/s}$  y una concentración de contaminante de  $102 \text{ mg/l}$ . Si deseamos producir un flujo de producto tratado de  $2.8 \text{ l/s}$ , con una concentración de no más de  $9 \text{ mg/l}$ , determine la cantidad y calidad de la corriente de líquido de descarte.

### **EJEMPLO 3**

#### **Contaminación Intradomiciliaria.**

Una casa tiene una tasa de ventilación de  $100 \text{ m}^3/\text{h}$ . Una estufa de parafina se usa dentro de esta casa, la cual emite  $500 \text{ g/h}$  de  $\text{CO}_2$ . ¿Cuál es la concentración promedio de  $\text{CO}_2$  dentro de la casa? Nota: la concentración de  $\text{CO}_2$  en el aire seco es  $310 \text{ ppm}$ . Considere el aire seco a  $20^\circ\text{C}$  y  $1 \text{ atmósfera}$ .

### **EJEMPLO 4**

#### **Un Lago Contaminado.**

Considere un lago con un volumen de  $10.0 \times 10^6 \text{ m}^3$  que es alimentado por un río con un caudal constante e igual a  $5.0 \text{ m}^3/\text{s}$  y una concentración de un contaminante XY igual a  $10.0 \text{ mg/L}$ . Existe un sistema de alcantarillado descargando a este lago un caudal de  $0.5 \text{ m}^3/\text{s}$  con una concentración de contaminante igual a  $200 \text{ mg/L}$ . La tasa de decaimiento o consumo de este contaminante,  $k$ , es igual a  $0.20 \text{ 1/día}$ . Suponiendo que existe una mezcla completa en este lago y que no hay pérdidas por evaporación o infiltración determine la concentración de equilibrio en el lago.

### **EJEMPLO 5**

#### **Un Bar Humeante.**

Un bar con un volumen de  $500 \text{ m}^3$  tiene 50 fumadores en él y cada uno fuma dos cigarrillos por hora. Un cigarrillo emite, entre otras cosas, alrededor de  $1.4 \text{ mg}$  de formaldehído ( $\text{HCHO}$ ). El formaldehído se convierte en dióxido de carbono (debido a la combustión) a una tasa igual a  $0.4 \text{ 1/hora}$ . Aire puro (sin humo ni formaldehído) entra al bar a una tasa de  $1000 \text{ m}^3/\text{hr}$ , mientras que el aire contaminado es eliminado a la misma tasa. Estime la concentración de equilibrio de formaldehído en el aire dentro del bar. Asuma que dentro del bar se alcanzan condiciones de mezcla completa, la temperatura es igual a  $25^\circ\text{C}$  y la presión es de  $1 \text{ atm}$ . De acuerdo a este cálculo, como se compara la concentración de equilibrio de formaldehído con la concentración necesaria para que los ojos se irriten,  $0.05 \text{ ppm}$ ?

## **EJEMPLO 6**

### **Cambio en la Concentración de Contaminante Descargado a un Lago.**

Consideremos el caso presentado en el EJEMPLO 4. Supongamos que la situación de equilibrio ha sido considerada muy mala por lo cual se ha decidido cortar completamente la descarga de alcantarillado hacia el lago de tal manera de disminuir los problemas de contaminación. Suponiendo que el resto de las condiciones se mantienen determine la concentración en el lago una semana luego de cortar la descarga del alcantarillado. Calcule además la nueva concentración de equilibrio.

## **EJEMPLO 7**

### **Un Segundo Análisis al Bar Humeante.**

Supongamos el mismo bar presentado en el EJEMPLO 5. A las 7 PM este bar abre sus puertas y el aire en su interior está limpio. Si las condiciones indicadas en el EJEMPLO 5 se mantienen, cuál sería la concentración de formaldehído a las 8 PM?

## **EJEMPLO 8**

### **Mezcla con Acumulación.**

Un tanque de mezcla contiene  $30 \text{ m}^3$  de agua limpia. Una descarga de desechos conteniendo  $2 \text{ kg/m}^3$  de contaminante A es incorporada al estanque a una tasa de  $3 \text{ m}^3/\text{min}$ . La salida desde el estanque se estima igual a  $1 \text{ m}^3/\text{min}$ . Suponga que la mezcla dentro del estanque es completa. Calcular la concentración de contaminante A en el efluente cuando el tanque contiene  $50 \text{ m}^3$  de solución. Suponga que el contaminante es no reactivo.

## **EJEMPLO 9**

### **Mezcla con Evaporación y Acumulación.**

Considere un estanque de almacenamiento de residuos líquidos, los cuales son acumulados para prevenir su impacto sobre el medio ambiente circundante. Considere que el caudal de entrada a esta unidad es  $Q$ , mientras que la concentración de un componente conservativo presente en dicho residuo es  $C$ . Este estanque se encuentra aislado del medio circundante mediante pretilos, los que impiden la llegada de agua o líquidos externos en forma no controlada. Además, este estanque se encuentra sin cubierta superior, por lo que durante el invierno recibe la precipitación que cae directamente sobre él. Asimismo, durante la primavera, y principalmente en verano, la tasa de evaporación contribuye a reducir el volumen almacenado. Suponiendo que la precipitación y la evaporación son constantes a través del año (un supuesto muy grueso pero adecuado a nuestros fines), determine ecuaciones que permitan describir la evolución del volumen almacenado y de la concentración de los líquidos contenidos en el estanque.

## **EJEMPLO 10**

### **Diseño Planta De Tratamiento**

Una planta de tratamiento se encuentra descargando sus residuos líquidos a un río ubicado en la zona central de nuestro país. Este río entrega parte de sus aguas a un canal de regadío ubicado inmediatamente aguas arriba de la unión con un estero. El caudal entrante a la planta de tratamiento es constante durante el año y alcanza a  $40 \text{ l/s}$ , mientras que la concentración de dos contaminantes A y B, ambos de características conservativas, es igual a  $60 \text{ mg/l}$  y  $40 \text{ mg/l}$ , respectivamente.

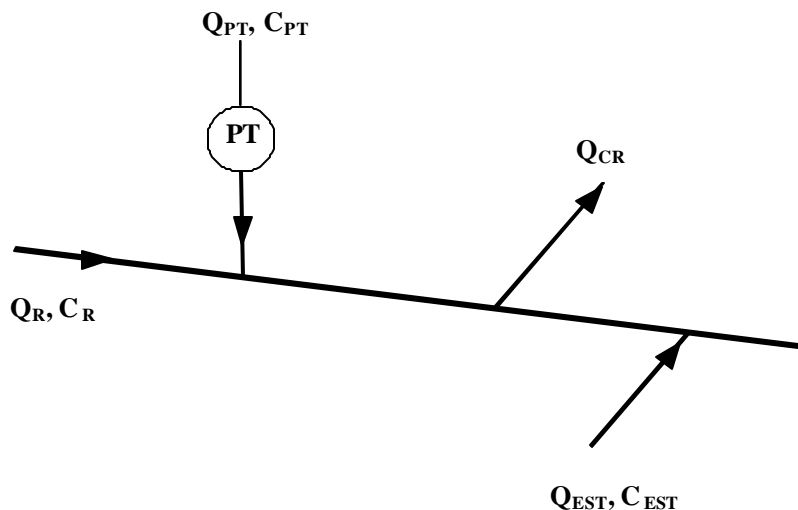
El caudal de entrada al río, junto a la concentración de los contaminante señalados anteriormente, se indica en la Tabla E10.1 para los tres meses de verano. Asimismo, en esta Tabla se indica el caudal extraído para el canal de riego, junto con el caudal y la concentración de los recursos aportados por el estero.

A partir de esta información determine el nivel de remoción necesario de realizar en la planta de tratamiento para conseguir que la concentración de los contaminantes A y B no supere la norma establecida,  $C_{NORMA}=12.5$  mg/l para A y  $C_{NORMA}=6.5$  mg/l para B. Considere condiciones de mezcla completa en todos aquellos puntos de interés para su análisis.

**Tabla E10.1**  
**Datos Históricos de Río y Canales**

MES	$Q_{RIO}$ (l/s)	$C_{RIO}$ (mg/l)		$Q_{CR}$ (l/s)	$Q_{EST}$ (l/s)	$C_{EST}$ (mg/l)	
		A	B			A	B
<b>DICIEMBRE</b>	200	10	5	50	100	5	3
<b>ENERO</b>	160	11	4	60	90	6	6
<b>FEBRERO</b>	150	12	1	70	30	7	6

**Figura E10.1**  
**Sistema de Descarga de Efluentes**



## **EJEMPLO 11**

### **SISTEMA DE REACTORES EN SERIE**

El presente ejercicio tiene como finalidad el analizar el funcionamiento de distintas configuraciones de un sistema de reactores de flujo. Para lo anterior se asume que el tiempo de retención hidráulico del sistema es conocido e igual a  $q_{th}$  y el caudal de tratamiento es igual a  $Q$ . El afluente a este sistema de tratamiento está compuesto por dos contaminantes distintos, X e Y, disueltos en agua. La concentración de ambos contaminantes a la entrada del sistema de

reactores es igual a  $X_0$  e  $Y_0$ , respectivamente. Estudios previos en reactores cerrados han mostrado que el contaminante  $X$  presenta una tasa de reacción de primer orden con una constante  $k_X$ , mientras que el contaminante  $Y$  se degrada a una tasa de segundo orden con una constante  $k_Y$ .

- Determinar la remoción porcentual alcanzada en un reactor de mezcla completa para cada uno de los contaminantes.
- Determinar la remoción porcentual alcanzada en un reactor que funciona con una configuración de flujo pistón.
- Si el sistema está compuesto por  $n$  estanques en serie, de igual tamaño (el tiempo total de retención del sistema de reactores es  $q_H$ ), funcionando cada uno de ellos como mezcla completa, determine la remoción porcentual alcanzada por este sistema.
- Repita la pregunta anterior pero suponiendo que cada uno de los  $n$  reactores funciona como uno de flujo pistón.
- Si el sistema está compuesto por  $n$  estanques en paralelo, de igual tamaño (el caudal que recibe cada estanque es  $Q/n$ ), funcionando cada uno de ellos como mezcla completa, determine la remoción porcentual alcanzada por este sistema.
- Repita la pregunta anterior pero suponiendo que cada uno de los  $n$  reactores en paralelo funciona como uno de flujo pistón.
- Realice un análisis comparativo entre las distintas configuraciones indicadas en los puntos anteriores. Utilice la información básica mostrada en la Tabla E11.1.

**Tabla E11.1**  
**Resumen Información Básica**

Parámetro	Valor	Unidad
tiempo de retención hidráulico, $q_H$	10.	horas
caudal de tratamiento, $Q$	500	l/s
concentración inicial de $X$ , $X_0$	150	mg/L
concentración inicial de $Y$ , $Y_0$	500	mg/L
constante de degradación, $k_X$	0.2	1/día
constante de degradación, $k_Y$	0.004	1/día*L/mg

## EJEMPLO 12

### Sistema de Tratamiento para Industria

Una sistema de tratamiento para una industria está compuesto de tres unidades en serie: un estanque de flujo pistón, un estanque de mezcla completa, y finalmente otro estanque de flujo



pistón. Estudios realizados en estas unidades indican que un contaminante A presente en los residuos de la industria decae a una tasa de primer orden al moverse a través de las unidades de flujo pistón. En el caso de la unidad de mezcla completa se determinó que el contaminante no sufre ningún tipo de decaimiento o reacción química.

Como parte de un proyecto de mejora en el sistema de tratamiento se desea estudiar el efecto que produciría la recirculación de líquidos entre las distintas unidades. Para esto, se han conectado las unidades con tuberías de recirculación de acuerdo a lo indicado en la Figura E12.1 (Flujo de agua en la dirección de las flechas).

El caudal y la concentración de entrada a la planta, junto a otros parámetros de interés para este análisis se incluyen en la Tabla E12.1.

- Para el sistema indicado en la Figura E12.1 determine una expresión analítica para la remoción total del contaminante como función de las diversas variables y parámetros del problema. Suponga que el sistema se encuentra operando en régimen permanente.
- ¿Cuál sería la remoción total si las tuberías de recirculación estuvieran cerradas (i.e.  $r_1=r_2=0$ ). Entregue una expresión analítica.
- Calcule la remoción porcentual de contaminante para las condiciones indicadas en la Tabla E12.1. ¿Cuál sería la remoción si no existiera recirculación? Comente.
- ¿Cuál es el efecto de aumentar la recirculación  $r_1$  a 160 l/s? ¿Cuál es el efecto de aumentar  $r_2$  a 160 l/s? En ambos casos mantenga el otro valor,  $r_2$  o  $r_1$ , según lo indicado en la Tabla E12.1. Comente.

**Tabla E12.1**  
**Resumen Datos Básicos**

Parámetro	Valor	Unidad
Q	200	l/s
C <sub>0</sub>	100	mg/L
k <sub>1</sub>	1	1/hora
V <sub>FP1</sub>	1.440	m <sup>3</sup>
V <sub>MC</sub>	600	m <sup>3</sup>
V <sub>FP2</sub>	1.080	m <sup>3</sup>
r <sub>1</sub>	10	l/s
r <sub>2</sub>	20	l/s

**Figura E12.1**  
**Esquema de Sistema de Tratamiento**

