Pauta Pregunta 1 Control 1

Otoño 2005

CI35A

Tramo A-B

→ Nivelación trigonométrica

→ Dh: mira horizontal (base) 1 m

$\alpha_1 = 0{,}162^g$ $\quad\Rightarrow\quad Dh = \dfrac{1}{tg\,\alpha}$ $\qquad \dfrac{dDh}{d\alpha} = \dfrac{-sen^2\alpha - cos^2\alpha}{sen^2\alpha} = -cosec^2(\alpha)$

$\alpha_2 = 0{,}164^g$

$\bar{\alpha} = 0{,}163^g \Rightarrow Dh_{AB} = 390{,}563\ m$ $\qquad \sigma_{Dh} = cosec^2(\alpha)\,\dfrac{\pi}{200}\cdot 0{,}005$

$\sigma_{Dh} = 12\ m$

$$\Rightarrow \underline{Dh_{AB} = 391\ m \pm 12\ m}$$

$h_i = 1{,}57\ m \pm 0{,}005\ m$

$h_j = h_M = 2{,}393\ m \pm 0{,}005\ m$

$z = 78{,}312\ grad \pm 0{,}005\ grad$

$$dn_{AB} = h_i - h_j + Dh\ ctg\,z + 6{,}66 \times 10^{-8} \cdot Dh^2$$

$$dn_{AB} = 137{,}45\ m$$

$$\sigma_{dn_{AB}} = \sqrt{\sigma_{h_i}^2 + \sigma_{h_j}^2 + (ctg(z) + 2 \cdot 6{,}66 \cdot 10^{-8}\,Dh)^2\,\sigma_{Dh}^2 + (-cosec^2(z)\,Dh)^2\,\sigma_z^2\,\frac{\pi^2}{200^2}}$$

$\sigma_{dn_{AB}} = 4{,}05\ m \quad < 5\ m$ ✓

$$\underline{dn_{AB} = 137 \pm 4\ m}$$

Tramo B-C

Precisa $\rightarrow$ $e_c < 3,2\sqrt{N}$ $\quad N = 5 \Rightarrow e_c < 7,16\ mm = 0,007\ m$

$e_c = 0,003\ m$

$\Rightarrow$ Se puede corregir

Punto	L_{AT}	L_{AD}	dn	dn^c
B	3,502	—	—	—
PC1	2,367	0,718	2,784	2,783
PC2	0,534	1,819	0,548	0,548
C	3,234	3,245	-2,711	-2,712
PC3	0,182	0,167	3,067	3,066
B	—	3,867	-3,685	-3,686
			0,003	

$e_u = 2,345 \cdot 10^{-4}$

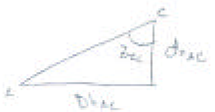
$dn_{BC} = 0,62\ m$

$\sigma_{dn_{BC}} = \sqrt{\sigma_{LAT}^2 + \sigma_{LAD}^2} = \sqrt{0,005^2 + 0,005^2} = 0,007$

- $dn_{AC} = 137 + 0,62 = 137,62\ m$ $\qquad \sigma_{dn_{AC}} = \sqrt{\sigma_{dn_{AB}}^2 + \sigma_{dn_{BC}}^2} = \sqrt{4^2 + 0,007^2}$

$\sigma_{dn_{AC}} = 4\ m$

$dn_{AC} = 137,62 \pm 4\ m$

- 

$z_{AC} = 86,034^{grad}$ $\qquad tg\, z_{AC} = \frac{Dh_{AC}}{dn_{AC}} \Rightarrow Dh_{AC} = dn_{AC} \cdot tg\, z_{AC}$

$Dh_{AC} = 420,48\ m$

$\sigma_{Dh_{AC}} = \sqrt{(tg z_{AC} \cdot \sigma_{dn_{AC}})^2 + (dn_{AC} \cdot sec^2 A \cdot 0,005 \frac{\pi}{200})^2}$

$\sigma_{Dh_{AC}} = 18,21 > 5\ m$

Como no se puede mejorar más la precisión de Dh, sólo puedo revisar el error del desnivel entre A-C

Ahora analizamos la mayor componente del error del dn_{AC}

$$dn_{AC} = dn_{AB} + dn_{BC}$$

$dn_{BC} \rightarrow$ representa NGC

$dn_{AB} \rightarrow$ representa NT

$$\sigma_{dn_{AC}} = \sigma_{dn_{AB}} + \sigma_{dn_{BC}}$$

$$\frac{\sigma_{dn_{AC}}}{dn_{AC}} = \underbrace{\left(\frac{dn_{AB}}{dn_{AC}}\right)}_{I_1} \cdot \frac{\sigma_{dn_{AB}}}{dn_{AB}} + \underbrace{\left(\frac{dn_{BC}}{dn_{AC}}\right)}_{I_2} \cdot \frac{\sigma_{dn_{BC}}}{dn_{BC}}$$

$$I_1 = \frac{137}{626{,}48} = 0{,}219$$

$\Rightarrow$ El mayor error proviene de la nivelación trigonométrica

$$I_2 = \frac{0{,}62}{626{,}48} = 1 \times 10^{-3}$$

Revisamos qué componente aporta mayor error a la nivelación trigonométrica

$$dn_{AB} = h_i - h_j + Dh \cdot cotg\, z + 6{,}66 \cdot 10^{-8}\, Dh^2$$

$$\sigma_{dn_{AB}} = \sigma_{h_i} + \sigma_{h_j} + Dh \cosec^2(z) \frac{\pi}{200} \sigma_z + (cotg(z) + 2 \cdot 6{,}66 \cdot 10^{-8} Dh) \cdot \sigma_{Dh}$$

$$\frac{\sigma_{dn_{AB}}}{dn_{AB}} = \underbrace{\left(\frac{h_i}{dn_{AB}}\right)}_{I_1} \frac{\sigma_{h_i}}{h_i} + \underbrace{\left(\frac{h_j}{dn_{AB}}\right)}_{I_2} \frac{\sigma_{h_j}}{h_j} + \underbrace{\left(\frac{Dh \cosec^2(z)\, \pi\, z}{200\, dn_{AB}}\right)}_{I_3} \frac{\sigma_z}{z} + \dots$$

$$\dots + \underbrace{\left(\frac{(cotg(z) - 2 \cdot 6{,}66 \cdot 10^{-8} Dh) \cdot Dh}{dn_{AB}}\right)}_{I_4} \cdot \frac{\sigma_{Dh}}{Dh}$$

$dn_{AB} = 137$

$I_1 = 0{,}0115$

$I_2 = 0{,}02$

$I_3 = 3{,}752$

$I_4 = 1{,}0119$

$\Rightarrow$ El error que más aporta es el del Δz y luego el de la distancia horizontal

Por lo tanto utilizo la opción 3 para mejorar el error:

- Taquímetro repetidor para la distancia horizontal y taquímetro [illegible] para la medición de Z para el desnivel trigonométrico

• Distancia horizontal A-B

$$\sigma_\alpha = 0{,}0005^g \quad \Rightarrow \quad \sigma_{Dh} = \operatorname{cosec}^2(\alpha) \cdot \frac{\pi}{200} \cdot 0{,}0005$$

$$\Rightarrow \sigma_{Dh} = 1{,}2\,m$$

• Desnivel trigonométrico A-B

$$\sigma_Z = 0{,}0005^g$$

$$\sigma_{h_i} = \sigma_{h_j} = 0{,}005\,m \quad \Rightarrow \quad \sigma_{d_{h_{AB}}} = 0{,}425 \simeq 0{,}4\,m$$

$$\sigma_{Dh} = 1{,}2\,m$$

Ahora revisamos [illegible] adelante

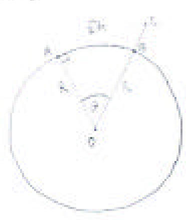
$$\sigma_{d_{h_{AC}}} = \sqrt{0{,}4^2 + 0{,}007^2} = 0{,}4\,m$$

$$\sigma_{Z_0} = 0{,}005^g$$

$$\sigma_{Dh_{AC}} = \sqrt{(\operatorname{tg} Z_{AC} \cdot \sigma_{d_{h_{AC}}})^2 + (d_{h_{AC}} \cdot \sec^2(Z) \cdot \sigma_Z \frac{\pi}{200})^2}$$

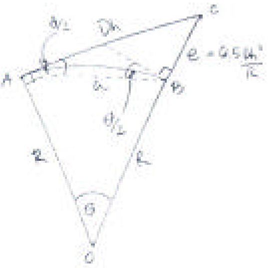
$$\sigma_{Dh_{AC}} = 1{,}84\,m < 5\,m$$

P2



$D_h = KS\,\mathrm{sen}^2(100+i)$ (1) Distancia horizontal corregida de al ángulo de desviación, asumiendo que al llegar a la mira, las visuales de las estadías son paralelas con la visual del hilo medio.

Tomando los triángulos que se forman en la figura:



Si se unen los puntos A y B con una cuerda secante, el ángulo que forma la secante (denominada por a) con las tangentes al círculo es $\theta/2$, siendo θ el ángulo del centro formado por los radios en la figura anterior.

Luego en el triángulo ABC se tiene:

$$\frac{D_h}{\mathrm{sen}\left(\frac{\theta}{2}+\frac{\pi}{2}\right)} = \frac{e}{\mathrm{sen}(\theta/2)} \qquad (2)$$

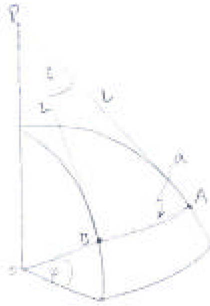
Pero $\mathrm{sen}\left(\frac{\theta}{2}+\frac{\pi}{2}\right) = \cos\left(\frac{\theta}{2}\right)$

$$\therefore\ \mathrm{tg}\left(\frac{\theta}{2}\right) = \frac{e}{D_h} = \frac{1}{2}\frac{D_h^2}{R}\cdot\frac{1}{D_h} = \frac{D_h}{2R}$$

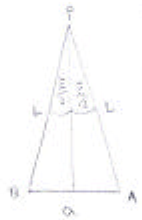
$$\therefore\ \boxed{\theta = 2\,\mathrm{tg}^{-1}\left\{\frac{D_h}{2R}\right\}} \qquad (3)$$

Por otra parte, cortando el triángulo AOB por la mitad, se tiene:

$$\boxed{\frac{a}{2} = R\,\mathrm{sen}\left(\frac{\theta}{2}\right)} \qquad (4)$$



TOMANDO AHORA LA MITAD DEL TRIÁNGULO APB, SE TIENE



$$\boxed{\frac{a}{2} = L \operatorname{sen}(\xi/2)} \quad (5)$$

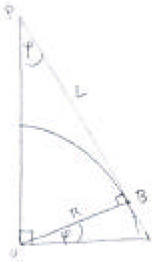
IGUALANDO (5) CON (4) SE TIENE:

$$L \operatorname{sen}(\xi/2) = R \operatorname{sen}(\theta/2) \quad (6)$$

DESPEJANDO ξ DE (6) SE TIENE:

$$\xi = 2 \operatorname{sen}^{-1}\left\{ \frac{R}{L} \operatorname{sen}\left(\frac{\theta}{2}\right) \right\} \quad (7)$$

TOMANDO AHORA EL TRIÁNGULO OPB:



$$\boxed{tg\,\varphi = \frac{R}{L}} \quad (8)$$

REEMPLAZANDO (2) y (8) EN (7) SE TIENE:

$$\xi = 2 \operatorname{sen}^{-1}\left\{ tg\,\varphi \operatorname{sen}\left[tg^{-1}\left(\frac{D_h}{2R} \right) \right] \right\}$$

UTILIZANDO AHORA LA MEDIDA DE DISTANCIA HORIZONTAL CON EL NIVEL (1) SE OBTIENE:

$$\boxed{\xi = 2 \operatorname{sen}^{-1}\left\{ tg\,\varphi \operatorname{sen}\left[tg^{-1}\left(\frac{Ks}{2R} \operatorname{sen}^2(90°+\alpha) \right) \right] \right\}}$$