

**Auxiliar #5 MA12A Cálculo**  
**Escuela de Ingeniería, FCFM, U. de Chile.**  
**Semestre 2005-2, Prof. J. Fontbona, Auxs. C. Figueroa, M. Duarte.**

**P1.-** Considere la función  $f$  definida en  $(-1, +\infty)$  por  $f_1(x) = \frac{2x}{1+x} - \ln(1+x)$ .

- (a) Calcular  $f'$ , analizar crecimiento y determinar mínimos y máximos.
- (b) Calcular  $f''$ , analizar convexidad y puntos de inflexión.
- (c) Calcular

$$l = \lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) \quad L = \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$$

- (d) Demostrar que la ecuación  $f(x) = 0$  tiene exactamente dos soluciones

**P2.-** Derive  $x^{\arctan(e^x)}$

**P3.-** Para la función  $f(x) = 2 \sec(x) - \tan(x)$  en  $[0, \pi]$  se pide:

- (a) Encontrar dominio, ceros, signos, asíntotas y puntos de continuidad
- (b) Calcular  $f'$  analizar crecimiento de  $f$  y encontrar sus mínimos y máximos
- (c) Calcular  $f''$  analizar convexidad, encontrar puntos de inflexión y graficar

**P4.-** (a) Para la función  $f(x) = \arcsen(2x-1) + 2 \arctan(\sqrt{\frac{1-x}{x}})$  definida en  $(0, 1]$  se pide:

- (i) Calcular  $f'$
- (ii) Demostrar que  $f$  es constante en  $(0, 1)$
- (b) Calcular

$$l = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x} - 2x}{x - \sin(x)}$$

**P5.-** (a) Encuentre la recta tangente a la curva de ecuación

$$\ln\left(\frac{3}{4} + x^2 + y\right) = \sin(yx)$$

en el punto donde la curva interseca al eje de las abscisas ( $y = 0$ ) con abscisa positiva  $x > 0$

- (b) Calcule el límite

$$l = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} \left( \frac{1}{x} - \frac{1}{x \cosh(x)} \right)$$

- (c) Sea  $f$  definida y continua sobre  $[a, b]$  y derivable sobre  $(a, b)$  con  $0 < a < b$ . Suponga que  $f(a) = f(b) = 0$ . Mostrar que existe  $c \in (a, b)$  tq  $f'(c) = \frac{f(c)}{c}$

**P6.-** Suponga que  $f(x_0) = f'(x_0) = \dots = f^{(n-1)}(x_0) = 0$  y que  $f^{(n)}(x)$  es una función continua, con  $f^{(n)}(x_0) \neq 0$ . Sea  $g(x) = x - \frac{f'(x)}{f''(x)}$  con  $f''(x) \neq 0$  salvo para  $x_0$ . Se pide

- (a) Definir  $g(x)$  de modo que sea continua en  $x_0$
- (b) Calcular, de la definición de derivada,  $g'(x_0)$ . *Hint:* Sea  $h = x - x_0$  y expanda en serie de Taylor  $f'$  y  $f''$  en torno a  $x_0$ , luego haga  $h \rightarrow 0$