

Auxiliar #5 MA12A Cálculo
Escuela de Ingeniería, FCFM, U. de Chile.
Semestre 2005-2, Prof. J. Fontbona, Auxs. C. Figueroa, M. Duarte.

P1.- Considere la función f definida en $(-1, +\infty)$ por $f_1(x) = \frac{2x}{1+x} - \ln(1+x)$.

- (a) Calcular f' , analizar crecimiento y determinar mínimos y máximos.
- (b) Calcular f'' , analizar convexidad y puntos de inflexión.
- (c) Calcular

$$l = \lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) \quad L = \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$$

- (d) Demostrar que la ecuación $f(x) = 0$ tiene exactamente dos soluciones

P2.- Derive $x^{\arctan(e^x)}$

P3.- Para la función $f(x) = 2 \sec(x) - \tan(x)$ en $[0, \pi]$ se pide:

- (a) Encontrar dominio, ceros, signos, asíntotas y puntos de continuidad
- (b) Calcular f' analizar crecimiento de f y encontrar sus mínimos y máximos
- (c) Calcular f'' analizar convexidad, encontrar puntos de inflexión y graficar

P4.- (a) Para la función $f(x) = \arcsen(2x-1) + 2 \arctan(\sqrt{\frac{1-x}{x}})$ definida en $(0, 1]$ se pide:

- (i) Calcular f'
- (ii) Demostrar que f es constante en $(0, 1)$
- (b) Calcular

$$l = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x} - 2x}{x - \sin(x)}$$

P5.- (a) Encuentre la recta tangente a la curva de ecuación

$$\ln\left(\frac{3}{4} + x^2 + y\right) = \sin(yx)$$

en el punto donde la curva intersecta al eje de las abscisas ($y = 0$) con abscisa positiva $x > 0$

- (b) Calcule el límite

$$\ell = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x \cosh(x)} \right)$$

- (c) Sea f definida y continua sobre $[a, b]$ y derivable sobre (a, b) con $0 < a < b$. Suponga que $f(a) = f(b) = 0$. Mostrar que existe $c \in (a, b)$ tq $f'(c) = \frac{f(c)}{c}$

P6.- Suponga que $f(x_o) = f'(x_o) = \dots = f^{(n-1)}(x_o) = 0$ y que $f^{(n)}(x)$ es una función continua, con $f^{(n)}(x_o) \neq 0$. Sea $g(x) = x - \frac{f'(x)}{f''(x)}$ con $f''(x) \neq 0$ salvo para x_o . Se pide

- (a) Definir $g(x)$ de modo que sea continua en x_o
- (b) Calcular, de la definición de derivada, $g'(x_o)$. *Hint:* Sea $h = x - x_o$ y expanda en serie de Taylor f' y f'' en torno a x_o , luego haga $h \rightarrow 0$